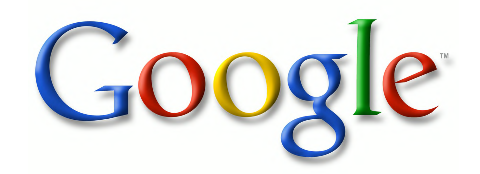
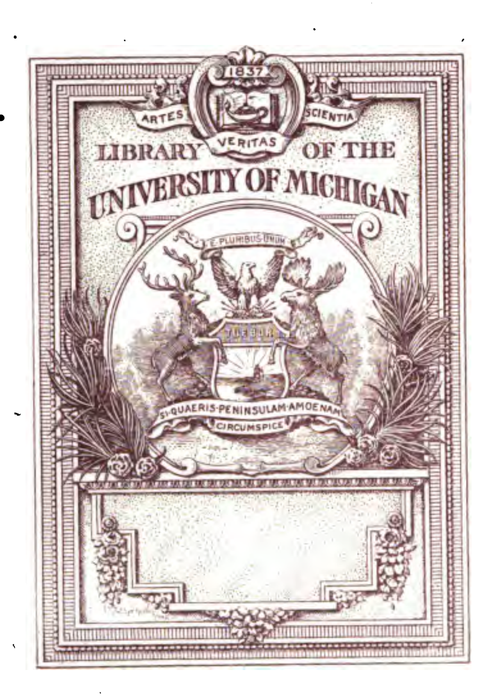





1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Physikalisches Praktikum

von

Dr. Georg W. Berndt

Docent und Vorstand
des Physik. Labor. am Friedrichs-Polytechnikum Cöthen
und Privatdocent an der Universität Halle.

Mit 74 in den Text gedruckten Figuren.

I. TEIL.



Halle a. S.
Verlag von Carl Marhold
1906.

Meinem hochverehrten Lehrer

Herrn Professor Dr. E. Dorn

in Dankbarkeit gewidmet.

Vorwort.

Vorliegendes Werk verdankt sein Entstehen einem praktischen Bedürfnis. Bei der grossen Zahl von Praktikanten (über 100) war es mir, trotz der Mithilfe der Assistenten, nicht mehr möglich, das Praktikum in der Weise zu leiten, wie ich es gewünscht hatte. Allerdings befand sich der vorzügliche Leitfaden von Kohlrausch in den Händen der Studenten, aber es bestätigte sich im hiesigen Laboratorium eine Beobachtung, die ich bereits als Assistent in anderen Instituten zu machen Gelegenheit gehabt hatte: Kohlrausch setzt zu viel an Kenntnissen voraus und ist im allgemeinen zu knapp gehalten, so dass der Anfänger, auch nach eingehender Lektüre des betreffenden Abschnitts, ratlos dasteht; eine Beobachtung, die mir von Seiten mancher Kollegen bestätigt wurde.

Mein Bestreben ging deshalb dahin, einen Leitfaden für Anfänger, für Studenten, die zum ersten Mal ein physikalisches Laboratorium betreten, zu schreiben, dabei aber auch die sämtlichen Aufgaben zu bringen, die in der Regel in demselben in einem zwei- bis dreisemestrigen Kursus behandelt werden. Eine solche Zusammenstellung bleibt mehr oder minder subjektiv. Ich werde deshalb den Herren Kollegen für irgendwelche Winke nach dieser Hinsicht dankbar sein.

Es ist selbstverständlich, dass ich in vorliegendem Leitfaden viel von dem verwertet habe, was ich selber als Student und später als Assistent im Hallenser Laboratorium gelernt habe. Es sei mir gestattet, auch an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Dorn, meinen ergebensten Dank dafür auszusprechen. Natürlich ist es mir nicht mehr möglich, scharf zu trennen, was davon mit herübergenommen, was an völlig Eigenem neu dazu gekommen ist. Beides verschmilzt im Laufe der Jahre bei wiederholter Durcharbeitung schliesslich zu einer geistigen Einheit. —

Der Leitfaden umfasst, als ein erster Teil, nur die Messungen aus der Mechanik, Akustik, Wärme und Optik. Es fehlen die magnetischen und elektrischen Messungen, die im hiesigen Polytechnikum dem elektrotechnischen Laboratorium vorbehalten sind. Ein zweiter, diese behandelnder Teil, der die notwendige Ergänzung zu dem vorliegenden Teil bildet, wird, wie ich hoffe, in Kürze folgen können. —

Die Aufgaben sind in der Reihenfolge angeordnet, wie sie in der Regel im hiesigen Laboratorium behandelt werden. Auch eine solche Anordnung bleibt mehr oder minder subjektiv. Am meisten liesse sich vielleicht einwenden gegen die Einreihung der Kundtschen Staubfiguren bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls. Es war dafür der Gesichtspunkt massgebend, dass für die Techniker, für deren Ausbildung das hiesige Polytechnikum bestimmt ist, die Bestimmung des Elastizitätsmoduls wichtiger ist, als die der Schallgeschwindigkeiten. Im übrigen wurde auch hier an dem sonst allgemein beobachteten Gesichtspunkt fest-

gehalten, dass ein Begriff immer an der Stelle erklärt wird, wo er zuerst auftritt. — Namentlich lag mir auch daran, den Unterschied zwischen dem wissenschaftlichen und technischen Masssystem hervortreten zu lassen, ein Punkt, der gerade für die Technik besonders wichtig, da die Maschinenbauer nach diesem, die Elektrotechniker nach jenem rechnen.

Nächst diesen praktischen Gesichtspunkten sind aber auch die pädagogischen nicht zurückgetreten. Eine Reihe von Aufgaben ist aus dem Grunde eingeführt, um gewisse Begriffe der Physik zu vertiefen und dem Verständnis näher zu bringen. Ausserdem ist möglichst darauf Rücksicht genommen, dass die Aufgaben mit einfachen, übersichtlichen Apparaten ausgeführt werden, deren Verständnis keine Schwierigkeiten bereitet. —

Da ein gutes Beispiel oft mehr erklärt als ein seitenlanger Text, habe ich mich entschlossen, allen Aufgaben ein solches anzufügen. Die überwiegende Mehrzahl derselben ist im hiesigen Laboratorium von mir selbst oder meinen Assistenten ausgeführt worden; einige wenige habe ich meinen eigenen als Student angefertigten Laboratoriumsarbeiten entnommen. —

Die Tabellen sind mit Benutzung von Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, und Landolt-Börnstein, Physik.-chem. Tabellen, zusammengestellt.

Für die Anfertigung der Skizzen bin ich meinen Assistenten, Herrn v. Inten und Herrn Kalcenau, zu Dank verpflichtet.

Im letzten Semester hatte ich bereits Gelegenheit genommen, den Praktikanten die Anweisung zu ihren Aufgaben als Manuskript am Tage vorher zur Ver-

fügung zu stellen und ich muss gestehen, dass meine Erwartungen übertroffen worden sind. Die Praktikanten arbeiteten mit grösserem Verständnis, wovon ich mich durch Stichfragen überzeugte. Es war mir möglich, mich den Einzelnen gleichmässiger zu widmen; ausserdem, wurden die Apparate weit mehr geschont. Diese Erfahrungen veranlassten mich, meine Aufzeichnungen dem Druck zu übergeben, in der Hoffnung, dass sie auch in anderen Laboratorien mit Nutzen für die Studierenden und zur Unterstützung der Laboratoriums-Vorstände Verwendung finden könnten.

Wenn vorliegender Leitfaden diese Hoffnungen erfüllte und zur Vertiefung der physikalischen Kenntnisse beitrüge, so wäre der Zweck, den ich mit demselben beabsichtigt, erreicht. —

Der Verlagsbuchhandlung danke ich für das Entgegenkommen, das sie meinen Wünschen gegenüber gezeigt hat.

Cöthen (Anhalt), August 1905.

Georg W. Berndt.

Inhalts-Verzeichnis.

Einleitung.

Mechanik.

Akustik.

Seite

(Schallgeschwindigkeit und Schwingungszahl durch Kundtsche Staubfiguren siehe § 20).

Wärme.

Optik.

Tabellen.

Alphabetisches Inhalts-Verzeichnis.

Berichtigung.

In *Fig. 11* muss das dünne Rohr links bis nahe auf den Boden des Gefässes c reichen und bei der Umbiegung oben bis in die Mitte der Erweiterung.

In *Fig. 12* ist der linke Hahn mit c, der rechte mit a, der mittlere mit b zu bezeichnen.

In *Fig. 13* ist an der oberen Kurve beim ersten vertikalen Strich links der Buchstabe a, beim zweiten vertikalen Strich c, in der Mitte zwischen beiden e, beim dritten Strich g, beim fünften b, beim sechsten d, in der Mitte zwischen beiden f zu schreiben.

In *Fig. 15* ist der ausgezogene vertikale Strich mit A zu bezeichnen.

In *Fig. 55* muss der bei φ stehende vertikale Strich nach unten verlängert werden.

In *Fig. 64* muss der horizontale Strich von A aus nach links verlängert werden.

Einleitung.

§ 1. Einige Rechnungsmethoden.

A. Mittelnehmen.

Es sei eine Reihe von Ablesungen gemacht und z. B. gefunden

353,84
355,01
352,79
353,45
354,36

Um nun das Mittel hieraus zu nehmen, addiere ich nicht die sämtlichen Zahlen und dividiere dann durch fünf, sondern ich beachte, dass allen Zahlen gemeinsam ist der Wert 350, und dass ferner das Mittel über 350 liegt. Ich ziehe deshalb 350 von sämtlichen Zahlen ab und erhalte

3,84
5,01
2,79
3,45
4,36

5/19,45 = 3,890.

Aus diesen nehme ich das Mittel und finde 3,890. Also ist das Mittel aus meinen Ablesungen

353,890.

Sehr häufig wird sich das Mittelnehmen der kleineren Zahlen im Kopf ausführen lassen.

B. Verwertung von Beobachtungen.

Es sei eine Anzahl von Ablesungen für eine Reihe gleich grosser Strecken oder Zeiten gemacht (z. B.

die Stellungen einer elastischen Feder nach Belastung mit 1, 2, ... g, oder die Lage der Knoten von Kundtschen Staubfiguren auf einem Massstabe oder die Zeit des Passierens eines schwingenden Körpers durch die Ruhelage etc.). Ich bezeichne die Ablesungen mit $a_1, a_2, a_3 \ldots a_{2n}$, wo 2n die letzte Beobachtung ist. Es muss dies immer eine gradzahlige sein, andernfalls ist die Reihe mit der vorletzten Beobachtung abzubrechen. Um nun ein Intervall zu erhalten, muss ich ede vorhergehende Beobachtung von der nachfolgenden abziehen. Die Intervalle würden also sein

$$a_2 - a_1,\ a_3 - a_2,\ \ldots\ a_{2n} - a_{2n-1}$$

Aus diesen hätte ich nun das Mittel zu nehmen, indem ich sie addiere und durch 2n dividiere. Das würde ergeben

$$1/2n \cdot (a_2 - a_1 + a_3 - a_2 + a_4 - a_3 + \ldots a_{2n} - a_{2n-1}) = 1/2n\ (a_{2n} - a_1).$$

Wie man sieht, heben sich alle Beobachtungen bis auf die erste und die letzte auf. Es hätte also genügt, diese beiden allein zu machen, und sie durch die Anzahl der zwischenliegenden Teile zu dividieren. Um nun aber sämtliche Beobachtungen auszunutzen, wodurch das Resultat genauer wird, teile ich die Beobachtungen in 2 gleiche Teile, a_1 bis a_n und a_{n+1} bis a_{2n}. Ich stelle dann zunächst nicht die Länge eines einzelnen Teiles, sondern die von n Teilen fest, indem ich die Differenz bilde

$$a_{n\ 1} - a_1,\ a_{\ +2} - a_2,\ \ldots a_{2n} - a_n.$$

Aus diesen Differenzen nehme ich jetzt das Mittel und erhalte

$$1/n \cdot (a_{n+1} - a_1 + a_{n+2} - a_2 + \ldots a_{2n} - a_{n.})$$

Hier hebt sich nichts fort. Was ich gefunden habe, ist die Länge des n-fachen Teils; will ich den einzelnen Teil haben, so muss ich noch einmal durch n dividieren und erhalte

Grösse des einzelnen Teils

$$= 1/n^2 \cdot (a_{n+1} - a_1 + a_{n+2} - a_2 \ldots a_{2n} - a_n),$$

wo n die halbe Anzahl der Beobachtungen ist.

Beispiel.

Gesucht die Schwingungsdauer t.

Eine der Ruhelage benachbarte Marke wurde passiert zur Zeit:

a_1	9 min	46,0	sec.
a_2		55,1	„
a_3	10 min	4,3	„
a_4		14,2	„
a_5		23,2	„
a_6		33,3	„
a_7		43,0	„
a_8		52,4	„
a_9	11 min	1,4	„
a_{10}		11,2	„

Es ist $2n = 10, n = 5.$

Es wird
$$a_6 - a_1 = 47{,}3 \text{ sec.}$$
$$a_7 - a_2 = 47{,}9$$
$$a_8 - a_3 = 48{,}1 \quad „$$
$$a_9 - a_4 = 47{,}2 \quad „$$
$$a_{10} - a_5 = 48{,}0 \quad „$$

Mittel 47,70 sec.

$$t = 47{,}70/5 = 9{,}540 \text{ sec.}$$

---

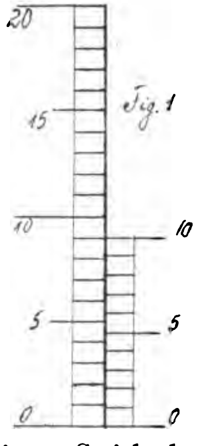
§ 2. Der Nonius.

Der Nonius dient dazu, einen Massstab noch bis auf Bruchteile seiner Teilung auszunutzen und damit die Genauigkeit der Messung zu erhöhen.

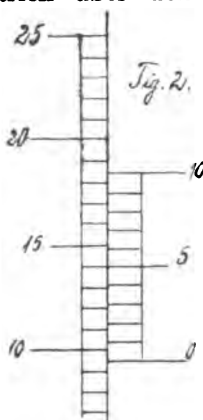
Am häufigsten ist der vortragende Nonius, bei welchem 9 Teilen der Hauptteilung 10 Teile des Nonius entsprechen (siehe Fig. 1).

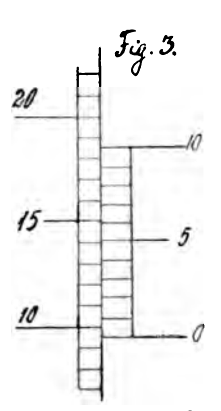
Ich lege die zu messende Strecke mit ihrem Anfang auf den 0-Punkt des Massstabes (der z. B. in cm geteilt sei). An ihr Ende bringe ich den

0-Punkt des Nonius. Unsere Strecke hat (siehe Fig. 2) eine Länge von 9 bis 10 cm. Um jetzt die mm zu bestimmen, suche ich den ersten Strich des Nonius, welcher mit einem Strich der Hauptteilung koinzidiert. Es ist der 5. Der 4. ist von dem ihm benachbarten Strich der Hauptteilung (da 1 Sct. des Nonius gleich 9 mm) um 1 mm, der 3. um 2 mm, der 2. um 3, der 1. um 4 und der 0. Strich um 5 mm entfernt; die Länge unserer Strecke ist also 9,50 cm. Ich erhalte sie also, wenn ich die kleinere Anzahl von cm nehme und dazu die Anzahl von mm addiere, die mir gegeben ist durch die Nummer desjenigen Noniusstriches, welcher zuerst mit einem Strich der Hauptteilung koinzidiert.



Koinzidiert kein Strich, sondern liegt ein Noniusstrich über dem betreffenden der Hauptteilung, der nächste Noniusstrich unter dem betreffenden, so kann ich noch die Zehntel schätzen. Wäre die Stellung gewesen, wie sie durch Fig. 3 angegeben wird, so hätte ich beim Nonius abgelesen 5,5, also Länge 9,55 cm u. s. f.





Ist der Nonius so geteilt, dass 49 Teilen der Hauptteilung 50 Noniusteile entsprechen, so gibt mir der Nonius 50stel der Hauptteilung u. s. f.

Neben diesem vortragenden Nonius kommt (selten) noch ein anderer vor, bei welchem 10 Teilen der Hauptteilung 11 Noniusteile entsprechen. Die Bezifferung muss dann aber entgegengesetzt sein; auch dieser würde 10 tel der Hauptteilung liefern.

---

§ 3. Das Barometer.

Das Barometer misst die Grösse des Luftdrucks durch die Höhe einer Quecksilbersäule, welche dem Luftdruck das Gleichgewicht hält. Man stellt ein Barometer her, indem man eine Glasröhre von etwa 80 cm Länge völlig mit luftfreiem Quecksilber füllt, sie mit dem Finger verschliesst und dann unter Quecksilber öffnet. Die Quecksilbersäule sinkt zunächst etwas, bis sie unter gewöhnlichen Umständen (Meeresniveau, 45^0 geographischer Breite, 0^0 Temperatur, normaler Luftdruck) eine Höhe von 76 cm hat. Über dem Quecksilber befindet sich das Torricellische Vacuum.

Die Höhe über dem Meeresniveau ist insofern von Einfluss, weil mit wachsender Höhe der Luftdruck geringer wird, (um 1 mm Quecksilbersäule beim Aufstieg um 10,5 m).

Will man also den absoluten Barometerstand bestimmen, so muss man hierfür eine Korrektion anbringen. Handelt es sich aber um die Bestimmuug des am Beobachtungsort herrschenden Barometerstandes, so fällt diese Korrektion selbstverständlich fort.

An verschiedenen Orten ist der Druck derselben Quecksilbersäule proportional der Schwere; da diese auf der Erde mit der geographischen Breite variiert, so hat man sich geeinigt, alle Messungen auf die Breite von 45 Grad zu beziehen. Die hierzu nötige Korrektion ist aber im allgemeinen so klein, dass sie vernachlässigt werden kann.

Sehr wichtig ist dagegen die Temperatur-Korrektion. Mit wachsender Temperatur nimmt das Volumen

des Quecksilbers zu und damit auch die Länge der betreffenden Quecksilbersäule. Man reduziert deshalb sämtliche Messungen auf die Temperatur 0°.

Ist die Länge eines Stabes bei 0° l_0, bei t Grad l_t, sein Ausdehnungscoefficient α, so besteht die Beziehung (siehe § 32)

$$l_0 = l_t (1 - \alpha t).$$

Ist also der abgelesene Barometerstand l, so ist der reduzierte Barometerstand

$$b = l (1 - \alpha t)$$

Hierin ist α der kubische Ausdehnungscoefficient des Quecksilbers (0,000181).

(Es ist der kubische Ausdehnungscoefficient zu nehmen, weil das Volumen des Quecksilbers mit wachsender Temperatur wächst; in der Glasröhre vermag sich jedoch nur die Länge der Quecksilbersäule zu ändern).

Nun dehnt sich aber nicht nur das Quecksilber mit wachsender Temperatur aus, sondern auch der Massstab, wodurch die Ausdehnung des Quecksilbers z. T. kompensiert wird. Ist der lineare Ausdehnungscoefficient des Massstabes β, so ist also der auf 0° reduzierte Barometerstand

$$b = l [1 - (\alpha - \beta) t]$$

Für Messing ist $\beta = 0{,}0_4\,19$, also ist $\alpha - \beta = 0{,}000162$,
Für Glas ist $\beta = 0{,}0_5\,8$, also ist $\alpha - \beta = 0{,}000173$,

Folglich ist

Für Messingskala $b = l (1 - 0{,}000162 \cdot t)$,
Für Glasskala $b = l (1 - 0{,}000173 \cdot t)$.

Zur Reduktion kann die Tabelle 10 benutzt werden.

An der Ablesung wäre noch eine weitere Korrektion anzubringen wegen der Kapillardepression des Quecksilbers, die in engen Röhren bis zu 2,5 mm betragen kann; sie ist aber in hohem Masse abhängig von der Reinheit der Glasröhre und des Quecksilbers

und daher sehr schwankend. Man kann sie dadurch zum grössten Teil vermeiden, dass man weite Röhren nimmt und ferner die Glasröhre unten umbiegt, sodass sich auch das untere Quecksilberniveau in einer Glasröhre derselben Weite befindet (Heberbarometer). Bei sorgfältig gereinigten Röhren kann man annehmen, dass die Kapillardepression in beiden Schenkeln angenähert denselben Betrag hat und sich folglich weghebt.

1. Heberbarometer.

Die mm-Teilung ist entweder an der Röhre selbst oder auf einer untergelegten Glasplatte (aus Spiegelglas) angebracht. Zur Vermeidung der Parallaxe (§ 50) muss man senkrecht auf die Skala schauen. Es wird der Stand der beiden Quecksilbermenisken abgelesen ($^1/_{10}$ mm schätzen!) Die Differenz der beiden Ablesungen ergibt den unkorrigierten Barometerstand. Die Temperatur wird an einem daneben befindlichen Thermometer abgelesen ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!)

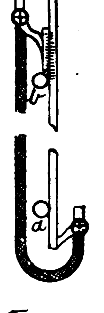


Fig. 4.

Beispiel.

Ob. Quecksilbermeniskus 825,4 mm
Unt. „ „ 79,0 „

Barometerstand l = 746,4 mm bei 16,3°
Korrektion 2,1 „

Barometerst. (korr.) b = 744,3 mm.

2. Heberbarometer mit automatischer 0-Punkts-Einstellung.

Man stellt den unteren Quecksilbermeniskus auf die angegebene Marke ein und erhält durch Ablesung der Stellung des oberen sofort den unkorrigierten Barometerstand l. Im übrigen verfährt man wie oben.

3. Heberbarometer mit beweglicher Skala.
(Siehe Fig. 4).

Mit der Triebschraube a wird der 0-Punkt des Massstabes, welcher mit dem Fadenkreuz des Beo-

bachtungs-Mikroskops zusamenfällt, auf den unteren Quecksilbermeniskus eingestellt (von hinten beleuchten!).

Dann wird mit Hilfe der Triebschraube b der 0-Punkt des Nonius, der mit dem Fadenkreuz des zweiten Beobachtungs-Mikroskops zusammenfällt, auf den oberen Quecksilbermeniskus eingestellt (wieder von hinten beleuchten!).

An der abgelesenen Länge ist die Temperatur-Korrektion anzubringen; die Temperatur ist an dem am Barometer befindlichen Thermometer abzulesen (1/10^0 schätzen!).

Beispiel.

Der 0-Punkt des Nonius, welcher $^1/_{50}$ mm liefert, lag zwischen 757 und 758 mm; der erste mit einem Strich des Massstabes koinzidierende Noniusstrich war der 35. Also ergab die Ablesung

$$757 + 35/50 \text{ mm} = 757{,}70 \text{ mm},$$

Temp. 18,5^0 C. Messingskala.

Also $$b = 757{,}70\,(1 - 0{,}000162 \cdot 18{,}5) = 755{,}44 \text{ mm}.$$

(Zu berechnen mit 4stelligen Logarithmen oder aus Tab. 10 zu entnehmen).

Die *Siedetemperatur* des Wassers hängt vom Luftdruck ab. In Tabelle 11 sind die empirisch bestimmten zusammengehörigen Werte dieser beiden Grössen angegeben. Will ich also die Siedetemperatur des Wassers bestimmen, so lese ich den Barometerstand ab, reduziere ihn auf 0^0 und suche in der Tabelle die zugehörige Siedetemperatur auf.

Für das letzte Beispiel würde sich die Siedetemperatur zu 99,83^0 ergeben.

---

§ 4. Das Schrauben-Mikrometer.

Das Schrauben-Mikrometer dient zur Messung kleiner Strecken, z. B. des Durchmessers von Drähten, oder der Breite und Höhe von Stäben etc.

Der zu messende Gegenstand wird auf die ebene

Fläche a gelegt (siehe Fig. 5) und die Schraube so weit hineingedreht, bis ihre ebene Endfläche b gleichfalls den Gegenstand berührt. Es ist bei Stäben darauf zu achten, dass die beiden Flächen glatt aufliegen, bei Drähten, dass sie in der Mitte der Fläche liegen. Die Schraube darf nicht zu stark angezogen werden, damit der zu messende Gegenstand nicht deformiert wird. Ausserdem muss die Schraube stets mit demselben (geringen) Druck angezogen werden, da andernfalls verschiedene Ablesungen erhalten werden würden. Diese beiden Bedingungen werden erfüllt durch die Gefühlsschraube d. Diese greift mit einer Klinke in die abgeschrägten Zähne eines an der Schraubenspindel befestigten Zahnrades ein. Durch eine schwache Feder wird die Klinke in die Lücken gepresst. Durch eine Drehung der Gefühlsschraube d wird die Spindel mit vorwärts genommen, bis sie den Gegenstand berührt. Drehe ich jetzt weiter, so steht die Spindel fest und die Klinke der Gefühlsschraube bewegt sich längs der Abschrägung des Zahnes, vermag also nicht mehr, die Schraube zu drehen. Ich übe so auf den zu messenden Körper einen geringen und nahezu konstanten Druck aus. Praktisch werde ich so verfahren, dass ich zunächst die Schraube c drehe, bis die Endfläche b nahe dem zu messenden Körper ist, und erst dann die Gefühlsschraube benutzen.

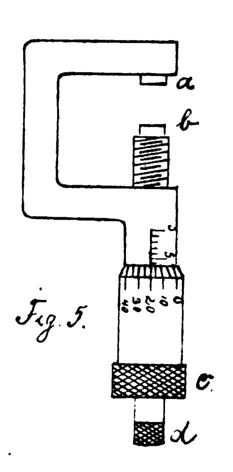


Fig. 5.

[Bei manchen Schrauben-Mikrometern fehlt die Gefühlsschraube; ich muss dann nach dem Gefühl immer gleichmässig anziehen].

Die Schraube hat eine Ganghöhe von 1/2 mm; die Anzahl der ganzen Umdrehungen werden an der, an der Spindel befindlichen Teilung abgelesen. Der Schraubenumfang ist in 50 Teile geteilt, liefert also

1/50 von 1/2 mm, d. i. 1/100 mm. 1/1000 mm sind zu schätzen! Häufig beträgt auch die Ganghöhe 1 mm; es ist dann die Schraubentrommel in 100 Teile geteilt, liefert also auch 1/100 mm. Zuweilen ist auch bei Mikrometern mit 1/2 mm Ganghöhe der Trommelumfang in 100 Teile geteilt; es liefert dann 1/200 mm. Vor Beginn der Messung kontrolliere ich die Schraube, d. h. ich bringe die beiden Flächen a und b mit einander in Berührung (mit der Gefühlsschraube). Es sollte sich dann die Ablesung 0,000 ergeben. Wegen der unvermeidlichen mechanischen Fehler werde ich aber eine andere Ablesung erhalten. Um diese würde die gemessene Strecke zu gross ausfallen, ich habe also die Nullpunkt-Korrektion von der gemessenen Strecke zu subtrahieren. Dabei ist die Nullpunktablesung positiv zu nehmen, wenn sie im Sinne der wachsenden Zahlen über 0 hinausliegt, negativ, falls sie nach der anderen Seite von 0 liegt.

Um die Genauigkeit zu erhöhen, werde ich den 0-Punkt dreimal zu Beginn der Messung und dreimal nach Beendigung derselben bestimmen. Ebenso werde ich auch die Messung an dem Körper mehrmals wiederholen (mindestens 6 Ablesungen), und zwar möglichst an verschiedenen Stellen, die ich gleichmässig über den Körper verteile.

Das Schraubenmikrometer ist sorgfältig vor Rost zu schützen; deshalb nicht mit feuchten Händen anfassen! Wenn nötig, ist dasselbe vorsichtig mit Petroleum zu reinigen. Es soll stets leicht eingefettet sein.

Beispiel.

Es ist die Breite eines Stabes zu bestimmen.

1.	0-Punkt	— 0,007	3.	0-Punkt	— 0,006
		— 0,008			— 0,005
		— 0,007			— 0,005
	Mittel	— 0,007		Mittel	— 0,005

2. Stabbreite. Ablesung an der

	Spindel		Trommel
	6,5	+	0,284 mm
			0,276 „
			0,279 „
			0,281 „
			0,277 „
			0,272 „
Mittel	6,5		0,278 = 6,778 mm

0-Punkt-Korrektion —0,006 mm

Also Stabbreite 6,778— (—0,006) = 6,784 mm.

---

§ 5. Die Teilmaschine.

Die Teilmaschine ist im wesentlichen ein Schrauben-Mikrometer ohne Gefühlsschraube (§ 4). Die Schraubenspindel von genau gleicher Ganghöhe, die möglichst angenähert (bis auf ca. 1/1000) 1 mm beträgt, ist in zwei Kernspitzen gelagert. Durch die Drehung wird eine Mutter aus Rotguss fortgeschoben; lose ist mit derselben der Tisch, der durch zwei Führungsschienen getragen wird, verbunden.

Um bei jeder ganzen Umdrehung den Tisch um genau 1 mm vorwärts zu transportieren, läuft die Mutter durch ein Ansatzstück in einer Führungsschiene, die etwas in horizontaler Richtung gegen die Schraubenaxe geneigt ist. Dadurch wird die Drehung der Mutter um soviel verringert oder vergrössert, als die Ganghöhe über, resp. unter 1 mm beträgt.

Die Trommel ist in 100 resp. 200 Teile geteilt. Ein Nonius gestattet 1/1000 resp. 1/2000 mm abzulesen.

Die Teilmaschine dient zur Herstellung von Teilungen und (als Kompensator) zum Ausmessen von Strecken und Gegenständen.

1. Herstellung einer Teilung.

Hierzu dient das Reisserwerk. Dieses besteht aus einem Stichel, der an einem um eine horizontale Axe drehbaren Winkelhebel befestigt ist; durch einen Schraubenkopf mit Schnur lässt sich der Stichel an dem Hebel senken und heben. Der zweite Hebelarm trägt 3 Schrauben, deren Enden gegen ein Rad stossen, das bei jeder Hebelbewegung durch Zahnrad und Klinke um einen Zahn mit vorwärts genommen wird. Das Rad selber ist 3 teilig; der erste Teil ist völlig gleichmässig, der zweite Teil (von grösserem Radius), trägt bei jedem 5. Zahn einen Ausschnitt, der dritte Teil (vom selben Radius wie der zweite) trägt bei jedem 10. Zahn einen Ausschnitt.

Durch diese Ausschnitte und die daran stossenden Schrauben wird die Hubhöhe des Hebels und damit die Länge der zu ziehenden Striche bei jedem fünften Strich etwas und bei jedem zehnten Strich um ein weiteres Stückchen vergrössert. Die Grösse der Verlängerung, sowie überhaupt die Strichlänge, lässt sich durch Regulieren der 3 Schrauben variieren. Meist ist auf der Hebelaxe noch ein zweiter Arm befestigt, welcher mit drei Schrauben gegen die andere Seite des Rades stösst, und dadurch gestattet, die 5. und 10. Striche nach beiden Seiten zu verlängern. Gewöhnlich stellt man diese Schrauben so, dass die Striche auf dieser Seite gleich lang werden.

Ehe man die Teilung beginnt, spannt man ein Probestückchen ein, um auf die gewünschte Strichlänge einstellen zu können. Das Einspannen geschieht mit Hilfe von 2 der beigegebenen Metallstückchen; durch diese gehen 2 Schrauben, die eine im Gewinde die andere in einem länglichen Schlitz. Auf den zu teilenden Körper wird zunächst ein Stückchen Papier, dann das Metallstückchen gelegt. Die zweite Schraube wird in eins der geeigneten Löcher des Tisches eingeschraubt, so dass das Metallstück parallel zur Tisch-

fläche liegt; es wird danach die erste Schraube angezogen bis der Körper fest liegt. Ausserdem muss der Körper parallel zur Tischkante liegen, was mit einem Massstab kontrolliert wird.

Der Schlitten mit dem Reisserwerk wird in die geeignete Lage geschoben und dann fest geschraubt. Er muss so stehen, dass die gewünschte Teilung in der Mitte des zu teilenden Stückes liegt.

A. Ein Holzmassstab wird ohne weiteres mit dem Stichel geteilt.

B. Um Metallmassstäbe herzustellen, überzieht man den angewärmten Stab mit einer dünnen Schicht Wachs, bringt in dieser die Teilung an, schreibt evtl. mit Hilfe einer Spitze die Zahlen ein, verwendet ihn dann als positiven Pol einer Elektrolytzelle, die mit einer geeigneten Flüssigkeit (für Messing und Kupfer: Kupfervitriol, für Silber: Silbernitrat) gefüllt ist. Als Kathode dient ein Stück aus demselben Metall. Durch die elektrolytische Wirkung des Stromes lösst sich das Metall an den vom Wachs befreiten Stellen, die dadurch tiefer eingeätzt werden.

C. Glas wird erwärmt, dann mit einer dünnen Schicht Wachs überzogen, geteilt und Zahlen eingeschrieben. In eine Bleischale giesst man etwas Flusssäure (Vorsicht! sehr giftig!), taucht einen an einem Eisendraht befestigten Wattebausch hinein und fährt über die Teilung hin und her (bei 1/10 mm Teilung ca. $^1/_2$ Minute, bei 1 mm Teilung ca. 1 Minute, bei grösseren Teilungen bis zu 2 Min.) Das Glas wird dann gut abgespült, ebenso Watte und Bleischale, das Wachs zunächst mechanisch, nachher mit in Benzol getauchter Watte entfernt.

Bei dem Einstellen ist auf den toten Gang der Schraube zu achten. Hat man über die Marke hinausgedreht, so muss man mindestens um 1 mm zurückdrehen und immer nur von einer Seite einstellen.

Man dreht die Trommel an der Kurbel bis nahe zur gewünschten Stelle mit der Hand; die genaue Einstellung erfolgt durch leichtes Klopfen auf die Kurbel.

Der Stichel muss stets leicht auf den Körper aufgesetzt werden, damit nicht die Spitze stumpf wird; nach dem Ziehen des Striches wird er vorsichtig wieder gehoben.

2. Ausmessung einer Strecke.

Zu dem Zwecke dient ein auf einem Schlitten verschiebbares Mikroskop mit Fadenkreuz (§ 48). In der gewünschten Stellung wird der Schlitten festgeschraubt. Der zu messende Körper wird eingespannt genau wie oben angegeben. Es wird dann 3 mal (auf toten Gang achten!) auf den einen Endpunkt eingestellt, die Einstellungen abgelesen und genau so bei dem anderem Endpunkte verfahren (wieder von derselben Seite einstellen!). Aus den beiden Ablesungen wird das Mittel genommen. Die Differenz der beiden Mittel ergibt die Länge der Strecke. Die ganzen mm werden an der parallel zur Spindel am Tisch angebrachten Skala abgelesen.

Beispiel.

Es ist die Länge eines Glasrohres zu bestimmen.

Einstellung des einen Endes

Skala	Trommel
0 mm + 1/200.	87,0 = 0,435 mm
„	87,2 = 0,436 „
„	87,0 = 0,435 „
Mittel	0,435 mm

Einstellung des zweiten Endes

Skala	Trommel
16 + 1/200.	157,6 = 16,788 mm
„	157,8 = 16,789 „
„	157,6 = 16,788 „
Mittel	16,788 mm

Länge des Glasr. 16,788 — 0,435 = 16,353 mm = 1,6353 cm.

§ 6. Einstellung des Fernrohres bei der Poggendorffschen Spiegelablesung.

A. Subjektive Ablesung.

Ich bestimme zunächst die Normale des Spiegels, indem ich das Spiegelbild meines Auges aufsuche. In die ideelle Linie Spiegel-Auge stelle ich auch das Fernrohr. Weiterhin muss ich die Höhe von Fernrohr und Skala so wählen, dass ein von der Skala reflektierter Strahl auch in das Fernrohr gelangt. Zu diesem Zweck halte ich die Augen in Fernrohrhöhe, sehe an dem Fernrohr vorbei und ändere die Höhenlage der Skala, bis ich das Spiegelbild derselben sehe. Der Abstand zwischen Fernrohr und Skala soll im allgemeinen klein bleiben; es ist also evtl. auch die Höhe des Fernrohres zu ändern bis diese Bedingung erfüllt ist; angenähert kann man zu dem Zweck Fernrohr und Skala in die Mitte zwischen ihren ursprünglichen Stellungen bringen.

Jetzt richte ich das Fernrohr auf den Spiegel, indem ich an demselben entlang visiere. Durch Änderung des Fernrohrauszuges bringe ich es dahin, dass mir dasselbe von dem Spiegel ein scharfes Bild entwirft. Nun will ich aber nicht den Spiegel durch das Fernrohr sehen, sondern das Spiegelbild der Skala. Dieses liegt ebenso weit hinter dem Spiegel, wie die Skala vor dem Spiegel liegt. Will ich aber von einem entfernteren Gegenstande ein deutliches Bild durch das Fernrohr haben, so muss ich das Okular dem Objektiv nähern, also seine Länge verkürzen (§ 50). Wenn die obigen Bedingungen erfüllt sind, so muss ich unbedingt das Spiegelbild der Skala im Fernrohr erblicken.

Im allgemeinen wird aber das Fadenkreuz nicht auf den Skalenteil 50,00 zeigen. Um das zu erreichen, verschiebe ich das Fernrohr mit dem Stativ und zum Schluss, wenn der Unterschied nur noch gering ist, die Skala (evtl. mit Hilfe der Mikrometerschraube).

Sollte das Fadenkreuz nicht scharf und parallaxenfrei gegen das Bild erscheinen (§ 50) so ist die

dem Auge naheliegende Linse des Okulars etwas dem Auge zu nähern oder von ihm zu entfernen.

B. Objektive Ablesung.

Die objektive Ablesung besteht aus einem drehbaren Spiegel, einer Sammellinse, einem Fenster mit senkrechtem Faden und einer transparenten Skala. Der Abstand zwischen Galvanometer und Linse beträgt $^3/_4$ bis 2 m, je nach der Brennweite der Linse.

Ich suche zunächst wieder die Spiegelnormale auf (siehe oben) und stelle die Linse in dieselbe, sowie angenähert in Spiegelhöhe auf. Ich beleuchte den Spiegel durch eine seitlich aufgestellte fadenförmige Lichtquelle (beleuchteter Spalt, Glühlampenfaden) und drehe ihn, bis ich das Bild der Lichtquelle im Galvanometerspiegel sehe. Ich suche dann das reflektierte Bild auf einem dunklen Untergrunde aufzufangen, indem ich diesen Untergrund vom Galvanometer aus nach der Skala fortbewege. Liegt das Bild des Fadens über der Skala, so hebe ich die Ablese-Vorrichtung um angenähert die halbe Differenz und umgekehrt.

Damit das Spiegelbild genau auf den mittleren Skalenteil fällt, verfahre ich genau wie oben angegeben.

Statt der transparenten Skala kann ich auch eine undurchsichtige benutzen; ich beobachte dann die Ausschläge mit Hilfe eines Spiegels.

---

§ 7. Behandlung der Wagen.

Die Schalen sind von Staub zu reinigen. Nach dem Entarretieren (die Schalen dürfen nicht pendeln) soll die Zunge auf dem mittleren Skalenteil einstehen. Etwaiger Fehler ist durch die Fussschrauben oder die an dem Wagebalken befindlichen auf einer Schraubenspindel drehbaren kleinen Gewichte zu regulieren. Auf- und Ablegen der Gewichte und Körper darf nur bei arretierter Wage geschehen. Gefässe mit Flüssigkeit sind vorher aussen abzutrocknen. Gewichte

dürfen nur mit der Pinzette angefasst werden. Von allen Unregelmässigkeiten ist sofort dem Assistenten Mitteilung zu machen.

---

§ 8. Physikalische Wage.

Die Wage beruht auf dem Prinzip des zweiarmigen gleichschenkligen Hebels.

Am Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe der statischen Momente gleich 0 ist; dabei sind die in dem einen Sinne wirkenden positiv, die im entgegengesetzten Sinne negativ zu nehmen. Unter dem statischen Moment versteht man das Produkt aus der Kraft und dem Hebelarm (d. i. die Länge der vom Drehpunkt auf die Richtung der Kraft gefällten Senkrechten). Habe ich also auf der einen Seite den Körper vom Gewicht G_1 am Hebelarm A angebracht, und habe ich Gleichgewicht erreicht durch Anbringung von Gewichten G_2 am anderen Hebelarm von derselben Länge A, so ist nach obigem (da G_1 im entgegengesetzten Sinne wirkt wie G_2)

$$G_1 \cdot A - G_2 \cdot A = 0, \qquad \text{also}$$
$$G_1 = G_2.$$

Das Gewicht eines Körpers ist nun die Kraft, mit welcher die Masse der Erde die Masse des Körpers anzieht. Allgemein ist Kraft gleich Masse mal Beschleunigung. Die Beschleunigung, welche der Körper durch die Anziehung der Erde erleidet, ist die des freien Falls (g), welche nach vielen Versuchen unabhängig von der speziellen Natur des Körpers ist. Bezeichne ich also die Masse des Körpers und die der Gewichte mit M_1 und M_2, so geht die obige Gleichung in die Form über

$$M_1 g = M_2 g \qquad \text{oder}$$
$$M_1 = M_2.$$

Die Wage vergleicht also Massen und nicht Gewichte.

Als Einheit der Masse dient die von 1 cm^3 destillierten Wassers bei 4^0 C. (im Zustande seiner grössten Dichtigkeit). Man nennt diese Masse ein Gramm. Da man auch das Gewicht auf Wasser als Einheitssubstanz bezieht, so werden zwar Masse und Gewicht durch dieselbe Zahl angegeben, bedeuten aber etwas Verschiedenes. So ist 1 Gramm-Gewicht (g_G) die Kraft, mit welcher die Erde 1 Gramm-Masse (g_M) anzieht und die sich z. B. als Druck auf die Unterlage bemerkbar macht. M. a. W.: 1 g_G ist gleich 981 Dynen (1 Dyne ist die Kraft, welche der Masse 1g die Beschleunigung 1 cm pro Sek. erteilt). Es ist nun unsere Aufgabe, die Masse eines Körpers zu bestimmen.

Beschreibung der Wage:

Eine vertikal stehende Metallsäule trägt das Lager für den Hebel (Wagebalken), der zur Verminderung seines Gewichts meist gitterförmig ausgeführt ist. Der Hebel ruht auf einer Achat- oder Stahlschneide, die auf einer Achatplatte aufliegt. An den Enden des Wagebalkens hängen die Schalen in ähnlichen Lagern. Senkrecht zum Wagebalken ist eine Zunge angebracht, die über einer Skala spielt. Zur Schonung der Lager werden die Schneiden durch eine Arretiervorrichtung von den Platten abgehoben. Zum Schutz gegen Luftströmungen befindet sich das Ganze in einem Glaskasten.

Ausführung der Wägung:

Zunächst entfernt man, wenn nötig, mit einem weichen Pinsel den Staub, namentlich von den Wagschalen. Die Zunge muss, falls die Wage unbelastet ist, auf den mittleren Skalenteil einspielen. Diesen bezeichnen wir mit 10 und zählen also von der 0 (links) über 10 bis zum äussersten Strich 20 (rechts). Diese Bedingung kann natürlich nur erfüllt sein, wenn die Säule vertikal steht. Man kontrolliere deswegen vor Beginn des Versuchs, ob das an dieser befestigte Lot (oder die Libelle) einspielt, und korrigiert, wenn

nötig, mit Hilfe der am Wagekasten angebrachten Fussschrauben. Jetzt entarretiert man die Wage vorsichtig, um ihre Ruhelage (d. h. die Einstellung der Zunge bei unbelasteter Wage) festzustellen. Wir bemerken aber, dass die Zunge hin- und herschwingt; es würde eine Zeitverschwendung sein, wollte man warten, bis diese Schwingungen abgelaufen wären. Man bestimmt deshalb die Ruhelage aus den Umkehrpunkten. Ehe man daran geht, überzeugt man sich, ob die Zunge nach beiden Seiten (von der 10 aus) angenähert gleich weit ausschlägt. Beträgt die Differenz der beiderseitigen Ausschläge über zwei Skalenteile, so ist dem Assistenten Mitteilung zu machen, der für Abstellung des Fehlers Sorge tragen wird.

Bestimmung der Ruhelage aus den Umkehrpunkten:

Die Wage soll nach beiden Seiten um etwa drei Skalenteile ausschlagen; ist der Ausschlag zu gering, so öffnet man den Wagekasten (der nach Möglichkeit geschlossen zu halten ist) und erzeugt durch Fächeln mit einem Heft etwas Luftzug, der den Ausschlag bald auf die gewünschte Grösse bringt. Ist der Ausschlag zu gross, so arretiert man vorsichtig, am besten wenn die Zunge die 10 passiert, und entarretiert dann von neuem. Arretieren und Entarretieren hat langsam, nie ruckweise, zu geschehen, weil sonst die Lager leicht schaden leiden. Zeigen sich Unregelmässigkeiten, so ist dem Assistenten sofort Mitteilung zu machen.

Ferner ist darauf zu achten, dass die Schalen nicht pendeln, was leicht zu Fehlern Veranlassung geben kann. Abhilfe wird geschaffen durch mehrfaches vorsichtiges Arretieren und Entarretieren,

Man bestimmt dann eine ungrade Zahl von Umkehrpunkten, in der Regel 5, wobei die Zehntel der Skalenteile noch zu schätzen sind, und notiert sie nach dem Schema des Beispiels; kehrt die Zunge grade auf einem Skalenteil um, so ist, wie immer, in der nächsten Dezimale eine 0 zu schreiben, also z. B. 7,0. Man

nimmt einzeln aus den drei Werten der einen und den zwei der anderen Seite das Mittel und aus beiden Mitteln wieder das Mittel. Dies gibt mir die Ruhelage der unbelasteten Wage. Die Begründung für diese Art des Mittelnehmens ist die folgende: Die Schwingungen der Wage sind weit stärker gedämpft, wie etwa die des Pendels, infolgedessen wird der Ausschlag der Zunge immer geringer; wenn ich also einfach das Mittel aus einem Umkehrpunkte rechts und einem links nehmen würde, so würde ich eine falsche Ruhelage erhalten. Deshalb beobachte ich jetzt noch einen Umkehrpunkt rechts. Wenn ich nun aus den beiden rechts beobachteten das Mittel nehme, so erhalte ich einen (ideellen) Umkehrpunkt rechts; an diesem würde die Zunge zu derselben Zeit umgekehrt sein, zu welcher ich den links beobachtet habe. Da ich also gewissermassen die beiden Umkehrpunkte gleichzeitig beobachtet habe, so sind zwischen beiden die Schwingungen nicht weiter gedämpft worden; ich habe damit den oben angegebenen Fehler vermieden. Genau dasselbe gilt für die von uns vorgenommene Verwertung von 5 Umkehrpunkten. Ich lege auf die linke Wageschale den Körper, (der zu wägen ist), auf die rechte die zum Gleichgewicht erforderlichen Gewichte. Auflegen resp. Abnehmen der Gewichte darf nur bei arretierter Wage geschehen! Die Gewichte sind nur mit der Pinzette anzufassen! Fällt ein Gewicht herunter, so bleibt man ruhig sitzen bis man es liegen sieht; erst dann mit der Pinzette aufheben, damit nicht darauf getreten wird. Geht ein Gewichtsstück verloren, oder wird es lädiert, so ist dem Assistenten Mitteilung zu machen.

Um das Gewicht eines Körpers festzustellen, beginne ich mit den grossen Gewichten, bis ich zu dem komme, das etwas leichter als der Körper ist, und so fort bis zu den Centigrammen herab. Es sind dann die einzelnen aufgelegten Gewichte zu notieren (siehe Beispiel) aus folgenden Gründen: Es ist unmöglich, die Gewichtssätze vollständig genau herzustellen;

die einzelnen Stücke sind stets mit kleinen Fehlern behaftet. Bei sehr feinen Wägungen ist es nun nötig, diese Fehler (die für den betreffenden Gewichtssatz bestimmt sind) zu berücksichtigen. Man muss deshalb wissen, welche Stücke des betreffenden Gewichtssatzes man benutzt hat. Wenn es nun auch nicht immer nötig ist, diese Korrektion anzubringen, so ist es doch gut, sich von vornherein an diese Art der Aufzeichnung zu gewöhnen.

Die weitere Ausgleichung geschieht nun nicht durch die mg Stücke des Gewichtssatzes, sondern durch den Reiter, 1 cg Stück, das mit Hilfe des Reiterlineals auf den in 10 gleiche Teile geteilten Wagebalken aufgesetzt werden kann. Der Reiter wird immer nur auf die ganzen Teile, nicht auf die Bruchteile gesetzt. Steht dieser Reiter z. B. auf 3, so wirkt er nur an einem Hebelarm der Länge 3/10; seine Wirkung ist also gleichwertig einem Gewichtsstück von $0{,}3 \cdot 0{,}01 = 0{,}003$ g, welches sich auf der Wagschale befände.

Es ist nun im allgemeinen unmöglich, hierdurch den Körper vollständig genau abzugleichen. Man wird aber bald ein bestimmtes Gewicht finden, das ein wenig zu klein ist, während eine Mehrbelastung von einem mg es bereits als zu gross erscheinen lässt. Ich bestimme nun für beide Belastungen die Ruhelagen aus 5 Umkehrpunkten wie oben und bestimme die wirklichen Masse des Körpers durch Interpolation (siehe weiter unten).

Da sich die Ruhelage der unbelasteten Wage leicht ändert, bestimme ich dieselbe noch einmal aus 5 Umkehrpunkten in der bekannten Weise und nehme aus den beiden Ruhelagen das Mittel (e_0). Die Einstellung bei dem geringeren Gewicht p_1 sei e_1, bei dem um 1 mgr grösseren p_2 sei e_2.

Bei einer Mehrbelastung von 1 mg erhalte ich also einen Ausschlag von $e_1 - e_2$ Skalenteilen. Diese Grösse bezeichnet man als die Empfindlichkeit für die betreffende Belastung. Wenn die Schneiden des Wagebalkens und der Wagschalen in einer Graden liegen, ist theoretisch die Empfindlichkeit unabhängig

von der Belastung. Diese Bestimmung lässt sich in praxi wegen der mit der Belastung variablen Durchbiegung nicht streng inne halten; es wird deshalb die Empfindlichkeit ein wenig von der Belastung abhängen.

Unter dieser Voraussetzung ist die Empfindlichkeit proportional der Länge des Wagebalkens und umgekehrt proportional seinem Gewicht und dem Abstand des Schwerpunktes vom Unterstützungspunkte. Von diesen 3 Grössen ist an einer fertig ausgeführten Wage nur die letzte variabel. Es befindet sich zu diesem Zweck an der Zunge (oder auf der Mitte des Wagebalkens) ein verschiebbares Laufgewicht. Würde man es zu hoch schieben, so würde der Schwerpunkt über den Unterstützungspunkt fallen, die Wage wäre im labilen Gleichgewicht, sie kippte um; fielen Schwerpunkt und und Unterstützungspunkt zusammen, so wäre die Wage im indifferenten Gleichgewicht; bei geringster Mehrbelastung auf einer Seite würde sie gleichfalls umkippen. Man muss deshalb das Laufgewicht so stellen, dass stets der Schwerpunkt unter den Unterstützungspunkt fällt. Zu nahe darf man beide aber nicht bringen, weil dann, obwohl die Empfindlichkeit wächst, die Schwingungsdauer einen zu grossen Wert erhält, welcher die Beobachtungen ungenau macht.

Es ist den Praktikanten verboten, selbständig die Empfindlichkeit der Wage zu verändern!

Wir kehren zu unser Interpolation zurück; 1 mg bedingt einen Ausschlag von $e_1 - e_2$ Skt. Um 1 Skt. Ausschlag zu erhalten, brauche ich also $\frac{1}{e_1 - e_2}$ mg.

Ich hätte nun bei der Wägung die Gewichte so regulieren müssen, dass die Zunge auf e_0 gezeigt hätte. Sie hat nun aber bei p_1 g Belastung auf e_1 gezeigt; es fehlten also noch $e_1 - e_0$ Skt.; um diese zu erzielen, hätte ich also gebraucht $\frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_2}$ mg. Es ist folglich die

$$\text{Masse des Körpers} = p_1 + {}^1/_{1000} \frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_2} \text{ g.}$$

Wir haben bei unserer Wägung eine Voraussetzung gemacht, welche in praxi nie streng erfüllt ist, nämlich, dass die beiden Hälften des Wagebalkens gleich lang wären. Um uns von derselben frei zu machen, lege ich jetzt den Körper auf die rechte Seite, die Gewichtsstücke links. Als 1. Ruhelage der unbelasteten Wage verwende ich die am Schluss der vorigen Wägung bestimmte. Im Übrigen verfahre ich genau so wie vor, bestimme die Ruhelage bei einer Belastung die etwas zu gering, dann bei einer um 1 mg grösseren, die etwas zu gross, und schliesslich wieder die Ruhelage bei unbelasteter Wage. Das Rechnungsverfahren ist genau so wie vorher, nur geht die Interpolationsformel (bei denselben Bezeichnungen wie oben) in die Form über:

$$\text{Masse} = p_1 + {}^1/_{1000} \frac{e_0 - e_1}{e_2 - e_1}.$$

Ich finde aber hier für die Masse unseres Körpers eine andere Grösse wie zuvor. Wie erhalte ich nun aus beiden Bestimmungen die richtige Masse?

Zur Beantwortung dieser Frage kehre ich zu den Hebelgesetzen zurück. Ich bezeichne (Fig. 6) die beiden Hälften des Wagebalkens mit l und r, die Masse unseres Körpers mit M, die der Gewichte im ersten Fall mit P. Im zweiten Falle ist diese Masse um ein wenig, um die kleine Grösse z, davon verschieden; sie ist also P + z, wobei z positiv oder negativ sein kann. Nach dem Hebelgesetz ist für den Fall des Gleichgewichts:

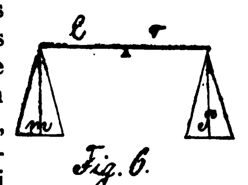


Fig. 6.

$$Ml = Pr$$

und im zweiten Fall

$$Mr = (P + z)\, l;$$

aus den Gleichungen folgt:

$$M^2 \cdot lr = P(P + z)\, lr$$

$$M = \sqrt{P(P+z)} = P\sqrt{1 + \frac{z}{P}} = P\left(1 + \frac{z}{P}\right)^{1/2}.$$

Nun ist z eine kleine Grösse, also erst recht z/P. Ich kann folglich die Klammer nach dem binomischen

Lehrsatze entwickeln und 2. und höhere Potenzen von z/P vernachlässigen. Dann wird

$$M = P\left(1 + \frac{z}{2P}\right) = \frac{P + (P + z)}{2};$$

d. h. die Masse des Körpers ist gleich dem arithmetischen Mittel der auf beiden Seiten bestimmten. Aus obigen beiden Gleichungen folgt weiter:

$$M\,Pr^2 = M(P + z)\cdot l^2 \qquad \text{oder}$$

$$\frac{r}{l} = \sqrt{\frac{P + z}{P}} = \sqrt{1 + \frac{z}{P}} = 1 + \frac{z}{2P}.$$

Ich finde so das Verhältnis der Wagebalken; falls ich dies für eine Wage kenne, kann ich die Doppelwägung sparen, da ja $M = P\frac{r}{l}$; d. h. ich erhalte die wirkliche Masse, wenn ich die gefundene mit dem Verhältnis der Wagebalken multipliziere. Da dies wegen der Durchbiegung etwas mit der Belastung variiert, ist bei feinen Wägungen immer auf die Doppelwägung zurück zu greifen. Handelt es sich um die Verhältnisse zweier Wägungen (z. B. Bestimmung der Dichte), so würde sich der Faktor r/l wegheben; ich kann dort also die Doppelwägung sparen. Da man die Gewichtsstücke mit der rechten Hand nimmt, so wird man den zu wägenden Körper auf die linke Wagschale legen.

Damit bei der Wägung das Verhältnis r/l konstant bleibt, muss man die Wage vor einseitiger Erwärmung schützen (z. B. durch die Beleuchtung); auch die dadurch entstehenden Luftströmungen würden stören. Aus diesem Grunde darf auch die Temperatur des zu wägenden Körpers sich nicht wesentlich von der Zimmertemperatur unterscheiden. Frisch geputzte Gläser sind vor dem Wiegen durch die Spiritusflamme zu ziehen, zur Beseitigung etwaiger elektrostatischer Ladungen, die das Resultat fehlerhaft erscheinen lassen würden.

Diese so gefundene Masse des Körpers ist aber immer noch nicht die richtige. Nach dem Archi-

medischen Prinzip verliert jeder Körper, welcher in eine (tropfbare oder gasförmige) Flüssigkeit taucht, scheinbar soviel von seiner Masse, als die Masse der Flüssigkeitsmenge beträgt, welche mit dem eingetauchten Körper gleiches Volumen hat.

Bezeichne ich also
die Masse des Körpers im Vakuum mit . . . . Q,
die Masse der ihm massengleichen Gewichtsstücke mit M,
die Dichte des Körpers mit . . . . s,
die Dichte der Gewichtsstücke (Messing) mit . . σ,
die Dichte der Luft mit . . . . λ,
so gilt folgendes:

Das Volumen des Körpers ist $\frac{Q}{s}$, folglich die Masse des gleichen Volumens Luft $\frac{Q}{s} \cdot \lambda$; das ist also der scheinbare Massenverlust des Körpers, folglich beträgt seine (scheinbare) Masse in Luft:

$$Q - \frac{Q}{s}\lambda = Q\left(1 - \frac{\lambda}{s}\right).$$

Ganz analog finde ich für die der Gewichtsstücke

$$M\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right).$$

Da nun diese beiden (scheinbaren) Massen in der Luft einander gleich waren, so ist

$$Q\left(1 - \frac{\lambda}{s}\right) = M\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right) \quad \text{oder}$$

$$Q = M \frac{1 - \frac{\lambda}{\sigma}}{1 - \frac{\lambda}{s}} = M\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right)\left(1 - \frac{\lambda}{s}\right)^{-1}.$$

Nun ist λ eine kleine Grösse, also erst recht $\frac{\lambda}{s}$, folglich ist die Entwickelung nach dem binomischen Lehrsatze unter Vernachlässigung 2. und höherer Potenzen von λ gestattet; also ist

$$Q = M\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right)\left(1 + \frac{\lambda}{s}\right) \quad \text{oder}$$

$$Q = M\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma} + \frac{\lambda}{s}\right).$$

Der Wert für σ ist aus Tabelle 1 zu entnehmen; der Wert von s braucht nur angenähert bekannt zu sein, da es sich nur um eine (kleine) Korrektion handelt.

Die Luftdichte λ hängt vom Barometerstand, Lufttemperatur und Feuchtigkeitsgehalt der Luft ab; es genügt, ohne auf diese Abhängigkeit Rücksicht zu nehmen, einen Mittelwert von $\lambda = 0{,}00120$ einzusetzen.

Beispiel.

Wage No. 1 (von Sartorius).
Ring aus Magnalium links, Gewichte rechts.

1. Wage unbelastet:

	3,5		
	4,1	17,5	Summe 21,12, Nullpunkt $e_0 = 10{,}56$.
	4,3	16,8	
Mittel:	3,97	17,15.	

2. Wage belastet mit $10' + 5 + 0{,}5 + 0{,}2 + 0{,}1' + 0{,}01' + 0{,}001 = 15{,}811\ \text{g} = p_1$:

	6,6		
	7,0	14,9	Summe 21,65, Nullpunkt $e_1 = 10{,}83$.
	7,1	14,6	
Mittel:	6,90	14,75.	

3. Wage belastet mit $15{,}812\ \text{g} = p_2$:

	4,4		
	4,5	12,3	Summe 16,72, Nullpunkt $e_2 = 8{,}36$.
	4,8	12,0	
Mittel:	4,57	12,15.	

4. Wage unbelastet:

	7,5		
	7,8	13,5	Summe 21,07, Nullpunkt $e_0 = 10{,}54$
	8,0	13,1	Mittel $e_0 = 10{,}55$!
Mittel:	7,77	13,30.	

Empfindlichkeit bei 16 g Belastung:

$$1 \text{ mg} = e_1 - e_2 = 2{,}47 \text{ Skalenteile.}$$

$$P = p_1 + 1/1000 \frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_2} = 15{,}811 + 1/1000 \frac{0{,}28}{2{,}47} = 15{,}8111 \text{ g}$$

$$\underline{P = 15{,}8111 \text{ g.}}$$

Ring aus Magnalium rechts, Gewichte links.

1. Wage unbelastet: $e_0 = 10{,}54$.
2. Belastet mit 10' + 5 + 0,5 + 0,2 + 0,1' + 0,01' + 0,001 = 15,811 g = p_1:

	5,3		
	5,4	13,1	Summe 18,40, Nullpunkt $e_1 = 9{,}20$.
	5,5	12,9	
Mittel:	5,40	13,00.	

3. Belastet mit 15,812 g = p_2:

	7,0		
	7,2	16,7	Summe 23,80, Nullpunkt $e_2 = 11{,}90$.
	7,4	16,5	
Mittel:	7,20	16,60.	

4. Wage unbelastet:

	7,3		
	7,5	13,6	Summe 21,00, Nullpunkt $e_0 = 10{,}50$.
	7,7	13,4	Mittel: $e_0 = 10{,}52$!
Mittel:	7,50	13,50.	

Empfindlichkeit bei 16 g Belastung:

$$1 \text{ mg} = e_2 - e_1 = 2{,}70 \text{ Skalenteile}$$

$$P + z = p_1 + 1/1000 \frac{e_0 - e_1}{e_2 - e_1} = 15{,}811 + 1/1000 \frac{1{,}32}{2{,}70} = 15{,}8115 \text{ g.}$$

$$z = +\,0{,}0004 \text{ g.}$$

$$M = \frac{P + (P + z)}{2} = \frac{15{,}8111 + 15{,}8115}{2} = 15{,}8113 \text{ g.}$$

$$r/l = 1 + z/2P = 1 + \frac{0,0004}{2 \cdot 18,8111} = 1,000012.$$

$\sigma = 8,4$ (Messing), $s = 2,7$ (Aluminium; Magnalium ist eine Al-Legierung mit hohem Al-Gehalt); aus Tabelle 1.

$$Q = M\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma} + \frac{\lambda}{s}\right)$$

$$= 15,8113\left(1 - \frac{0,00120}{8,4} + \frac{0,00120}{2,7}\right)$$

$$= 15,8159 \text{ g}.$$

Resultate.

Masse des Körpers (unkorrigiert) $M = 15,8113$ g.
„ (auf Vakuum korrigiert) $Q = 15,8159$ g.
Verhältnis der Wagebalken $r/l = 1,000012$.
Empfindlichkeit der Wage: 1 mg = 2,59 Skalenteile bei 16 g Belastung.

---

§ 9. Dichte fester und flüssiger Körper.

Unter der Dichte eines Körpers versteht man die Masse der Volumen-Einheit, das ist 1 cm^3. Da nun 1 cm^3 Wasser bei 4^0 die Masse 1 g hat, so hat also das Wasser bei 4^0 die Dichte 1. Die Dichte hat also din Dimension ML^{-3} (siehe § 17).

Häufig verwechselt wird mit der Dichte der Begriff des spezifischen Gewichts, welcher jedoch nicht identisch mit ihr ist. Unter dem spezifischen Gewicht versteht man das Verhältnis der Masse eines Körpers zu der des gleichen Volumens Wasser. Da sich die Massen wie die Gewichte verhalten (§ 8), so kann man auch sagen: Spezifisches Gewicht ist das Verhältnis des Gewichts eines Körpers zu dem Gewicht des gleichen Volumens Wasser. Das spezifische Gewicht wird also ausgedrückt durch eine reine, unbenannte Zahl.

Da das cm^3 Wasser als Massen- (und auch als Gewichts-) Einheit gebraucht wird, so werden Dichte und spezifisches Gewicht durch dieselbe Zahl ausgedrückt, sind aber nicht identische Begriffe.

a) Feste Körper.

Gemäss der obigen Definition bestimmt sich die Dichte eines Körpers der Masse M und vom Volumen V aus der Gleichung:

$$s = \frac{M}{V}.$$

Da die Körper mit der Temperatur ihr Volumen ändern, so ist auch ihre Dichte von der Temperatur abhängig. Man muss deshalb auch stets die Temperatur angeben, bei welcher man die Dichte bestimmt hat.

Die Masse eines Körpers haben wir gelernt mit der Wage zu bestimmen. Das Volumen lässt sich bei regelmässig geformten Körpern durch Ausmessen ihrer Dimensionen bestimmen, doch wird dies selten genau genug. Man greift deshalb allgemein zur Volumen-Bestimmung zurück auf das Archimedische Prinzip: Ein in eine Flüssigkeit eintauchender Körper verliert scheinbar soviel an Masse, als die Masse der Flüssigkeit beträgt, welche mit dem Körper gleiches Volumen hat. Bestimme ich also diesen Massenverlust und kenne ich die Dichte der betreffenden Flüssigkeit für die Beobachtungstemperatur, so kenne ich das Volumen der Flüssigkeit, und damit auch das des Körpers.

Als Flüssigkeit verwendet man meist Wasser; für Körper die im Wasser löslich sind, Alkohol, Benzol etc.

b) Flüssige Körper.

Da Flüssigkeiten kein bestimmtes Volumen haben, so muss ich mit diesen etwas anders verfahren.

Ich bestimme einmal den scheinbaren Massenverlust (Auftrieb) eines festen Körpers in Wasser und dann den Auftrieb desselben Körpers in der zu untersuchenden Flüssigkeit. Dadurch habe ich nach dem Archimedischen Prinzip die Massen zweier gleicher Volumina Wasser

und Flüssigkeit bestimmt. Das Verhältnis beider gibt mir nach der obigen Definition das spez. Gewicht und damit auch die Dichte der Flüssigkeit. (Über die Bestimmung der Dichte mit dem Pyknometer siehe § 11).

Ausführung des Versuchs!

Die Masse des Körpers ist vom vorhergehenden Versuch bekannt. Da es sich hier nur um Verhältnisse handelt, ist der mit Hilfe der Wägung nur auf der linken Wagschale bestimmte Wert zu wählen. (Selbstverständlich ist dieselbe Wage zu benutzen.) Es wird zunächst der Staub von den Wagschalen entfernt, dann ein Tischchen über die linke Wagschale und auf dieses ein geeignetes (trockenes) Becherglas gesetzt. Der Körper wird jetzt an einem dünnen ausgeglühten Kupferdraht aufgehängt, so dass er inmitten des Becherglases frei schwebt. Der Draht ist dabei einfach zu nehmen. Der Körper wird in einer Schleife durch Zusammendrehen des Drahtes befestigt; ähnlich wird die Öse zum Aufhängen gebildet. Überstehende Enden sind abzuschneiden.

Ich bestimme jetzt die Masse des Drahtes, vermehrt um die des Körpers, genau wie vor (siehe Beispiel), selbstverständlich nur auf der linken Seite, Indem ich hiervon die Masse des Körpers subtrahiere, erhalte ich die Masse des Aufhängedrahtes.

Jetzt fülle ich mit Hilfe einer Pipette das Becherglas mit destilliertem Wasser, dessen Temperatur ich in dem Aufbewahrungsgefäss mit Hilfe eines 1/1° zeigenden Thermometers (1/10° schätzen!) bestimme. (Vorsicht, dass kein Wasser verschüttet wird, evtl. mit einem Tuch entfernen!) Das Wasser in dem Becherglas muss so hoch stehen, dass das zusammengedrehte Ende des Drahtes sich vollständig unter Wasser befindet, damit sich nicht Wassertröpfchen einhängen.

Ich merke mir angenähert, wie weit der Draht eingetaucht ist. An dem Körper oder Draht etwa

anhaftende Luftbläschen sind mit einem Stück Draht zu entfernen.

Ich bestimme jetzt die (scheinbare) Masse des Körpers im Wasser, vermehrt um die des in das Wasser eintauchenden Stückes Draht und die Masse des Drahtrestes in Luft, genau wie bei der Massenbestimmung in Luft (siehe Beispiel). Bei den Wägungen in Wasser werden die Schwingungen meist so stark gedämpft sein, dass ich nicht 5 Umkehrpunkte ablesen kann; ich warte dann, bis die Zunge ruhig steht und lese die Einstellung direkt ab.

Das Wasser wird dann aus dem Becherglase entfernt, dieses ausgetrocknet und mit der zu untersuchenden Flüssigkeit (Temperatur derselben messen!), bis zur selben Höhe wie vor gefüllt. Es wird jetzt die Wägung in derselben analog wie oben ausgeführt.

Nach Beendigung wird die Flüssigkeit in die Aufbewahrungsflasche zurückgegossen, das Glas mit Leitungswasser gespült und ausgetrocknet. Überhaupt sind alle Apparate in dem Zustande abzuliefern, in welchem sie vorgefunden wurden.

Der Draht wird vorsichtig auseinander gedreht und die Länge des ganzen Drahtes, sowie die des eingetauchten Stücks, auf einem Massstab bis auf mm bestimmt.

Die Dichte erhalten wir nun nicht aus der einfachen Formel $s = M/V$, sondern wir müssen auch hier Rücksicht nehmen auf den Auftrieb der Luft.

Ich bezeichne wieder

die Masse des Körpers mit . . . . Q,
die Masse der Gewichte bei der Wägung des Körpers in Luft mit . . . . P,
die Masse der Gewichte bei der Wägung des Körpers in Wasser mit . . . . P_1,
die Masse der Gewichte bei der Wägung des Körpers in der Flüssigkeit mit . . . . . . P_2,

die Dichte des Körpers mit . . . , ... s,
„ „ der Gewichte (Messing) mit . , . . σ,
„ „ des Wassers mit . . . . r_t,
(der Index t deutet die Abhängigkeit von der Temperatur an).
die Dichte der Kochsalzlösung mit . . . . . , . ϱ_τ,
(τ die Temperatur)
die Dichte der Luft mit . . . . λ,

Ich gehe aus von der Gleichung

$$Q\left(1-\frac{\lambda}{s}\right)=P\left(1-\frac{\lambda}{\sigma}\right),$$

die ich auch schreiben kann, wenn ich mit V das Volumen des Körpers bezeichne

$$V(s-\lambda)=P\left(1-\frac{\lambda}{\sigma}\right).$$

Die Masse des gleichen Volumens Wassers ist $P-P_1$, die des gleichen Volumens Flüssigkeit $P-P_2$. Analog erhalte ich die beiden entsprechenden Gleichungen

$$V(r_t-\lambda)=(P-P)_1\left(1-\frac{\lambda}{\sigma}\right)$$ und

$$V(\varrho_\tau-\lambda)=(P-P_2)\left(1-\frac{\lambda}{\sigma}\right).$$ Durch Division folgt:

$$s=\frac{P}{P-P_1}(r_t-\lambda)+\lambda$$ und

$$\varrho_\tau=\frac{P-P_2}{P-P_1}(r_t-\lambda)+\lambda.$$

Hierin ist r_t aus der Tabelle 3 zu entnehmen, λ ist gleich 0,00120. P ist vom vorhergehenden Versuch bekannt. Es bleiben also noch die Grössen P_1 und P_2 zu bestimmen.

Ich bezeichne die (scheinbare) Masse des Körpers in Wasser, vermehrt um die des eingetauchten Drahtes in Wasser und die des Drahtrestes in Luft mit m_1,

das entsprechende bei der Flüssigkeit mit . . . . m_2,
die Masse des Drahtes mit . . . . M,
die Dichte des Drahtes mit . . . . d,
die Länge des Drahtes mit . . . . L,
die Länge des eingetauchten Stückes mit . . . . l,
folglich die des Restes mit . . . . L-l.

Also ist die Masse des Drahtrestes gleich $M\frac{L-l}{L}$.

Die Masse des eingetauchten Stückes ist Ml/L; sein Volumen ist $\frac{M\,l/L}{d}$, also sein (scheinbarer) Massenverlust in Wasser $Ml/L\frac{r_t}{d}$, in der Flüssigkeit $Ml/L\frac{\varrho_\tau}{d}$; folglich ist seine (scheinbare) Masse im Wasser $Ml/L - Ml/L\frac{r_t}{d}$ und in der Flüssigkeit $Ml/L - Ml/L\frac{\varrho_\tau}{d}$.

Also ist

$$P_1 + M\,l/L - M\,l/L\frac{r_t}{d} + M\frac{L-l}{L} = m_1 \qquad \text{und}$$

$$P_2 + M\,l/L - M\,l/L\frac{\varrho_\tau}{d} + M\frac{L-l}{L} = m_2 \qquad \text{oder}$$

$$P_1 = m_1 - M + M\,l/L\frac{r_t}{d} \qquad \text{und}$$

$$P_2 = m_2 - M + M\,l/L\frac{\varrho_\tau}{d}.$$

Hierin ist d (für Kupfer) aus Tab. 1 zu entnehmen, r_t ist hier mit genügender Annäherung gleich 1, ϱ_τ braucht nur angenähert bekannt zu sein. m_1 und m_2, sowie L und l sind direkt bestimmt, M erhält man (wie oben angegeben) aus der Differenz der Wägung des Körpers + Drahts und der des Körpers in Luft.

Beispiel.

Bestimmung der Dichte von Magnalium und von gesättigter Kochsalzlösung.

Masse des Magnaliums (siehe § 8). P = 15,8111 g.

A. Magnalium und Draht in Luft.

1. Wage unbelastet:

	8,6		
	8,9	12,2	Summe 20,88, $e_0 = 10{,}44$.
	9,0	11,9	
Mittel:	8,83	12,05.	

2. belastet mit $10' + 5 + 0{,}5 + 0{,}2 + 0{,}1' + 0{,}05 + 0{,}02 + 0{,}01' + 0{,}01'' + 0{,}009 = 15{,}899 \text{g} = p_1$.

	6,3		
	6,4	14,9	Summe 21,15, $e_1 = 10{,}58$.
	6,5	14,6	
Mittel:	6,40	14,75.	

3. belastet mit $15{,}900 \text{ g} = p_2$.

	4,5		
	4,8	12,4	Summe 17,02, $e_2 = 8{,}51$.
	5,0	12,1	
Mittel:	4,77	12,25.	

4. unbelastet:

	7,0		
	7,3	13,8	Summe 21,12, $e_0 = 10{,}56$.
	7,5	13,9	
Mittel:	7,27	13,85.	Mittel $e_0 = 10{,}50$!

Empfindlichkeit der Wage bei 16 g Belastung: 1 mg $= e_1 - e_2$! $= 2{,}07$ Skt.

$$P + M = p_1 + 1/1000 \frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_2} = 15{,}899 + 1/1000 \frac{0{,}08}{2{,}07} = 15{,}8990 \text{ g}.$$

$M = 15{,}8990 - 15{,}8111 = 0{,}0879$ g.

B. Magnalium und Draht in Wasser. $t = 16{,}4^0$.

1. unbelastet.

$$e_0 = 10{,}56.$$

2. belastet mit $5 + 2 + 1' + 1'' + 0{,}5 + 0{,}2 + 0{,}1' + 0{,}1'' + 0{,}05 + 0{,}01' + 0{,}008 = 9{,}968 \text{ g} = p_1$.

$$e_1 = 11{,}5.$$

3. belastet mit $9{,}969 \text{ g} = p_2$.

$$e_2 = 8{,}6.$$

4. unbelastet:

	4,9		
	5,0	16,2	Summe 21,12, $e_0 = 10{,}56$.
	5,3	15,9	
Mittel:	5,07	16,05.	Mittel $e_0 = 10{,}56!$

Empfindlichkeit der Wage bei 10 g Belastung: $1 \text{ mg} = e_1 - e_2 = 2{,}9$ Skt.

$$m_1 = 9{,}968 + 1/1000 \frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_2} = 9{,}968 + 1/1000 \frac{0{,}94}{2{,}9} = 9{,}9683 \text{ g}.$$

C. Magnalium und Draht in Lösung. $\tau = 19{,}0^0$.

1. unbelastet.

$$e_0 = 10{,}56.$$

2. belastet mit $5 + 2 + 1' + 0{,}5 + 0{,}2 + 0{,}1' + 0{,}01' + 0{,}003 = 8{,}813 \text{ g} = p_1$.

$$e_1 = 11{,}1.$$

3. belastet mit $8{,}814 \text{ g} = p_2$.

$$e_2 = 8{,}5.$$

4. unbelastet

	7,1		
	7,4	13,8	Summe 21,03, $e_0 = 10{,}52$.
	7,8	13,4	
Mittel:	7,43	13,60	Mittel $e_0 = 10{,}54!$

Empfindlichkeit der Wage bei 9 g Belastung

$$1\ \text{mg} = e_1 - e_2 = 2{,}6\ \text{Skt.}$$

$$m_2 = 8{,}813 + 1/1000 \frac{e_1 - e_0}{e_1 - e_2} = 8{,}813 + 1/1000 \frac{0{,}54}{2{,}4} = 8{,}8132\ \text{g}.$$

Länge des Drahtes $L = 208$ mm.
Länge des eingetauchten Stücks $l = 74$ mm.
Dichte $d = 8{,}7$ (aus Tabelle 1).

$$P_1 = m_1 - M + Ml/L \cdot 1/d$$

$$= 9{,}9683 - 0{,}0879 + \frac{0{,}0879 \cdot 74}{208 \cdot 8{,}7}$$

$$P_1 = 9{,}8840\ \text{g}.$$

$$P_2 = m_2 - M + M \frac{l}{L} \cdot \frac{\varrho}{d}$$

$$= 8{,}8132 - 0{,}0879 + \frac{0{,}0879 \cdot 74 \cdot 1{,}2}{208 \cdot 8{,}7}$$ (ϱ angen. $= 1{,}2$ aus Tabelle 1).

$$P_2 = 8{,}7296\ \text{g}.$$

$r_t = 0{,}99890$ (aus Tabelle 3).

$$s = \frac{P}{P - P_1} \cdot (r_t - \lambda) + \lambda.$$

$$= \frac{15{,}8111}{15{,}8111 - 9{,}8840} \cdot (0{,}99890 - 0{,}00120) + 0{,}00120$$

$$s = 2{,}6627.$$

$$\varrho_\tau = \frac{P - P_2}{P - P_1} \cdot (r_t - \lambda) + \lambda$$

$$= \frac{15{,}8111 - 8{,}7296}{15{,}8111 - 9{,}8840} \cdot (0{,}99890 - 0{,}00120) + 0{,}00120$$

$$\varrho_\tau = 1{,}1932.$$

Resultate.

Es ist also die Dichte des Magnaliums gleich **2,6627** und die Dichte der gesättigten Kochsalzlösung bei 19,0° gleich **1,1932**.

§ 10. Dichte pulverförmiger Körper.

Über Dichte siehe § 9.

Die Dichte pulverförmiger Körper (Sand, Schrot) bestimmt man am besten mit dem Volumenometer (§ 14). Die gewöhnliche Methode (Archimedisches Prinzip, § 9) ist nicht anwendbar, da man sie nicht an einem Faden aufhängen kann, was zur Bestimmung des Massenverlustes in Wasser nötig ist. Man bedient sich deshalb dazu des Pyknometers, eines mit einer Marke versehenen Glasballons. Ich stelle die Masse desselben auf der Wage fest (es genügt Wägung bis auf $^1/_{100}$ g wegen sonstiger Ungenauigkeit der Methode; es können deshalb auch Korrektionen aufs Vakuum und Temperatur-Korrektionen unterbleiben). Ich bringe dann von dem Körper soviel in das Pyknometer, dass etwa die Hälfte desselben gefüllt ist und wiege wieder. Dadurch erhalte ich die Masse des Körpers. Um sein Volumen zu bestimmen, fülle ich das Pyknometer bis zur Marke mit Wasser (etwa anhaftende Luftbläschen mit einem Draht entfernen!), wäge dasselbe, entferne dann den Körper aus dem Pyknometer, fülle dasselbe bis zur Marke völlig mit Wasser an und wiege wieder.

Ich bezeichne

Die Masse des Pyknometers (leer) mit . . . . . A,
„ „ „ „ „ + Körpers mit . . . B,
„ „ „ „ „ „ „ + Wassers mit C,
„ „ „ „ + Wassers (völlig gefüllt mit) D.

Es ist die Masse des Körpers (B — A) g, die Masse des das Pyknometer füllenden Wassers (D — A) g, und da ein g Wasser ein Volumen von 1 cm³ einnimmt, so ist das Volumen des Pyknometers D — A cm³; das vom Körper nicht eingenommene (Rest-) Volumen des Pyknometers ergibt sich analog zu (C — B); also ist das Volumen des Körpers [D — A — (C — B)] cm³ und also die Dichte

$$s = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} = \frac{B - A}{D + B - C - A}.$$

Beispiel.

Zu bestimmen die Dichte des Schrots.

Pyknometer leer	A = 12,31 g
„ „ + Körper	B = 133,40 g
„ „ „ „ + Wasser	C = 153,22 g
„ „ + Wasser	D = 44,02 g

$$s = \frac{B - A}{D + B - C - A} = \frac{133,40 - 12,31}{44,02 + 133,40 - 153,22 - 12,31} =$$

10,18.

---

§ 11. Pyknometer.

Das Pyknometer dient zur Bestimmung der Dichte flüssiger Körper. (Über Dichte siehe § 9.) Ich wäge ein bestimmtes Volumen Flüssigkeit; die Bestimmung der Dichte geschieht also auf Grund der Definitionsgleichung

$$s = \frac{M}{V}.$$

Das Pyknometer ist ein kleiner Glasballon mit eingeschliffenem und kapillar durchbohrtem Stopfen. Um das Volumen zu bestimmen, wird es völlig mit Wasser gefüllt, der Stopfen eingesetzt, und das überfliessende Wasser abgetrocknet. Analog wird bei Füllung mit der zu untersuchenden Flüssigkeit verfahren. Die Temperatur des Wassers und der Flüssigkeit wird gemessen ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!).

Bei einer andern Form besteht der Stopfen aus einem eingeschliffenen Thermometer. Das Pyknometer trägt dann weiter eine feine Kapillare mit Marke und aufgeschliffenem Verschlussstück (um das Verdunsten zu vermeiden). Um dieses mit Wasser oder irgend einer Flüssigkeit zu füllen, wird es zunächst völlig gefüllt und das Thermometer eingesetzt. Die überschüssige Flüssigkeit tritt aus der Kapillare aus und wird mit Fliesspapier abgesaugt. Das Pyknometer soll

nun aber gerade bis zur Marke gefüllt sein; (die Flüssigkeit steht aber gewöhnlich oberhalb derselben). Zu dem Zwecke erwärme ich das Pyknometer ein wenig mit der Hand, dass noch weitere Flüssigkeit austritt und kühle es dann langsam in Wasser soweit ab, bis das Flüssigkeitsniveau gerade in der Höhe der Marke steht. In dem Augenblick wird die Temperatur abgelesen ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!).

Ausführung des Versuchs.

Ich stelle zunächst die Masse des trocknen Pyknometers auf der Wage fest (§ 8); (nur auf einer Seite wiegen, da es nur auf das Verhältnis zweier Wägungen ankommt). Sollte es nicht trocken sein, so wird es zunächst mit destilliertem Wasser, dann mit ein wenig Alkohol (zur Entfernung des Wassers) und schliesslich mit ein wenig Äther (zur Entfernung des Alkohols) ausgespült. Die Ätherdämpfe werden entfernt, indem ich an ein bis auf den Boden reichendes Glasrohr eine Trockenröhre (Chlorcalcium) und ein Handgebläse anschliesse und so trockne Luft hineinblase. Auf die angegebene Weise wird dann das Pyknometer (um sein Volumen zu bestimmen), zunächst mit Wasser gefüllt und die Temperatur desselben bis auf $^1/_{10}{}^0$ gemessen. Das gefüllte Pyknometer wird wieder gewogen.

Ebenso wird dann das Pyknometer mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt (zunächst mit ein wenig derselben vorspülen) und auch die Temperatur bestimmt.

Nach dem Gebrauch ist das Pyknometer auszutrocknen.

Ich bezeichne

Die Masse des Pyknometers leer mit . . . . . . p,
„ „ „ „ + Wasser mit . . . P_1,
„ „ „ „ + Flüssigkeit mit . . P_2,
Das Volumen des Pyknometers bei 0^0 mit . . . . V_0,
Den linearen Ausdehnungskoeffizienten d. Glases mit β,

Die Temperatur des Wassers mit . . . . t,
„ „ der Flüssigkeit mit . . . . τ,
Die Dichte des Wassers mit . . . . r_t,
„ „ der Flüssigkeit mit . . . . ϱ,
„ „ der Gewichtsstücke (Messing) mit . . σ,
„ „ der Luft mit . . . . λ.

Es ist $\lambda = 0{,}00120$; β ist aus Tabelle 7, σ aus Tabelle 1 zu entnehmen.

Nach § 9 gilt für die Masse des Wassers

$$V(r_t - \lambda) = (P_1 - p)\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right)$$

Dabei bedeutet V das Volumen des Pyknometers bei t^0. Zwischen diesem und dem bei 0^0 besteht nach § 32 die Beziehung

$$V = V_0(1 + 3\beta t),$$ also ist

$$V_0(1 + 3\beta t)(r_t - \lambda) = (P_1 - p)\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right)$$

und analog für die Masse der Flüssigkeit

$$V_0(1 + 3\beta\tau)(\varrho_\tau - \lambda) = (P_2 - p)\left(1 - \frac{\lambda}{\sigma}\right).$$

Durch Division folgt

$$\varrho_\tau = \lambda + \frac{P_2 - p}{P_1 - p}(r_t - \lambda)\frac{1 + 3\beta t}{1 + 3\beta\tau}$$

$$= \lambda + \frac{P_2 - p}{P_1 - p}(r_t - \lambda)[1 + 3\beta(t - \tau)],$$

unter Vernachlässigung höherer Potenzen von β.

Beispiel.

Es ist die Dichte gesättigter Kochsalzlösung zu bestimmen. Für die Wägungen siehe das Beispiel § 8.

Masse des Pyknometers leer $p = 24{,}0780$ g.
„ „ „ + Wasser $P_1 = 74{,}0897$ g. $t = 17{,}8^0$.
„ „ „ + Lösung $P_2 = 84{,}2593$ g. $\tau = 18{,}0^0$.

Gegeben $\lambda = 0{,}00120$, $r_t = 0{,}99867$, $\beta = 0{,}0_5 8$. (aus den Tabellen.)

$$\varrho_\tau = \lambda + \frac{P_2 - p}{P_1 - p}(r_t - \lambda)\,[1 + 3\beta(t - \tau)]$$

$$= 0{,}00120 + \frac{84{,}2593 - 24{,}0780}{74{,}0897 - 24{,}0780}(0{,}99867 - 0{,}00120)$$

$$[1 + 3 \cdot 0{,}0_5 8\,(17{,}8 - 18{,}0)],$$

$$= 1{,}2013.$$

Es ist die Dichte gesättigter Kochsalzlösung bei 18^0 **1,2013.**

---

§ 12. Mohrsche Wage.

Die Mohrsche Wage dient hauptsächlich zur Bestimmung der Dichte fester und flüssiger Körper. (Über Dichte und Bestimmung derselben siehe § 9).

Die Mohrsche Wage hat gegenüber der gewöhnlichen den Vorteil, dass man mit einer geringeren Anzahl von Gewichtsstücken (in der Regel 4) auskommt, deren Massen zu einander in dem Verhältnis stehen 1 : 0,1 : 0,01 : 0,001; dabei spielt die absolute Masse der Gewichtsstücke keine Rolle.

Die Gewichtsstücke (Reiter) werden hier nicht auf die Wagschale gelegt, sondern in die Einkerbungen des in genau 10 gleiche Teile geteilten Wagebalkens.

Prüfung der Wage: Man hängt an die beiden Haken des Wagebalkens die von Staub gereinigten Wagschalen, entarretiert vorsichtig und sieht, ob die Zunge auf dem mittleren Skalenteil einspielt. Eventuell ist durch die Fussschrauben zu korrigieren.

Nun überzeugt man sich, ob die Reiter und die Einteilung des Wagebalkens richtig sind. Reiter nur mit der Pinzette anfassen; Auf- und Abnehmen nur bei arretierter Wage!

Man hängt den einen der beiden 1-Reiter auf den Haken am linken Ende des Wagebalkens, den anderen auf den rechten und sieht, ob die Wage

wieder einspielt. Sollten sich grobe Abweichungen zeigen, so ist dem Assistenten Mitteilung zu machen.

Sodann vertauscht man die beiden Reiter und beobachtet wieder. Nachdem man sich von der Gleichheit der beiden Reiter überzeugt hat, nehme ich den linken Reiter herab und tariere den rechten Reiter auf der linken Wagschale aus (durch das beigegebene Tariergewicht).

Um jetzt die Richtigkeit der Teilung des Wagebalkens zu prüfen, setze ich den einen Reiter auf die Kerbe 1, den anderen auf die Kerbe 9. Die beiden Reiter wirken jetzt an Hebelarmen der Länge 1 und 9, haben also ein statisches Moment (wenn ich ihre Masse gleich 1 setze) der Grösse $1 \cdot 1 + 1 \cdot 9 = 10$, während vorher der eine an dem Haken (Kerbe 10) hängende ein statisches Moment von derselben Grösse $(1 \cdot 10)$ ausübte. Falls die Teilung des Wagebalkens richtig ist, so muss also die Wage auch jetzt einspielen, da wir beide Mal ein statisches Moment von derselben Grösse ausüben.

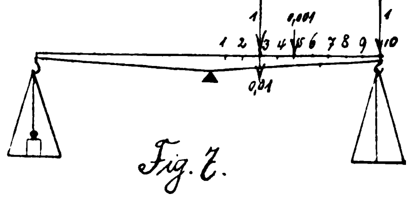
Ebenso setzen wir die Reiter in die Kerben 2 und 8, 3 und 7, 4 und 6 und schliesslich 5 und 5 und sehen, ob die Wage einspielt.

Nachdem wir uns von der Richtigkeit der Wagebalkenteilung überzeugt haben, untersuchen wir die anderen Reiter und hängen zu diesem Zweck den 1-Reiter auf 9, den 1/10-Reiter auf 10. Sie üben dann ein statisches Moment aus von der Grösse $1 \cdot 9 + 1/10 \cdot 10$, also wieder gleich 10; die Wage muss auch jetzt einspielen. Dann hängen wir den 1-Reiter und den 1/10-Reiter auf 9, den 1/100-Reiter auf 10 und schliesslich diese 3 Reiter auf 9 und den 1/1000-Reiter auf 10. Die statischen Momente sind in beiden Fällen $1 \cdot 9 + 1/10 \cdot 9 + 1/100 \cdot 10$ und $1 \cdot 9 + 1/10 \cdot 9 + 1/100 \cdot 9 + 1/1000 \cdot 10$, in beiden Fällen also wieder gleich 10.

Nachdem wir uns so von der Richtigkeit der Wage überzeugt haben, gehen wir an die Bestimmung der Dichte.

A. Fester Körper.

Wir legen den Körper auf die linke Wagschale und bringen die Wage durch Aufsetzen der Reiter auf den rechten Wagebalken zu Einspielen. Man beginnt zu dem Zweck mit dem grössten Reiter von 10 aus und verschiebt ihn nach den kleineren Zahlen hin so lange auf dem Wagebalken, bis er nicht ganz zum Gleichgewicht ausreicht. Analog verfährt man der Reihe nach mit den übrigen Reitern. Es sei Gleichgewicht in dem Falle der Figur 7. Das statische Moment ist dann $1 \cdot 10 + 1 \cdot 3 + 0{,}1 \cdot 0 + 0{,}01 \cdot 3 + 0{,}001 \cdot 5 = 13{,}035$ Einheiten. Da es nur auf das Verhältnis zweier Wägungen ankommt, und der zu wägende Körper immer am selben Hebelarm angreift, so können wir direkt seine Masse gleich 13,035 Einheiten setzen.



Ich entferne jetzt die linke Wagschale, bringe an ihre Stelle das Ausgleichgewicht, und überzeuge mich, ob die Wage jetzt noch einspielt (eventuell mit der Fussschraube korrigieren).

Darunter stelle ich auf einen Teller ein trocknes Becherglas von geeigneter Grösse und befestige den Körper so an einem dünnen ausgeglühten Kupferdraht, dass er frei schwebt. Der Kupferdraht wird nur einfach genommen, der Körper durch Zusammendrehen einer Schleife befestigt; ähnlich wird die Öse zum Aufhängen gebildet. Analog wie oben stelle ich jetzt die Masse des Körpers, vermehrt um die des Drahtes, in unseren Einheiten fest. Dadurch kenne ich die Masse des Drahtes. Dann führe ich dieselbe Wägung aus, wenn der Körper in Wasser taucht. Darauf achten, dass der Draht, wo er die Wasseroberfläche durchsetzt, einfach ist; Temperatur des Wassers

mit einem $1/1^0$ zeigenden Thermometer messen; $1/10^0$ schätzen!
Nach Ausführnng der Wägung messe ich die Länge des ganzen Drahtes und die des eingetauchten Stücks auf einem Massstab bis auf mm.

Bei der Genauigkeit der Wägung muss ich die Dichte auf das Vakuum korrigieren.

Ich bezeichne
die Masse des Körpers in Luft mit . . . . P,
die (scheinbare) Masse des Körpers im Wasser mit P_1,
die Dichte des Körpers mit . . . . s,
„ „ „ Wassers mit . . . . r_t,
(der Index t deutet die Abhängigkeit von der Temperatur an)
die Dichte der Luft mit . . . . λ.

Es ist dann (siehe § 9)

$$s = \frac{P}{P - P_1}(r_t - \lambda) + \lambda.$$

Hier ist r_t aus der Tabelle 3 zu entnehmen; $\lambda = 0{,}00120$.

In der Gleichung ist P_1 noch unbekannt.

Ich bezeichne
die Masse d. Körpers + der des Drahtes in Wasser mit p_1,
die Masse des Drahtes in Luft mit . . . . M,
die Dichte des Drahtes mit . . . . d,
die Länge des Drahtes mit . . . . L,
die Länge des eingetauchten Stücks mit . . . . l.

Dann ist (siehe § 9)

$$P_1 = p_1 - M + Ml/L \cdot 1/d.$$

Hier ist d aus Tabelle 1 zu entnehmen.

Beispiel.

Es soll die Dichte des Aluminiums bestimmt werden.

Masse des Al: $P = 1 \cdot 9 + 0{,}1 \cdot 6 + 0{,}01 \cdot 5 + 0{,}001 \cdot 2 =$ . . . . 9,652 Einh.
Masse des Al + Draht $1 \cdot 9 + 0{,}1 \cdot 7 + 0{,}01 \cdot 6 + 0{,}001 \cdot 5 =$ . . . . 9,765 Einh.
Also Masse des Drahtes M = ... 0,113 Einh.

(Scheinbare) Masse des Al + Drahtes in Wasser $p_1 = 1 \cdot 6 + 0{,}1 \cdot 2 + 0{,}01 \cdot 0 + 0{,}001 \cdot 3 = 6{,}203$ Einh. } Temp. 15,5°

Länge des Drahtes L = 136 mm.
Länge des eingetauchtes Stückes l = 61 mm.
Es ist die Dichte des Wassers bei 15,5° $r_t = 0{,}99905$, aus Tab. 3.
„ „ „ „ „ Aufhängedrahtes (Cu) d = 8,7 aus Tab. 1.

Die scheinbare Masse des Al im Wasser ist

$$P_1 = p_1 - M + Ml/L \cdot 1/d$$
$$= 6{,}203 - 0{,}113 + \frac{0{,}113 \cdot 61}{136 \cdot 8{,}7}$$
$$= 6{,}096 \text{ Einh.}$$

Die Dichte des Al ist

$$s = \frac{P}{P - P_1}(r_t - \lambda) + \lambda$$
$$= \frac{9{,}652}{9{,}652 - 6{,}096}(0{,}99905 - 0{,}00120) + 0{,}00120$$
$$s = 2{,}7096.$$

B. Flüssige Körper.

An den Haken des rechten Wagebalkens hänge ich den Thermometerkörper, an den linken das Ausgleichgewicht und überzeuge mich, ob die Wage einspielt (evtl. mit der Fussschraube korrigieren).

Ich lasse jetzt den Thermometerkörper vollständig in Wasser (Becherglas auf Teller setzen) eintauchen und bringe die Wage durch aufgesetzte Reiter wieder zum Einspielen. Zugleich lese ich an dem Körper die Temperatur ab; $^1/_{10}{}^0$ schätzen! Ich bestimme so den Auftrieb, welchen der Körper im Wasser erleidet. Analog bestimme ich den Auftrieb in der zu untersuchenden Flüssigkeit (Temperatur ablesen!).

Für die Berechnung siehe § 9.

Ich bezeichne

den Auftrieb im Wasser mit . . . A_1 (dort $P - P_1$)
„ „ in der Lösung mit . . . A_2 (dort $P - P_2$)

die Dichte des Wassers mit . . . r_t (t die Temp.),
„ „ der Lösung mit . . . . ϱ (τ „ „),
„ „ „ Luft mit . . . . . λ.

$$\text{Dann ist } \varrho_\tau = \frac{A_2}{A_1}(r_t - \lambda) + \lambda.$$

Für die Praxis: Der Thermometerkörper ist so eingerichtet, dass sein Auftrieb in Wasser von 15^0 gleich 1 ist. Man erhält also die Dichte einer Flüssigkeit (nicht auf Vakuum korrigiert), bezogen auf Wasser von 15^0 als Einheit, direkt aus der Messung des Auftriebes, indem dann $\varrho_\tau = A_2$ wird.

Beispiel.

Es ist die Dichte von gesättigter Kochsalzlösung zu bestimmen.

Auftrieb im Wasser $A_1 = 1 \cdot 9 + 0{,}1 \cdot 9 + 0{,}01 \cdot 0 + 0{,}001 \cdot 1 = 9{,}901$ Einh. Temp. $15{,}7^0$

Auftrieb in der Lösung $A_2 = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 1 + 0{,}1 \cdot 9 + 0{,}01 \cdot 2 + 0{,}001 \cdot 0 = 11{,}920$ Einh. Temp. $15{,}5^0$

Dichte des Wassers $r_t = 0{,}99901$ (aus Tab. 3.)
„ der Luft $\lambda = 0{,}00120$.

Die Dichte der gesättigten Kochsalzlösung bei $15{,}5^0$ ist

$$\varrho_\tau = \frac{A_2}{A_1}(r_t - \lambda) + \lambda = \frac{11{,}920}{9{,}901}(0{,}99901 - 0{,}00120) + 0{,}00120$$

$$\varrho_\tau = 1{,}2025.$$

Bei der von Westphal getroffenen Abänderung der Mohrschen Wage ist nur die eine Hälfte des Wagebalkens geteilt; die andere ist verkürzt und durch ein Übergewicht ausbalanziert. Es fehlen auch die beiden Wagschalen.

Zur Prüfung der Richtigkeit wird der beigegebene Thermometerkörper angehängt und die Wage durch Verstellen der Fussschrauben so einreguliert, dass die beiden Spitzen einander gegenüberstehen. Durch Abkühlen in einer Kochflasche stellt man sich Wasser

von 15° C her; es soll dann der Thermometerkörper einen Auftrieb erleiden, der durch den Reiter 1 auf dem Haken 10 kompensiert wird (10 Einheiten). Es werden dann die beiden 1 Reiter auf 9 und 1, 8 und 2, u. s. f. gesetzt und in weiteren genau wie oben angegeben verfahren.

Diese Wage gestattet nur die Bestimmung der Dichte flüssiger Körper.

---

§ 13. Jollysche Federwage.

Die Jollysche Wage dient hauptsächlich zur Bestimmung des spezifischen Gewichts (§ 9), doch kann man sie auch zur Massenbestimmung kleiner Körper benutzen.

Sie besteht aus einer Spiralfeder, deren elastische Verlängerung gemessen wird. — Zwischen der Jollyschen und der gewöhnlichen physikalischen Wage besteht ein prinzipieller Unterschied. Wir wir in § 8 gesehen haben, vergleicht die physikalische Wage Massen. Die Jollysche Wage vergleicht jedoch Gewichte (Gewicht gleich Masse mal Schwerebeschleunigung), denn ich messe diejenige Verlängerung der Feder, welche durch die Elastizität der Anziehung der Erde auf den zu wägenden Körper, das ist dem Gewicht des Körpers, das Gleichgewicht hält.

Gleichgiltig, an welchem Orte der Erde ich mich befinde, wird die physikalische Wage stets denselben Wert für die Masse liefern. Nicht so die Jollysche Wage; habe ich an irgend einem Orte festgestellt, dass etwa 1g eine Verlängerung der Feder um x mm hervorbringt; gehe ich dann z. B. an den Äquator und messe hier die Verlängerung der Feder durch dasselbe Grammstück, so werde ich einen anderen Wert für die Verlängerung erhalten, weil hier die Schwerebeschleunigung geringer geworden, während sich selbstverständlich die Masse des Grammstückes nicht geändert hat. Bleibe ich aber mit der Jollyschen

Wage an demselben Orte, an dem also die Schwerebeschleunigung konstant ist, so kann ich mit derselben auch Massen vergleichen, da sich ja dann die Massen wie die Gewichte verhalten.

Ausführung des Versuchs.

Wenn ich mit der Spiralfeder eine Wägung ausführen will, so muss vor allem die Bedingung erfüllt sein, dass die elastische Verlängerung der Feder unabhängig von der schon vorhandenen Belastung ist, mit anderen Worten, dass die Verlängerung proportional der Belastung ist. Wie der Versuch lehren wird, ist diese Bedingung erfüllt, falls die Belastung nicht zu gross gewählt wird. Deshalb darf die maximale Belastung der stärksten Feder nur 8 g, die der übrigen nur 6, 4, 2 g betragen.

Ich hänge die Feder oben am Stativ auf, an dieselbe die Wagschale, belaste zunächst mit der maximalen Belastung und sehe, ob das Stativ parallel zur Feder steht. Eventuell ist durch die Fussschrauben zu korrigieren.

Ich suche zunächst die Stellung der unbelasteten Feder auf (Schwingungen derselben sind durch einen Pinsel zu dämpfen). Zu dem Zweck befindet sich an der Doppelwagschale eine feine geschwärzte Marke. Ich lese die Stellung a_0 derselben an der Skala ab (1/10 mm schätzen!). Da diese Stellung von der Sehrichtung abhängen würde, schaue ich stets senkrecht; um dies zu ermöglichen, befindet sich hinter der Marke ein Spiegelstreifen; schaue ich so auf die Marke, dass sie sich mit ihrem Spiegelbild deckt, so habe ich die obige Bedingung erfüllt.

Ich belaste dann der Reihe nach mit um gleiche Stücke anwachsende Gewichte bis zur Maximalbelastung und wieder zurück bis zu 0 g Belastung und lese jedesmal wieder die Einstellung ab (a_1, a_2 . . .) Die Zusatzgewichte sind so zu wählen, dass ich etwa 10 Ablesungen erhalte. (Bei der stärksten Feder werde ich also von Gramm zu Gramm bei der schwächsten von 0,2 zu 0,2 g fortschreiten).

Aus den korrespondierenden Beobachtungen nehme ich das Mittel und berechne aus diesen in geeigneter Weise (§ 1 B) die durchschnittliche Verlängerung der Feder für 1g Belastung, die ***Federkonstante.***

Will ich das Gewicht irgend eines Körpers feststellen, so beobachte ich die Einstellung der unbelasteten und der belasteten Feder; der Quotient aus der Verlängerung und der Federkonstanten gibt das Gewicht in Gramm, und da sich am selben Ort die Gewichte wie die Massen verhalten, auch die Masse des Körpers in Gramm (Masse).

Zur Bestimmung des spezifischen Gewichts ersetze ich die Wagschale durch einen Haken mit Zeiger, befestige den Körper an einem dünnen geglühten einfachen Kupferdraht (der Körper wird durch Zusammendrehen einer Schleife befestigt; ähnlich wird die Aufhängeöse gebildet) und bestimme analog das Gewicht des Körpers und Drahtes; dadurch kenne ich auch das Gewicht des Drahtes.

Da es sich nur um die Verhältnisse von Gewichten handelt, so kann die Division durch die Federkonstante unterbleiben, und ich kann, da die Verlängerung proportional dem Gewicht, das Gewicht direkt durch die Verlängerung messen. Analog bestimme ich die Federverlängerung, wenn der Körper völlig in Wasser taucht (Becherglas, aussen abgetrocknet, auf den verschiebbaren Tisch setzen). Subtrahiere ich davon das Gewicht des Drahtes, so erhalte ich das (scheinbare) Gewicht des Körpers im Wasser.

Bezeichne ich
das Gewicht des Körpers in Luft mit . . . . . . P_1,
„ „ „ Drahtes in Luft mit . . . . . . M,
„ „ „ Körpers u. Drahtes in Wasser mit P_2,
das spezifische Gewicht des Körpers mit . . . . s,
so ist das Gewicht des Körpers im Wasser $P_2 - M$,
also der Gewichtsverlust im Wasser $P_1 - P_2 + M$ g,

und also das Körpervolumen $(P_1 - P_2 + M)$ cm^3; also ist (nach der Definition)

$$s = \frac{P_1}{P_1 - P_2 + M}.$$

(Korrekturen wegen der Wassertemperatur und des Auftriebs der Luft sind wegen der Ungenauigkeit der Methode hier nicht nötig).

Will ich das spezifische Gewicht einer Flüssigkeit bestimmen, so stelle ich noch analog das Gewicht des Körpers mit dem Draht in der Flüssigkeit fest. Sei dieses P_3, so ist das Gewicht des Körpers in der Flüssigkeit $P_3 - M$, also der Auftrieb $P_1 - P_3 + M$. Nun verhalten sich (§ 9) die Auftriebe, welche derselbe Körper in verschiedenen Flüssigkeiten erleidet, wie ihre spezifischen Gewichte. Also ist

$$\frac{\text{spez. Gewicht der Flüssigkeit } \varrho}{\text{spez. Gewicht des Wassers}} = \frac{P_1 - P_3 + M}{P_1 - P_2 + M}$$

oder, da das spez. Gewicht des Wassers gleich 1,

$$\varrho = \frac{P_1 - P_3 + M}{P_1 - P_2 + M}.$$

Ich bestimme mit der Jollyschen Federwage, wie gesagt, eigentlich das spez. Gewicht. Da mir aber die Dichte eines Körpers durch dieselbe Zahl angegeben wird, wie das spez. Gewicht, so habe ich auch damit die Dichte bestimmt.

Beispiel.

Stärkste Feder. (Zur Berechnung siehe § 1B).

1. Federkonstante.

Belastung	Einstellung vorwärts	Einstellung rückwärts	Mittel
0 g	22,80	22,88	a_0 22,84
1 g	25,80	25,83	a_1 25,82
2 g	28,75	28,78	a_2 28,77
3 g	31,66	31,75	a_3 31,71
4 g	34,60	34,63	a_4 34,62

Belastung	Einstellung vorwärts	Einstellung rückwärts	Mittel
5 g	37,54	37,58	a_5 37,56
6 g	40,45	40,48	a_6 40,47
7 g	43,35	43,38	a_7 43,37
8 g	46,20	46,20	a_8 46,20

$a_5 - a_1 = 11{,}74$
$a_6 - a_2 = 11{,}70$
$a_7 - a_3 = 11{,}66$
$a_8 - a_4 = 11{,}58$

Mittel 11,670

Federkonstante $11{,}670/4 = 2{,}918$.

2. Bestimmung der Masse eines Aluminium-Körpers.

Einstellung der Feder.

belastet 34,90
unbelastet 22,91

Verläng. 11,99

$$\text{Masse M} = \frac{\text{Verlängerung}}{\text{Federkonstante}} = \frac{11{,}99}{2{,}918} = 4{,}11 \text{ g.}$$

3. Bestimmung der Dichte des Aluminiums und der einer gesättigten Kochsalzlösung.

Al + Draht in Luft.
Einstellung der Feder

belastet 18,97
unbelastet 6,65

Verläng. 12,32

Al + Draht in Wasser.
Einstellung der Feder

belastet 14,57
unbelastet 6,66

Verläng. 7,91

Al + Draht in Lösung.
Einstellung der Feder

belastet 13,35
unbelastet 6,65

Verläng. 6,70.

Masse des Al $P_1 = 11{,}99$ Einh.
„ „ Al + Drahts $P_1 + M = 12{,}32$ „
„ „ Drahtes $M = 0{,}33$ „

(Scheinb.) Masse des Al+Draht in Wasser $P_2=7{,}91$ Einh.
„ „ „ Al+Draht „ Lösung $P_3=6{,}70$ „

Dichte des Al $s=\frac{P_1}{P_1-P_2+M}=\frac{11{,}99}{11{,}99-7{,}91+0{,}33}$

$s=2{,}72.$

Dichte der Kochsalzlösung $\varrho=\frac{P_1-P_3+M}{P_1-P_2+M}=\frac{11{,}99-6{,}70+0{,}33}{11{,}99-7{,}91+0{,}33}$

$\varrho=1{,}27.$

---

§ 14. Das Volumenometer.

Wie der Name sagt, dient das Volumenometer zur Bestimmung des Volumens eines Körpers und damit indirekt auch zur Bestimmung der Dichte (§ 9). Die Volumenbestimmung basiert auf dem Mariotteschen Gesetz, welches aussagt, dass bei konstanter Temperatur für die Gase, welche fern von ihrem Kondensationspunkte sind, das Produkt aus Druck und Volumen konstant ist.

An einem vertikal stehenden Stativ (Fig. 8) (evtl. durch die Fussschrauben korrigieren!) sind zwei durch einen mit Quecksilber gefüllten Gummischlauch verbundene Glasröhren befestigt. Die eine (mit dem Stativ fest verbundene) besitzt eine durch 2 Marken begrenzte Erweiterung von bekanntem Volumen (B), an die sich ein grösseres Gefäss (A) mit abgeschliffenem Rand schliesst. Auf diesen wird eine abgeschliffene Glasplatte (C) mit Hahn gesetzt. Das andere Rohr lässt sich, nachdem Schraube a gelöst ist, auf einem Schlitten verschieben. Bei angezogener Schraube a ermöglicht die Mikrometerschraube b eine Feineinstellung.

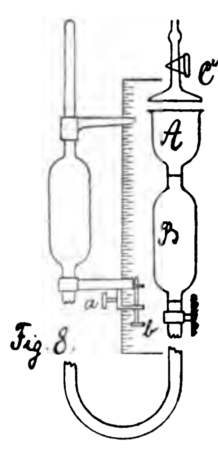


Fig. 8.

Ausführung des Versuchs:

Das Prinzip des Versuchs besteht darin, dass ich ein unbekanntes Volumen (Gefäss A) um ein bekanntes (Gefäss B) vermehre und den Druck der eingeschlossenen Luft in beiden Fällen messe. Das Mariottesche Gesetz ermöglicht dann die Berechnung des unbekannten Volumens. (Nur bei konstanter Temperatur; es ist deshalb dafür zu sorgen, das Erwärmung durch den Körper des Beobachtenden vermieden wird.) Dieses Gesetz gilt nur für Gase, die fern von ihrem Kondensationspunkt sind (Luft, Sauerstoff, Wasserstoff etc.).

Die atmosphärische Luft enthält nun stets Wasserdampf, welcher dem Mariotteschen Gesetz nicht folgt. Vor Beginn der Messung ist es deshalb nötig, die Luft von ihrem Wassergehalte zu befreien.

Zu diesem Zweck setze ich mit leichter Drehung den Deckel mit seinem Schliff auf das Gefäss A, dessen Rand ich, wenn nötig, mit etwas Fett eingerieben habe, schliesse an den Hahn C eine mit Chlorcalcium gefüllte Trockenröhre an, treibe durch Heben des beweglichen Schenkels nach Möglichkeit die Luft aus dem festen Schenkel aus und sauge dann durch Senken des beweglichen Schenkels Luft ein, welche durch das Chlorcalcium getrocknet wird. Dieser Vorgang wird mehrmals wiederholt. Die Trockenröhre wird in ein Stativ gespannt und bleibt während der Dauer des Versuchs angeschlossen.

Bei offnem Hahn stelle ich, zum Schluss mit Hilfe der Mikrometerschraube, den beweglichen Schenkel so ein, dass das das Quecksilber im andern bis zur oberen Marke steht. Das Luft-Volumen vom Quecksilber bis zum Hahn steht hierbei unter dem Luftdruck, den ich durch Ablesung des Barometerstandes erhalte (§ 3). (Temperaturkorrektion ist hier nicht anzubringen, da dieselbe sich weghebt.) Jetzt schliesse ich den Hahn und senke den beweglichen Schenkel so weit, bis das Quecksilber an der unteren Marke steht. Das Luft-Volumen ist hierbei um das bekannte des Gefässes

B gewachsen; der Luftdruck hält jetzt das Gleichgewicht dem Druck der eingesperrten Luft und der Quecksilbersäule, vom Niveau in dem beweglichen Schenkel bis zur unteren Marke gerechnet, m. a. W. der Druck der eingeschlossenen Luft ist gleich dem Barometerstand vermindert, um diese Quecksilbersäule.

Ich warte ca. 1 Min. und sehe, ob der Stand des Quecksilberniveaus konstant bleibt; ist dies nicht der Fall, so hält der Schliff nicht dicht; es muss dann das Quecksilber wieder gehoben und aufs neue der Schliff eingefettet werden.

Der Hahn darf nur geöffnet werden, wenn das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht, sonst würde es unter dem Einfluss des Überdrucks herausspritzen!

Bleibt der Stand des Quecksilberniveaus konstant, so wird derselbe mit Hilfe des Zeigers, den ich auf das Quecksilberniveau einstelle, abgelesen. 1/10 mm sind zu schätzen! Diese Ablesung liefert mir aber nicht die Länge der Quecksilbersäule, sondern ich muss von dieser Ablesung noch die für die untere Marke subtrahieren. Die Stellung der unteren Marke erhalte ich, wenn ich bei geöffnetem Hahn (Vorsicht!) das Quecksilber auf dieselbe einstelle. Dann hat es auch im beweglichen Schenkel die gleiche Höhe; auch diese Stellung wird mit Hilfe des Zeigers abgelesen. Praktisch wird man diese Ablesung an den Beginn des Versuchs stellen.

Ich bestimme jetzt die Masse des zu untersuchenden Körpers mit der Wage (§ 7) auf Centigramm genau. Der Körper ist mit der Pinzette aus dem Exsikkator zu nehmen und nach Möglichkeit in demselben zu belassen, damit er trocken bleibt. Nach Ausführung der Wägung bringe ich den Körper in das Gefäss A. Dadurch wird das Luftvolumen um das Volumen des Körpers verkleinert. Dieses Rest-Luftvolumen bestimme ich nun auf dieselbe Weise, wie vorher das ganze. Ich stelle bei offenem Hahn auf die obere Marke ein, schliesse den Hahn, stelle auf die untere Marke ein,

überzeuge mich von der Konstanz des Quecksilberniveaus, lese die Stellung desselben ab und subtrahiere davon die Stellung der unteren Marke.

Nach Schluss des Versuchs sind die Platte C und der Schliff des Gefässes A vom Fett durch ein Tuch zu reinigen. A wird durch einen Kork geschlossen, C in die Aufbewahrungsschachtel getan, der Körper in den Exsikkator; die Trockenröhre ist beiderseits zu verschliessen!

Berechnung.

Ich bezeichne

das unbekannte Luftvolumen von A mit . . . . V_1,
„ „ „ „ nach Einschluss des Korks m. V_2,
das Volumen des Korks mit . . . . V,
das bekannte Volumen des Gefässes B mit . . . v,
den Barometerstand mit . . . . b,
die Höhe der Quecksilbersäule (ohne Körper) mit h_1,
„ „ „ „ „ „ (mit „) „ h_2,
die Masse des Körpers mit . . . . M,
„ Dichte „ „ „ . . . . s.

Nach dem Mariotteschen Gesetz ist

$$V_1 \, b = (V_1 + v)(b - h_1) \quad \text{also}$$

$$V_1 = v \frac{(b - h_1)}{h_1} \quad \text{und analog}$$

$$V_2 = v \frac{(b - h_2)}{h_2}, \quad \text{ferner}$$

$$V = V_1 - V_2 \quad \text{und die Dichte}$$

$$s = \frac{M}{V}.$$

Das Volumen v wird gegeben.

h_1 und h_2 erhalte ich auf folgende Weise:
Es seien die Stellungen der unteren Marke bezeichnet mit . . . . a_0,
die Stellungen des Quecksilberniveaus im bewegl. Schenkel ohne Körper mit . . . . a_1,
dasselbe mit Körper mit . . . . a_2.

Es sind dann die Quecksilbersäulen

$$h_1 = a_1 - a_0,\ h_2 = a_2 - a_0.$$

Beispiel.

Zu bestimmen die Dichte des Korks.

Geg: $v = 18{,}775$ cm³.

Masse des Korks	$M =$	0,95	g
Untere Marke	$a_0 =$	37,5	mm
Stand des Quecksilbers ohne Kork .	$a_1 =$	504,5	„
„ „ „ mit Kork . .	$a_2 =$	578,5	„
Barometerstand	$b =$	761,4	„

$$h_1 = a_1 - a_0 = 504{,}5 - 37{,}5 = 467{,}0 \text{ mm}$$

$$h_2 = a_2 - a_0 = 578{,}5 - 37{,}5 = 541{,}0 \text{ mm}$$

$$V_1 = \frac{v(b - h_1)}{h_1} = \frac{18{,}775 \cdot 294{,}4}{467{,}0}$$

$$= 11{,}836 \text{ cm}^3.$$

$$V_2 = \frac{v(b - h_2)}{h_2} = \frac{18{,}775 \cdot 220{,}4}{541{,}0}$$

$$= 7{,}649 \text{ cm}^3.$$

$$V = V_1 - V_2 = 4{,}187 \text{ cm}^3.$$

$$s = M/V = 0{,}95/4{,}187 = 0{,}227.$$

Dichte des Korks 0,227.

---

§ 15. Das Bunsensche Effusiometer.

Das Bunsensche Effusiometer dient zur Bestimmung der Gasdichte (über Dichte siehe § 9).

Unter Gasdichte verstehen wir die Masse eines Gases, bezogen auf die des gleichen Volumens Luft unter demselben Druck und derselben Temperatur.

Im allgemeinen versteht man unter der Dichte eines Gases die bei 0° und 760 mm Barometerstand. Wir fragen uns, wie ändert sich die Dichte eines Gases mit Druck und Temperatur.

Nach dem Boyle-Mariotteschen Gesetz ist (bei konstanter Temperatur): $v_p \cdot p = \text{konst.}$, wobei v_p das zum Druck p gehörige spezifische Volumen bezeichnet.

Das spezifische Volumen v ist das Volumen der Masseneinheit; es ist also:

$$v = \frac{V}{M} = \frac{1}{\gamma},$$

wo V das Volumen, M die Masse und γ die Dichte des Gases ist.

Bezeichne ich den Druck von 760 mm Quecksilbersäule mit p_0 und das zugehörige Volumen mit v_{p0}, so ist:

$$v_p \cdot p = v_{p0} \cdot p_0.$$

Nach dem Gay-Lussacschen Gesetz besteht zwischen dem Volumen v_t eines Gases bei t^0 und dem Vol. v_0 bei 0^0 die Beziehung:

$$v_t = v_0 \; (1 + \alpha t),$$

wo α der Ausdehnungskoeffizient (§ 32) ist, der für alle Gase (fern von ihrem Kondensationspunkt) denselben Wert hat, nämlich $\alpha = 1/273$. Dann lautet die obige Gleichung $v_t = \frac{v_0}{273} T$, falls $T = 273 + t$. Man bezeichnet die von -273^0 C aus gerechnete Temperatur T als die absolute Temperatur.

Die beiden Gesetze vereinigt lauten:

$$v_{p,t} \cdot p = v_{p0,0} \cdot p_0 \, (1 + \alpha t)$$

oder wenn ich die Dichten entsprechend mit $\gamma_{p,t}$ u. $\gamma_{p0,0}$ bezeichne:

$$1/\gamma_{p,t} \cdot p = 1/\gamma_{p0,0} \cdot p_0 \, (1 + \alpha t).$$

Für ein zweites Gas bei demselben Druck p und derselben Temperatur t würde gelten:

$$1/\gamma'_{p,t} \cdot p = 1/\gamma'_{p0,0} \cdot p_0 \, (1 + \alpha t), \qquad \text{also ist}$$

$$\frac{\gamma_{p,t}}{\gamma'_{p,t}} = \frac{\gamma_{p0,0}}{\gamma'_{p0,0}} = \text{Konst.}$$

Wir sehen also, dass das Verhältnis zweier Gasdichten (vorausgesetzt, dass die Gase dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetz folgen), unabhängig von Druck und Temperatur ist. Dadurch ist die eingangs aufgestellte Definition der Gasdichte gerechtfertigt.

Gewöhnlich versteht man unter Dichte eines Körpers das Verhältnis seiner Masse zu der des gleichen Volumens Wasser (§ 9). Die so definierte Dichte eines Gases wäre nach dem Obigen abhängig vom Druck und der Temperatur, während das von der Gasdichte nicht gilt.

Wir wollen nun die Gasdichte bestimmen, mit Hilfe des Ausflusses aus einer dünnen Wand.

In einem Gefäss sei eine Öffnung vom Querschnitt q angebracht; die (dünne) Wandstärke sei d. Die Kraft, welche die Flüssigkeit aus der Öffnung zu treiben sucht, ist der Überdruck P der darüber lastenden Flüssigkeit über den äusseren Druck. Unter dem Druck versteht man bekanntlich die auf einen Quadratcentimeter wirkende Kraft. Auf den Querschnitt q wirkt also die Kraft $P \cdot q$. Wenn diese die Flüssigkeit aus der Öffnung heraus treibt, so leistet sie dabei Arbeit, die gleich ist dem Produkt aus Kraft mal Weg, also in unserem Falle gleich $P \cdot q \cdot d$; diese Arbeit wird nun verwandelt in kinetische Energie ($1/2\ Mv^2$) der ausgetriebenen Flüssigkeitsmasse. Das Volumen derselben ist $q \cdot d$, also die Masse $= q \cdot d \cdot s$, wo s die Dichte der Flüssigkeit; falls die Geschwindigkeit $= v$, so ist die kinetische Energie $= 1/2\ q\, s\, d\, v^2$. Es ist folglich

$$1/2\ q\, s \cdot d \cdot v^2 = P \cdot q \cdot d \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{\frac{2\,P}{s}}.$$

Lasse ich 2 Flüssigkeiten 1 und 2 unter demselben Druck P ausfliessen, so gilt:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\,P}{s_1}},\ v_2 = \sqrt{\frac{2\,P}{s_2}}, \qquad \text{also}$$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{s_2}{s_1}.$$

Die Dichten zweier Gase verhalten sich also umgekehrt, wie die Quadrate der Ausflussgeschwindigkeiten.

Das in einer Zeit t ausfliessende Volumen V ist gleich

$$V = v \cdot t \cdot q.$$

Lasse ich also dasselbe Volumen zweier Gase 1 und 2 ausfliessen, so gilt

$$V = v_1 \cdot t_1 \cdot q \text{ und } V = v_2 \cdot t_2 \cdot q$$

$$\text{also } v_1/v_2 = t_2/t_1 \text{ und damit}$$

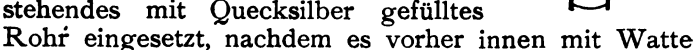
$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}.$$

Unser Gesetz geht also in die Form über: Die Dichten zweier Gase, von welchen das gleiche Volumen unter dem gleichen Druck ausströmt, verhalten sich wie die Quadrate der Ausflusszeiten. Ich kann also die Dichte eines Gases bestimmen, wenn ich die Ausflusszeit eines bestimmten Volumens desselben unter bestimmten Druck messe und dasselbe für Luft tue, da die Dichte der Luft gleich 1 ist.

Beschreibung des Apparates!

Das Effusiometer (Fig. 9) besteht aus einem Glasrohr, auf welches ein Metallstück aufgekittet ist. Dieses enthält oben die Ausströmöffnung (a), ein kleines Loch in einem dünnen Platinblech, die durch den Stopfen b verschlossen werden kann, ferner ein Gaseinlassrohr c. Durch den Dreiweghahn d kann das Glasrohr mit dem Einlassrohr oder der Ausströmöffnung verbunden werden. Die Bohrung in dem Hahnküken hat die Form ⊣. Bei der Stellung ⊢ ist das Glasrohr mit der Ausströmöffnung, bei der Stellung ⊤ mit dem Einlassrohr verbunden.

Fig. 9.



Das Glasrohr wird in ein vertikal stehendes mit Quecksilber gefülltes Rohr eingesetzt, nachdem es vorher innen mit Watte

gereinigt war. Innerhalb des Glasrohres befindet sich der gläserne Schwimmer e. Das Glasrohr wird eingesetzt, während es mit dem Einlassrohr c verbunden ist, damit die Luft ausströmen kann. Ich schraube das Metallstück f ab, setze dafür einen Gummischlauch an und entferne den Rest der Luft durch Ansaugen. Dann lasse ich durch c langsam Luft einströmen, die zunächst eine Chlorcalcium-Röhre (zur Trocknung der Luft) und dann eine mit Watte gefüllte Röhre (zur Staubentfernung) passiert. Beide werden unmittelbar an c angeschlossen. Damit die Glasröhre vollständig mit Luft gefüllt wird, hebe ich sie allmählich bis zu der an ihrem unteren Ende angebrachten Papiermarke. Dann drehe ich den Hahn in die Stellung ├—, treibe, indem ich langsam senke, oben die Luft aus und sauge zum Schluss den Luftrest wieder heraus.

Dieses Verfahren wird etwa dreimal wiederholt. Ganz analog gestaltet sich nachher die Füllung mit einem anderen Gas.

Wenn ich die Röhre das letzte Mal mit Luft gefüllt habe, (bis zur Marke herausheben!), sperre ich die Luft ab (Hahnstellung ⊥) und senke die Röhre soweit ein, bis die Spitze des Schwimmers mit dem Quecksilber in einer Ebne steht, schraube das Stück f auf und entferne den Stopfen b. Am Ende einer vollen Minute drehe ich den Hahn in die Stellung ├— und beobachte nun die Zeit, die ein bestimmtes Luft- (oder Gas-) volumen zum Ausströmen braucht. Dieses Luftvolumen wird mir durch die Schwimmerstellung angegeben. Ich lasse solange ausströmen, bis die untere Marke an der Verengerung des Schwimmers mit dem Quecksilberniveau übereinstimmt. Die obere Marke dient nur, um auf das Ende des Versuchs aufmerksam zu machen.

Der Versuch wird mit Luft noch zweimal wiederholt. Aus den drei Beobachtungen wird das Mittel genommen. Bei den Wiederholungen genügt es natürlich, nur einmal mit Luft zu füllen.

Ganz ebenso wird bei dem anderen Gase verfahren. Bevor dieses in den Zylinder strömt, lässt man es längere Zeit durch die Einlassöffnung strömen (Hahnstellung ⊥), damit die Luft aus dem Trocken- und dem Watterohr entfernt wird.

Nach Beendigung des Versuches ist der Zylinder auszuwischen und geöffnet liegen zu lassen, damit das andere Gas bis zum Wiedergebrauch entweicht. Das Standgefäss ist zu bedecken. Auch Trocken- und Watterohr bleiben geöffnet liegen, damit das andere Gas entweichen kann.

Beispiel.

	Auflusszeit von	
	Luft	Leuchtgas
	111 sec.	71 sec.
	111 „	70 „
	110 „	71 „
M.	110,7 sec.	70,7 sec.

Es ist die Dichte des Leuchtgases, da die Dichte der Luft gleich eins,

$$s = \frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{70{,}7^2}{110{,}7^2}$$

$$s = 0{,}408.$$

---

§ 16. Gasdichte.

Über den Begriff Gasdichte siehe § 15.

Wir wollen zunächst die Dichte der Luft (reduziert auf ihren Normalzustand, 760 mm Barometerstand und 0°) bezogen auf Wasser als Einheit bestimmen.

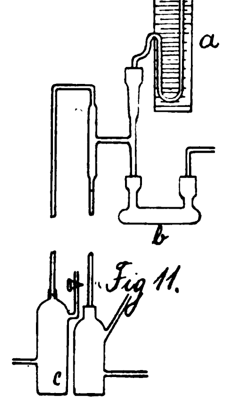
Zu dem Zweck pumpe ich einen mit Hahn versehenen Glasballon luftleer und zwar zunächst an der Wasserstrahlpumpe, (Chlorcalcium - Trockenröhre zwischen Pumpe und Ballon schalten, damit nicht Wasserdämpfe

in denselben gelangen), dann mit der Quecksilberluftpumpe, am Besten einer solchen nach Sprengel (siehe Fig. 10). Das Quecksilber stömt aus einer feinen Öffnung in ein weiteres Gefäss und fällt dann ein Rohr von mehr als 76 cm Länge herab. Bei dem Austritt aus der engen Öffnung tritt eine plötzliche Strahlerweiterung ein, die eine Luftverdünnung hinter dem Quecksilber zur Folge hat. Die vor demselben befindliche Luft wird durch das herabfallende Quecksilber mitgenommen. Es wird also in dem weiten Gefäss die Luft verdünnt und dadurch auch in den an dieses angeschlossenen Teilen. Man erreicht so Verdünnungen bis zu $^1/_{1000}$ mm herab. Ganz analog ist auch die Wasserstrahlpumpe konstruiert. Der Verdünnung ist hier eine Grenze



gesetzt durch die Spannkraft des Wasserdampfes, die bei Zimmertemperatur etwa 15 mm beträgt.

Bei der angegebenen Konstruktion müsste man ständig darauf achten, dass der Trichter nicht leer von Quecksilber wird, da sonst die Luft von oben nachdringt. Man biegt deshalb das Quecksilberzuführungsrohr nach unten um und gibt ihm eine Länge von über 76 cm. Daraus resultiert die skizzierte Form (Fig. 11) einer mit Manometer (a), Trockenröhre (b) und Luftfalle (c) versehenen Pumpe.



Der Ballon wird mit der Pumpe durch dickwandigen Gummischlauch verbunden, der an den Ansatzstellen mit Gummischnur umwickelt wird. Der Ballon ist luftleer, wenn das Quecksilber im Fallrohr zu klappern beginnt (Fall im Vakuum). Nachdem wird der Ballon von der Pumpe abgenommen (immer nur am Halse

anfassen, damit er nicht unnötig erwärmt wird!), sauber geputzt und zur Entfernung etwaiger elektrostatischer Ladungen, die bei den Wägungen zu Störungen Veranlassung geben würden, schnell durch eine Spiritusflamme gezogen. Es wird dann die Masse des leeren Ballons auf der Wage festgestellt (§ 8); (da es nur auf die kleine Differenz zweier Wägungen ankommt, nur auf einer Seite wiegen. Da wegen des gleichen Volumens der Auftrieb bei allen Wägungen derselbe bleibt, braucht er nicht berücksichtigt zu werden). — Der Ballon wird dann an eine mit konz. Schwefelsäure gefüllte Trockenflasche angeschlossen und in geschabtes Eis gepackt (an das kurze Rohr anschliesen, da sonst Schwefelsäure eingesaugt wird!). Die Luft streicht in einzelnen Blasen durch die Schwefelsäure (eventl. durch den Hahn regulieren) und wird dadurch ihrer Feuchtigkeit beraubt. Ich fülle auf diese Weise den Ballon mit trockner Luft von 0^0 bei einem abgelesenen Barometerstande b (§ 3). — Nachdem der Ballon nach dem Einströmen noch einige Minuten in dem Eis gelegen, wird der Hahn geschlossen, der Ballon abgetrocknet, durch die Spiritusflamme gezogen und wieder die Masse bestimmt. Die Differenz der beiden Wägungen gibt die Masse der Luft.

Um das Volumen des Ballons zu bestimmen, evakuiere ich ihn an der Wasserstrahlpumpe, schliesse den Hahn und halte den Ballon mit dem Einlassrohr nach unten in ein mit destilliertem Wasser gefülltes Glas. Unter dem Überdruck der äusseren Luft, steigt dieses in dem Ballon. Das Verfahren wird ein paar Mal wiederholt, bis der Ballon ziemlich gefüllt ist. Um dies vollständig zu erreichen, fülle ich den Hals mit Wasser und bringe dieses durch Auf- und Abbewegen eines Kupferdrahtes in den Ballon, bis dieser bis zum Hahn gefüllt ist. Der überstehende Hals wird mit Fliesspapier ausgetrocknet. Ich wiege den Ballon wieder (wegen der grossen Masse auf einer gröberen Wage; es genügt Genauigkeit bis auf $^1/_{100}$ g).

Die Differenz gegen die erste Wägung gibt die Masse des Wassers in g; diese dividiert durch die Dichte für die betreffende Temperatur, die ich bis auf $^1/_{10}{}^0$ an einem in das mit Wasser gefüllte Glas gebrachten Thermometer abgelesen habe, gibt das Volumen in cm^3. Die Dichte wird aus der Tabelle 3 entnommen.

Nach Beendigung des Versuchs wird das Wasser entfernt, indem man den Ballon wieder an die Wasserstrahlpumpe nimmt, bis sich eine grössere Luftblase gebildet hat; dann gelingt es leicht, durch stossweises Schütteln das Wasser zu entfernen. —

Ich bezeichne
die Masse des Ballons luftleer mit . . . . . . p,
„ „ „ „ mit Luft gefüllt . . . . P_1,
„ „ „ „ „ Wasser gefüllt . . P_2,
im Volumen bei 0° mit . . . . V_0,
„ „ „ t^0 „ . . . . V_t,
den linearen Ausdehnungskoeffizienten des Glases mit . . . . β,
(zu entnehmen aus Tabelle 7)
Die Dichte d. Luft beim Barometerstand b u. t^0 mit $s_{b,t}$,
„ „ „ „ „ „ 760 mm „ 0° „ $s_{760,0}$,
„ „ des Wassers mit . . . . q_τ,
„ Temperatur der Luft mit . . . . t,
„ „ des Wassers mit . . . . τ.

Es beträgt die Masse der Luft $P_1 - p$ g; alo gilt

$$V_t \cdot s_{p,t} = P_1 - p.$$

Nun ist aber (§ 32)

$$V_t = V_0\,(1 + 3\,\beta\,t),$$ also

$$V_0\,(1 + 3\,\beta\,t)\,s_{p,t} = P_1 - p.$$

Analog gilt für die Masse des Wassers

$$V_0\,(1 + 3\,\beta\,\tau)\,q_\tau = P_2 - p.$$

$$s_{p,t} = q\tau\,\frac{P_1 - p}{P_2 - p}\;\frac{1 + 3\,\beta\,\tau}{1 + 3\,\beta\,t}$$

$$= q\tau\,\frac{P_1 - p}{P_2 - p}\;[1 + 3\,\beta\,(\tau - t)]$$

unter Vernachlässigung höherer Potenzen von β. —

Nun ist (§ 15)

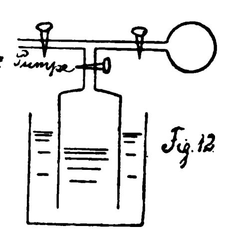
$$s_{760,0} = s_{p,t} \cdot \frac{760\,(1+\alpha\, t)}{p}, \qquad \text{also ist}$$

$$s_{760,0} = q_\tau \frac{P_1 - p}{P_2 - p} [1 + 3\,\beta\,(\tau - t)] \frac{760\,(1+\alpha\, t)}{p}.$$

Nun war bei unserem Versuch $t = 0^0$, also ist

$$s_{760,0} = q_\tau \frac{P_1 - p}{P_2 - p} (1 + 3\,\beta\,\tau) \frac{760}{p}.$$

Will ich die Dichte irgend eines anderen Gases (bezogen auf Wasser als Einheit) bestimmen, so verfahre ich genau wie vor, nur fülle ich den Ballon nicht mit Luft, sondern mit dem betreffenden Gas, das sich in einem Behälter befindet (am besten in einem durch Quecksilber abgesperrten Gasometer mit Hahn). Derselbe wird unter Vorschaltung einer Trockenröhre (Phosphorpentoxyd) durch ein T-Stück mit Hähnen (Fig. 12) an die Pumpe und den Ballon angeschlossen. Ich evakuiere bis an die Hähne a und b, schliesse dann den Hahn c, lasse das Gas langsam in den Ballon, der sich wieder in Eis befinden möge, einströmen und erteile dem Gase durch Niederdrücken des Gasometers in das Quecksilber etwas Überdruck über dem Atmosphärendruck. Ich schliesse die Hähne a und b, nehme den Ballon von der Pumpe ab (immer in Eis halten!) und öffne den Hahn langsam für wenige Sekunden, damit der Druck des eingeschlossenen Gases durch den Barometerstand angezeigt wird.



Zweckmässiger verwendet man einen Ballon mit 2 Einlassröhren und Hähnen und lässt durch Durchströmen des Gases die Luft verdrängen. Im Übrigen verfährt man genau wie vor.

Will ich die Gasdichte, bezogen auf Luft unter den gleichen Umständen als Einheit (§ 15), bestimmen, so wiege ich den Ballon luftleer, dann mit Luft und

schliesslich mit dem Gase gefüllt. Luft und Gas müssen beide Mal dieselbe Temperatur haben, ich bringe deshalb den Ballon bei den Füllungen am besten wieder in Eis.

Ich bezeichne:

die Masse des Ballons luftleer mit . . . . p,
„ „ „ „ mit Luft gefüllt, mit . . . P_1
„ „ „ „ mit Gas gefüllt, mit . . . P_2

Es ist dann die Masse der Luft $P_1 - p$, die des Gases $P_2 - p$. Da wir nun die Massen gleicher Volumina bei demselben Druck und derselben Temperatur bestimmt haben, so verhalten sich die Dichten wie die Massen. Es ist also die Dichte des Gases

$$\varrho = \frac{P_2 - p}{P_1 - p}.$$

Hat sich der Druck während der Beobachtungszeit geändert, betrug er bei der Füllung mit Luft b_1 mm, bei der Füllung mit dem Gas b_2 mm, so gilt das Folgende, falls ich das Volumen des Ballons mit V bezeichne:

Beim Druck b_1 beträgt das Luftvolumen V cm^3, also würde es beim Druck b_2 betragen $V \frac{b_1}{b_2} cm^3$. Setze ich die Dichte der Luft beim Drucke b_2 gleich 1, so ist also

$$V \frac{b_1}{b_2} \cdot 1 = P_1 - p.$$ Analog gilt

$$V \cdot \varrho = P_2 - p,$$ also ist

$$\varrho = \frac{P_2 - p}{P_1 - p} \frac{b_2}{b_1}.$$

Die Dichte des Gases, auf Wasser als Einheit bezogen, erhalte ich, wenn ich ϱ multipliziere mit der Dichte der Luft unter dem betreffenden Umständen (auf Wasser als Einheit bezogen), die ich aus Tab. 4 entnehme.

Beispiel.

1. Es ist zu bestimmen die Dichte der Luft, bezogen auf Wasser als Einheit.

Masse des Ballons luftleer (siehe § 8) $p = 53{,}0042$ g,
„ „ „ mit Luft gefüllt . $P_1 = 53{,}2972$ g,
„ „ „ mit Wasser gefüllt $P_2 = 284{,}05$ g.

Barometerstand 748,93 mm bei 16,7°
Korr. (Messing) — 2,03 mm
$b = 746{,}90$ mm.

Temperatur des Wassers: $\tau = 15{,}7^0$ } (aus Tab. 3).
Dichte „ „ $q_\tau = 0{,}99905$ }

Ausdehnungskoeffizient des Glases $\beta = 0{,}0_5 8$ (aus Tab. 7).

$$s_{760,0} = q_\tau \frac{P_1 - p}{P_2 - p}(1 + 3\,\beta\tau)\frac{760}{b}$$

$$= 0{,}99905 \cdot \frac{53{,}2972 - 53{,}0042}{284{,}05 - 53{,}00}(1 + 3 \cdot 0{,}0_5 8 \cdot 15{,}7)\frac{760{,}00}{746{,}90}$$

$$= 0{,}001290.$$

2. Es ist zu bestimmen die Gasdichte der Kohlensäure, bezogen auf Luft als Einheit.

Masse des Ballons luftleer (siehe § 8) $p = 53{,}0042$ g,
„ „ „ mit Luft gefüllt . $P_1 = 53{,}2972$ g,
„ „ „ m. Kohlensäure gef. $P_2 = 53{,}4492$ g.

	Füllung mit Luft:	Füllg. m. Kohlens
Barometerstand	748,93 mm bei 16,7°	749,54 mm bei 16,7°
Korr. (Messing)	— 2,03 „	— 2,03 „
	$b_1 = 746{,}90$ mm	$b_2 = 747{,}51$ mm

$$\varrho = \frac{P_2 - p}{P_1 - p}\,\frac{b_2}{b_1} = \frac{53{,}4492 - 53{,}0042}{53{,}2972 - 53{,}0042} \cdot \frac{747{,}51}{746{,}90}$$

$$= 1{,}520.$$

---

§ 17. Der Begriff „Dimension".

Sämtliche in der Physik vorkommenden Grössen (Geschwindigkeit, Arbeit, Magnetismusmenge, Induk-

tionskoeffizient u. A.) lassen sich bekanntlich zurückführen auf 3 Grundeinheiten; als diese wählt man die Länge (L), die Masse (M) und die Zeit (T) (wissenschaftliches Masssystem) oder statt der Masse das Gewicht (G) (technisches Masssystem).

Da man in der Wissenschaft Längen in cm, Massen in g und Zeiten in sec misst, bezeichnet man ersteres auch als Zentimeter- Gramm- Sekunden- (CGS-) System.

Die (gleichförmige) Geschwindigkeit v wird beispielsweise definiert als der in 1 sec zurückgelegte Weg, d. h. v ist bestimmt durch die Gleichung

$$v = \frac{s}{t},$$

wo s den in der Zeit t zurückgelegten Weg bedeutet. Es wird also die Geschwindigkeit dargestellt durch den Quotienten von Länge und Zeit. Streng genommen kann ich natürlich nicht Längen durch Zeiten dividieren. Die Bildung eines Quotienten ist immer nur zwischen gleichartigen Grössen möglich. Die Gleichung $v = s/t$ sagt aus: Die Zahl, welche angiebt, wie oft die Einheit der Geschwindigkeit in der zu messenden Geschwindigkeit enthalten ist, ist gleich dem Quotienten der beiden Zahlen, welche das Entsprechende für die Länge und Zeit angeben. Nachdem wir uns die eigentliche Bedeutung der Gleichung $v = s/t$ klar gemacht haben, können wir zur Abkürzung auch sagen: Geschwindigkeit ist gleich Weg/Zeit, müssen dabei aber stets an das oben Gesagte denken.

Man bezeichnet nun die Art der Zusammensetzung einer Grösse aus den Grundeinheiten als die Dimension dieser Grösse, die man dadurch andeutet, dass man die Grösse in [ ] setzt. Es ist also die Dimension der Geschwindigkeit

$$[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}, \text{ also im CGS-System}$$

$$[v] = cm \cdot sec^{-1}.$$

Die Dimension ist also nicht etwa eine Benennung; ihre praktische Bedeutung liegt darin, dass sie es ermöglicht, Angaben in einem Masssystem leicht auf die in einem anderen Masssystem umzurechnen.

Die Dimension der Beschleunigung a, die definiert ist als der Geschwindigkeitszuwachs pro sec, wird gegeben durch die Gleichung

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = L \cdot T^{-2}.$$

Da die Kraft gleich dem Produkt aus Masse m und Beschleunigung a, so ist ihre Dimension

$$[K] = [m] \cdot [a] = L \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Im technischen System ist

$$[K] = G,$$

denn Gewicht ist gleich Masse mal Schwerebeschleunigung.

Messen wir die Masse in Gramm-Masse (g_M) und auch das Gewicht in Gramm-Gewicht (g_G), so ist die Dimension der Kraft

im wissenschaftl. System $[K] = cm \cdot g_M \cdot sec^{-2}$ und
im technischen „ $[K] = g_G$.

Analog lassen sich die Dimensionen aller übrigen Grössen ableiten, wie es an den betreffenden Stellen des Buches jedesmal geschieht.

---

§ 18. Elastizitäts-Modul durch Dehnung.

Wenn ich an einen Draht ein Gewicht hänge, so erleidet derselbe eine elastische Verlängerung, die nach Abnahme des Gewichts wieder zurückgeht, falls das Gewicht nicht zu gross war.

Aus Versuchen hat sich ergeben, dass die elastische Verlängerung δl proportional ist dem angehängten Gewicht P, der Drahtlänge l und umgekehrt proportional dem Drahtquerschnitt q. Ich kann also schreiben

$$\delta l = \varepsilon \cdot \frac{l \cdot P}{q},$$

wo ε ein Proportionalitätsfaktor ist, der nur vom Material abhängt. Er heisst der Elastizitäts-Koeffizient. Seinen reciprocen Wert $^1/_\varepsilon = E$ bezeichnet man als Elastizitäts-Modul. Mit diesem geht die Gleichung über in die Form

$$\delta l = 1/E \cdot \frac{l P}{q} \text{ oder } E = \frac{l \cdot P}{\delta l \cdot q}.$$

Wähle ich $q = l$, so wird $\delta l = l$, falls $E = P$. Der Elastizitäts-Modul hat also die folgende Bedeutung: Er ist gleich dem Gewicht, das ich anhängen müsste, um die Drahtlänge beim Querschnitt 1 zu verdoppeln. Praktisch lässt sich das natürlich nicht ausführen, da wir sowohl die Elastizitätsgrenze (d. h. die Anzahl von kg, die ich anhängen darf, ohne dass der Draht eine dauernde Verlängerung erleidet), als auch die Festigkeitsgrenze (d. h. die Anzahl von kg, bei welchen der Draht zerreisst) überschritten habe. — Nun ist das Gewicht P gleich der Masse M mal der Schwerebeschleunigung g, also

$$E = \frac{l \cdot M \cdot g}{\delta l \cdot q}.$$

Die Dimension (§ 17) des Elastizitäts-Moduls bestimmt sich aus der Gleichung

$$[E] = \frac{L \cdot M \cdot L \cdot T^{-2}}{L \cdot L^2} = L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2} (= \text{Kraft/Fläche}),$$

also im wissenschaftlichem Masse

$$[E] = \text{cm}^{-1} \, g_M \, \sec^{-2}.$$

In der Technik ist es üblich, den Elastizitäts-Modul anzugeben in kg-Gewicht pro cm². Nun ist ein kg-Gewicht gleich 1000 · 981 Dynen. Die Einheit des Elastizitäts-Modul im technischen Masssystem ist also 981000 mal grösser als im wissenschaftlichen, er wird also gemesson durch eine 981000 mal kleinere Zahl. Ich erhalte also den Elastizitätsmodul im tech-

nischen System, E', wenn ich den im wissenschaftlichen System, E, durch 981000 dividiere.

Der Elastizitäts-Modul ist in wissenschaftlichem und in technischem Mass anzugeben.

Beschreibung des Apparates: An einem stabilen Träger, der sich bei der angewendeten Belastung nicht durchbiegt, sind die zu untersuchenden Drähte befestigt. An ihr unteres Ende wird zur Streckung eine Wagschale gehängt, die von vornherein (um den Draht gespannt zu erhalten) durch 1 kg belastet wird. In der Nähe des unteren Endes befindet sich an dem Draht eine Marke; die Senkung dieser Marke bei der Belastung wird durch ein Mikroskop mit Skalen-Mikrometer beobachtet.

Zur Dämpfung der Schwingungen taucht der Draht mit 2 Flügeln in Öl.

Um den Elastizitätsmodul zu bestimmen, muss ich die Länge des Drahts, seinen Querschnitt und seine Verlängerung für verschiedene Gewichte messen. Unter der Länge ist dabei zu verstehen das Stück des Drahtes von der Aufhängung bis zur Marke, da ich nur die Verlängerung dieses Teiles beobachte. Sie wird zu Beginn und zum Schluss des Versuchs mit dem Bandmass in cm bestimmt (mm schätzen!) und aus beiden Beobachtungen das Mittel genommen. Der Drahtquerschnitt ist als kreisförmig anzusehen; ich erhalte ihn also aus dem Durchmesser, den ich mit dem Schrauben-Mikrometer (§ 4) messe; der Querschnitt ist in cm^2 anzugeben.

Um die Verlängerung zu bestimmen, stelle ich das Mikroskop auf die Marke ein, sodass ich zugleich diese und das Skalen-Mikrometer deutlich sehe; es ist darauf zu achten, dass die Parallaxe vermieden wird. Nachdem ich die Lage der Marke auf dem Mikrometer abgelesen habe, belaste ich die Schale mit je um $^1/_2$ kg wachsenden Gewichten bis zur Maximalbelastung von insgesamt 3 kg und zurück, lese jedesmal wieder die Stellung der Marke auf dem Mikrometer

ab (1/10 Skt. schätzen!) und nehme aus den korrespondierenden Messungen das Mittel. Aus diesen berechne ich die Verlängerung bei Belastung mit $^1/_2$, 1, $1^1/_2$ und 2 kg, reduziere sämtliche auf eine Belastung von 1 kg und nehme aus den so erhaltenen Werten das Mittel. Diese Verlängerung erhalte ich aber noch ausgedrückt in Skt. des Mikrometers, während ich dieselbe in cm kennen muss.

Ich muss deshalb auch die Grösse eines Skalenteiles in cm bestimmen. Die Grösse desselben hängt (für ein gegebenes Objektiv und Okular) vom Abstande derselben ab (§ 48). Ich messe deshalb diesen Abstand und setze dann das benutzte Objektiv und Okular in das vertikal stehende Mikroskop ein, wobei ich darauf achte, dass ihr Abstand hier derselbe ist. Unter das Mikroskop bringe ich jetzt eine 1/2 mm Skala und stelle scharf auf dieselbe ein. Ich lese dann ab, wo die Striche der Skala auf dem Mikrometer liegen und berechne hieraus (§ 1B) die Grösse von 1/2 mm in Skt; ich erhalte dann leicht die Grösse von 1 Skt. und damit auch die Verlängerung in cm.

Beispiel.

Eisendraht.

Länge vor dem Versuch 260,8 cm
„ nach „ „ 261,0 „ Mittel l = 260,9 cm.

Einstellung der Marke auf dem Mikrometer.

Belastung	vorwärts	rückwärts	Mittel
1,0 kg	0,65	0,70	0,68
1,5 „	1,32	1,36	1,34
2,0 „	1,98	2,05	2,02
2,5 „	2,65	2,77	2,71
3,0 „	3,40	3,40	3,40

Bei Zusatz-Belastung	Senkung	Senkung für 1 kg
von 0,5 kg	0,66 Skt.	1,32 Skt.
1,0 „	1,34 „	1,34 „
1,5 „	2,03 „	1,35 „
2,0 „	2,72 „	1,36 „
		Mittel 1,343 Skt.

Drahtdurchmesser (mit dem Schrauben-Mikrometer)

	1. 0-Punkt	2. Durchmesser		3. 0-Punkt
	— 0,011	0,545		— 0,015
	— 0,012	0,543		— 0,016
	— 0,011	0,535		— 0,015
Mittel	— 0,011	0,520	Mittel	— 0,015
		0,514		
		0,513		
		0,501		
		0,512		
		0,528		
		0,548		
		Mittel 0,526		
		Korrektion — 0,013		

Mittel der 0-Punkts-Korrektion — 0,013.

Durchmesser = 0,539 mm = 0,0539 cm.
Radius r = 0,02695 cm.

Auswertung der Mikrometer-Skala.

Länge des Mikroskops 219,5 mm.

1/2 mm Skala	Mikrometer-Skala
1	$a_1 = 0,50$
2	$a_2 = 1,42$
3	$a_3 = 2,40$
4	$a_4 = 3,34$
5	$a_5 = 4.30$
6	$a_6 = 5,24$
7	$a_7 = 6,20$
8	$a_8 = 7,14$
9	$a_9 = 8,10$
10	$a_{10} = 9,02$

$a_6 - a_1 = 4,74$
$a_7 - a_2 = 4,78$
$a_8 - a_3 = 4,74$
$a_9 - a_4 = 4,76$
$a_{10} - a_5 = 4,72$
Mittel 4,748

1/2 mm = 4,748/5 = 0,950 Skt.
1 Skt. = 1/2 · 0,950 = 1/ 1,900 mm
= 1/19,00 cm.

$$E = \frac{l \cdot M \cdot g}{\delta l \cdot q} = \frac{l \cdot M \cdot g}{\delta l \cdot r^2 \cdot \pi} = \frac{260{,}9 \cdot 1000 \cdot 981 \cdot 19{,}00}{1{,}343 \cdot 0{,}02695^2 \cdot \pi}$$

$= 15869 \cdot 10^8 \; cm^{-1} \cdot g_M \cdot sec^{-2}$.

$E' = E/981 \cdot 1000 = 15869 \cdot 10^8/981000$

$= 1\,617\,650 \; Kg_G/cm^2$.

Andere Drähte analog.

---

§ 19. Elastizitäts-Modul durch Biegung.

Ueber den Begriff des Elastizitäts-Moduls siehe § 18.

Lege ich einen rechteckigen Stab der Länge l, der Breite b und der Höhe a auf 2 feste Unterlagen auf und belaste ihn in der Mitte durch ein Gewicht P, so erleidet er eine Durchbiegung h, die sich aus der (auf elementarem Wege nur umständlich abzuleitenden) Formel ergibt

$$h = \frac{1}{4E} \frac{l^3 P}{a^3 b}.$$

Daraus ergibt sich der Elastizitäts-Modul zu

$$E = \frac{1}{4} \frac{l^3 P}{a^3 b h}.$$

Nun ist das Gewicht gleich Masse mal Schwerebeschleunigung, also

$$E = \frac{1}{4} \frac{l^3 M g}{a^3 b h}.$$

Der Elastizitäts-Modul ist in wissenschaftlichem und in technischem Mass anzugeben (siehe § 18).

Ich bestimme zunächst die Breite und Höhe des Stabes mit Hilfe des Schrauben-Mikrometers (§ 4) in cm. Sodann lege ich ihn auf die parallel zu einander im Abstande l aufgestellten Klötze und setze auf die Mitte des Stabes die Schneide mit der Wagschale, in welcher ich oben die $^1/_{10}$ mm Glasskala befestige; die geteilte Seite muss dem Beobachter zugewendet sein. Bevor ich jetzt das Mikroskop mit dem Fadenkreuz darauf einstelle, muss ich den Tisch, auf

welchem das Mikroskop sich verschieben lässt, horizontal stellen, damit nicht dadurch Fehler in die Beobachtung hineinkommen. Das Nivellieren geschieht mit Hilfe der Libelle.

Die Libelle besteht aus einer schwach gekrümmten bis auf eine kleine Luftblase mit Äther gefüllten Glasröhre, welche mit der konvexen Seite nach oben auf einer metallnen Grundplatte befestigt ist. Die Luftblase als der spezifisch leichtere Körper wird stets die höchste Stelle einnehmen. Die Stellung welche sie bei horizontaler Lage der Aufsatzplatte einnimmt, wird durch 2 Striche auf dem Glasrohre angegeben. Sobald die Aufsatzplatte ein wenig geneigt wird, liegt ein anderer Teil der Glasröhre höher wie der markierte und die Luftblase wird dahin wandern.

Ich stelle die eine Tischkante parallel zur Verbindungslinie zweier Schrauben und parallel zu dieser die Libelle. Durch Regulieren von einer der beiden Fussschrauben bringe ich die Libelle zum Einspielen. Da ich aber nicht weiss, ob die Libelle richtig ist, so drehe ich sie um 180°. Spielt sie jetzt nicht ein, so korrigiere ich die Hälfte des Fehlers an der Fussschraube, die andere Hälfte mit der an der Libelle befindlichen Schraube, durch welche ich die Neigung der Libelle gegen ihre Grundplatte ändere. Ich drehe dann wieder um 180° und verfahre ebenso. Das geschieht solange, bis die Libelle in beiden Stellungen einspielt. Der Grund dieses Verfahrens ist wohl an sich klar.

Ich weiss also jetzt, dass die Tischkante horizontal steht, und dass ferner die Libelle richtig ist. Ich stelle nun die Libelle senkrecht zu der ersten Tischkante und korrigiere einen evtl. Fehler durch die dritte bis jetzt nicht benutzte Fussschraube. Da die Libelle richtig, steht damit auch diese Kante horizontal und damit auch die ganze Tischplatte. Die Libelle muss also in jeder beliebigen Stellung auf dem Tisch einspielen. Probieren!

Ich stelle nun das Mikroskop so ein, dass ich die Skala und das Fadenkreuz scharf sehe und lese die Stellung des letzteren auf der ersteren ab. Dabei darf natürlich die Wagschale nicht pendeln; evtl. durch einen Pinsel dämpfen. Ich belaste dann der Reihe nach mit $^1/_2$, 0, 1, 0 kg und lese jedesmal wieder die Stellung des Fadenkreuzes auf der Skala ab. Aus den korrespondierenden Beobachtungen wird das Mittel genommen; die Differenz der Einstellungen mit Belastung gegen die ohne Belastung gibt die Senkung für $^1/_2$ und 1 kg; erstere wird auf 1 kg Belastung umgerechnet und dann aus beiden das Mittel genommen.

Beispiel.

Bestimmung des Elastizitäts-Moduls von Stahl.

A. Bestimmung von Stabbreite und -höhe.

0-Punkt des Schrauben-Mikrometers.

	1.	3.	5.
	—0,009	—0,008	—0,007
	—0,009	—0,009	—0,008
	—0,009	—0,008	—0,007
Mittel	—0,009 mm	—0,008 mm	—0,007 mm

2. Breite	Höhe
10,003	5,030
7	31
4	31
7	28
2	28
4	28
2	29
2	28
6	27
6	29
Mittel 10,004 mm	Mittel 5,029 mm
Korr. — (—0,009)	Korr. — (—0,008)
Breite b = 10,013 mm	Höhe a = 5,037 mm
= 1,0013 cm.	= 0,5037 cm.

Länge l = 45,0 cm.

Einstellung bei Belastuug mit

1.	0 kg	0,33	mm
2.	1/2 „	0,79	„
3.	0 „	0,32	„
4.	1 „	1,24	„
5.	0 „	0,32	„

Belastung: 1/2 kg 0,79 mm
(Mittel aus 1 u. 3.) 0 „ 0,33 „

$h/2 = 0{,}46$ mm
$h = 0{,}92$ „

1 kg 1,24 „
(Mittel aus 3 u. 5). 0 „ 0,32 „

$h = 0{,}92$ mm

Mittel: $h = 0{,}92$ mm $= 0{,}092$ cm.

$$E = \frac{45{,}0^3 . 1000 \cdot 981}{4 \cdot 1{,}0013 \cdot 0{,}5037^3 \cdot 0{,}092}$$

$$= 18984 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-1} \text{ g}_M \text{ sec}^{-2}$$

oder im technischen Mass:

$$E' = \frac{E}{981000}$$

$$E' = 1\,935\,100 \text{ Kg}_G/\text{cm}^2.$$

Andere Stäbe analog.

---

§ 20. Elastizitäts-Modul durch Schallschwingungen.

Über Elastizitäts-Modul siehe § 18.

Wie aus einer hier nicht wiederzugebenden theoretischen Betrachtung folgt, besteht zwischen dem Elastizitätsmodul E eines Körpers, der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls u in ihm und seiner Dichte s die Beziehung:

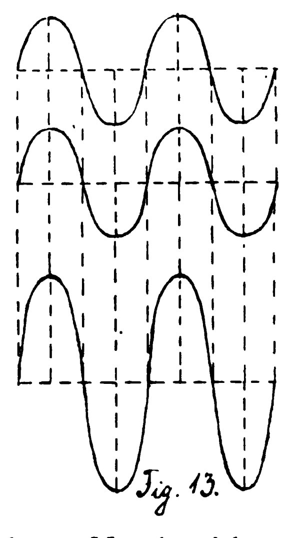
$$u = \sqrt{\frac{E}{s}}.$$

Ich kann also den Elastizitätsmodul mit Hilfe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls be-

stimmen, die ich ihrerseits mit Hilfe der Kundtschen Staubfiguren erhalte.

Bekanntlich ist der Schall eine longitudinale Wellenbewegung (d. h. die einzelnen Teile des Körpers schwingen in der Fortpflanzungsrichtung). Wenn nun die von einem tönenden Körper ausgehenden, durch die Luft sich fortpflanzenden Schallwellen, auf einen festen Körper treffen, werden sie reflektiert, und zwar ein Wellenberg als Wellental und umgekehrt. Wenn nun zwei Wellenzüge einander treffen, interferieren sie mit einander, d. h. die Bewegungszustände der beiden Wellen an demselben Ort addieren einander algebraisch; sie können sich dabei verstärken oder schwächen.

Der grösseren Deutlichkeit halber will ich dies an Transversalwellen erklären (bei diesen schwingen die Teilchen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung); die Resultate gelten ohne Weiteres auch für Longitudinalwellen.


Fig. 13.

Ich will annehmen, dass zu gleicher Zeit von demselben Ort 2 Wellenzüge gleicher Wellenlänge und gleicher Amplitude ausgehen. Unter einer Wellenlänge versteht man den Abstand zweier Punkte, welche sich in demselben Bewegungszustande befinden; also sind z. B. (Fig. 13) die Strecken a b, c d, e f, gleich einer Wellenlänge; dagegen ist a g nicht gleich einer Wellenlänge; die Punkte a und g befinden sich zwar in ähnlichem Bewegungszustande, doch ist ihr Bewegungssinn entgegengesetzt gerichtet. Man bezeichnet ferner die Stelle, an welcher die Ruhelage passiert wird, als Knoten, die Stellen grösster Elongation als

Bäuche, An den Bäuchen herrscht die lebhafteste Bewegung, die Knotenpunkte sind zwar in Ruhe, doch treten an ihnen fortwährend Dichtigkeitsschwankungen auf. Es ist also der Abstand zweier Knoten oder Bäuche gleich 1/2 Wellenlänge. Von der Wellenlänge hängt die Höhe des Tones, von der Amplitude seine Stärke ab, und zwar ist sie gleich dem Quadrate der Amplitude. Durch algebraische Addition der Ordinaten erhalte ich eine Welle von derselben Länge, aber von der doppelten Amplitude.

Ich will nun annehmen, dass die zweite Welle erst ausgeht, wenn die erste bereits einen Weg von einer halben Wellenlänge zurückgelegt hat (eine Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge gegen die erste besitzt) (Fig. 14). Addiere ich die Ordinaten algebraisch, indem ich die über der Ruhelage als positiv, die unter derselben als negativ betrachte, so erhalte ich als Resultierende eine Grade, d. h. die beiden Wellen vernichten sich völlig.

Es ist nicht schwer, diese Betrachtungen auch auf andere Phasendifferenzen, Wellenlängen und Amplituden auszudehnen.

Im Allgemeinen wandern die Knoten und Bäuche der Wellen im Raume fort. Jede Stelle des Raumes wird abwechselnd Knoten und Bauch. Wenn aber der Abstand zwischen der Schallquelle und der reflektierenden Wand grade ein Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, so treten eigentümliche Erscheinungen auf. Es sei (Fig. 15) A die reflektierende Wand, die obere Welle die ankommende; die Welle, wie sie durch Reflektion entsteht, ist unten rechts herausgezeichnet. Der Phasensprung ist berücksichtigt. Es liegt jetzt an der Wand ein Knoten. Wir betrachten die Wellen nachdem sie um 1/4, 1/2, 3/4 usw. Wellenlängen fortgeschritten

sind und konstruieren jedesmal die durch Interferenz entstehende resultierende Welle. Wir sehen dann, dass es Stellen im Raume gibt, die von der Wand aus um je 1/2 Wellenlänge entfernt liegen, welche ständig in Ruhe, also Knoten, bleiben. Die dazwischen liegenden sind bald in Ruhe bald in Bewegung.

Man nennt solche Wellen bei welchen die Knoten im Raume fest liegen, stehende Wellen. Man bezeichnet auch hier die Stellen grösster Elongation als Bäuche.

Fig. 15.

Werde ich den Ton in einer Röhre erzeugen, in dieser durch Reflektion an ihrem geschlossenen Ende die stehenden Wellen

entstehen lassen und in diese leicht bewegliche Körper hinein bringe (Korkstaub), so wird derselbe an den Knoten, da dort keine Bewegung ist, liegen bleiben, an den Bäuchen dagegen aufgewirbelt werden und sich folglich in periodischen Figuren anordnen. Ich kann so durch Messuug des Abstandes zweier Knoten die halbe Wellenlänge des Tones bestimmen.

Ausführung des Versuchs.

Ich spanne den zu untersuchenden Körper (Glas-, Eisen- oder Messingstab) mit der Tischklemme in der Mitte fest und versetze ihn durch Längsreibung eines Endes in Longitudinal-Schwingungen (Glas mit feuchtem Kork, Metall mit Leder und Kolophonium reiben). An der Einklemmstelle kann keine Bewegung stattfinden, dort muss also dauernd ein Knoten sein; durch das Reiben entstehen also in dem Stab auch stehende Wellen. An beiden Enden wird ein Bauch sein; der Stab schwingt also, wenn er seinen Grundton gibt, so dass seine Länge gleich einer halben Wellenlänge ist. Durch Messung der Länge des Stabes erhalte ich folglich die Wellenlänge des Tones in ihm. Damit die Schwingungen leicht auf die Luft übertragen werden, wird das nicht geriebene Ende mit einer leichten Korkscheibe versehen. Über dasselbe Ende wird die an einem Ende verschlossene mit ein wenig trocknem Korkstaub beschickte Glasröhre so geschoben, dass der Stab sie nirgends berührt; sie wird zu diesem Zweck auf zwei Tischklemmen aufgesetzt. Es soll nun die Strecke zwischen dem tönenden Körper (das ist dem Ende des Stabes) und der reflektierenden Wand (das ist dem Ende der Röhre) ein ganzes Vielfaches einer halben Wellenlänge sein. Das muss ich durch Ausprobieren finden; ich verschiebe die Röhre so lange, unter fortwährenden Reiben des Stabes, bis das Aufwirbeln des Korkstaubes möglichst energisch geschieht. Haben sich die Staubfiguren gut ausgebildet, so messe ich den Abstand der Bäuche (oder Knoten) folgendermassen: Ich lege die Röhre auf einen in mm

geteilten Massstab und lese die Lage der Bäuche (oder Knoten) auf demselben ab; $^1/_{10}$ mm schätzen! Über die Berechnung des Abstandes siehe § 1 B.

Aus der Stablänge und dem Abstande zweier Bäuche kann ich nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Stab auf Grund der folgenden Ueberlegung berechnen. Ist von einem tönenden Körper eine Schwingung ausgegangen, so hat sich die Wellenbewegung um eine Wellenlänge λ fortgepflanzt; nach 2 Schwingungen um 2λ u. s. f. Macht nun der Körper in der Sekunde N Schwingungen, so haben sich dieselben um $N \cdot \lambda$ fortgepflanzt. Der in einer Sekunde zurückgelegte Weg ist aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit u; also ist

$$u = N\lambda.$$

Für einen anderen Körper (Luft) gilt analog

$$u_1 = N_1 \cdot \lambda_1.$$

Jetzt pflanzt sich aber aus dem Stab derselbe Ton in die Luft fort, d. h. die Schwingungszahl bleibt beim Übergang in ein anderes Medium dieselbe. Folglich ist

$$\frac{u}{u_1} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{^1/_2\,\lambda}{^1/_2\,\lambda_1} = \frac{l}{k},$$

wo l die Stablänge, k den Abstand zweier Bäuche oder Knoten bezeichnet.

Nun ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Luft:

$$u = 331\sqrt{1 + 0{,}004 \cdot t},$$

wo t die Temperatur in C. $^1/_{10}{}^0$ schätzen!

Ich kann folglich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls im Stabe berechnen.

Die Gleichung $N = \frac{u_1}{2\,k}$ liefert ferner die Schwingungszahl des Tones, und schliesslich die Gleichung

$$E = u^2 s$$

den Elastizitäts-Modul. Derselbe ist im wissenschaftlichen und technischen Mass anzugeben (§ 18).

Alle Grössen sind in cm zu messen.

Fülle ich die Röhre mit einem anderen Gase (Leuchtgas, Kohlensäure etc.) und benutze zur Tonerzeugung denselben Stab, so gilt auch für diesen:

$$u_2 = N \cdot \lambda_2, \qquad \text{also}$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{k_2}{k_1},$$

wo k_2 den Abstand zweier Knoten im Gase, k_1 in Luft bedeutet. Ich kann so auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls im Gase bestimmen.

Das Gas muss längere Zeit durch die Röhre streichen, damit die Luft völlig verdrängt wird. Vor die Einströmöffnung in die Röhre wird eine Chlorcalcium-Röhre zur Trocknung des Gases geschaltet (der Korkstaub würde sonst feucht werden und an der Röhrenwandung haften).

Während des Versuchs muss das Gas langsam durchströmen, damit nicht vom offenen Ende her wieder Luft eindringt.

Will ich die gefundene Schallgeschwindigkeit auf die für 0^0 reduzieren, so muss ich durch $\sqrt{1 + 0{,}004 \cdot t}$ dividieren (siehe oben, Schallgeschwindigkeit der Luft) oder mit $\sqrt{1 - 0{,}004 \cdot t}$ multiplizieren.

Beispiel.

1. Glasstab. Stablänge $l = 156{,}8$ cm. Temp. $18{,}8^0$ C.

Lage der Knoten

a_1	44,7		
a_2	54,8	$a_4 - a_1 = 30{,}3$	
a_3	64,9	$a_5 - a_2 = 30{,}3$	$k_1 = 30{,}27/3 = 10{,}09$ cm.
a_4	75,0	$a_6 - a_3 = 30{,}2$	
a_5	85,1	Mittel 30,27	
a_6	95,1		

Schallgeschwindigkeit in Luft $u_1 = 331\sqrt{1 + 0{,}004 \cdot 18{,}8}$ $= 343{,}22$ m/sec. $= 34322$ cm/sec.

Schallgeschwindigkeit in Glas $u = u_1 \cdot l/k_1 = 343{,}22 \cdot 156{,}8/10{,}09 = 5334$ m/sec $= 533400$ cm/sec.

Schwingungszahl $N = u_1 / 2k_1 = 34322/2 \cdot 10{,}09 = 1700{,}8 = 1701$.

Elastizitäts-Modul des Glases $E = u^2 \cdot s = 533400^2 \cdot 2{,}5 = 711230 \cdot 10^6 \, cm^{-1} g_M \, sec^{-2}$.

im technischen Mass $E' = E/981000 = 725000 \, kg_G/cm^2$.

Andere Stäbe analog.

2. Glasstab in Leuchtgas. Temp. 18,8° C.

a_1	10,0	$a_3 - a_1 = 26{,}3$	
a_2	23,2	$a_4 - a_2 = 26{,}8$	$k_2 = 13{,}28$ cm.
a_3	36,3	Mittel $= 26{,}55$	
a_4	50,0		

Schallgeschwindigkeit im Leuchtgas $v = u_1 \, k_2/k_1 = 34322 \cdot 13{,}28/10{,}09 = 45174$ cm/sec $= 451{,}7$ m/sec.

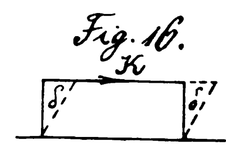
Schallgeschwindigkeit im Leuchtgas bei 0°.

$$v_0 = v \sqrt{1 - 0{,}004 \cdot 18{,}8} = 435{,}7 \text{ m/sec.}$$

---

§ 21. Torsionsmodul.

Ich befestige eine rechtwinklige Platte (Fig. 16), deren Grösse gleich f ist, an der Grundfläche und lasse an der gegenüberliegenden Fläche eine Kraft K in Richtung der Fläche angreifen, die ich gleichmässig über dieselbe verteilt denken kann. Dadurch wird die Platte deformiert, und die Seitenflächen bilden mit den ursprünglich normalen Flächen einen Winkel δ; die elastischen Kräfte halten der Kraft K das Gleichgewicht. Aus Versuchen hat sich ergeben, dass die Grösse der Kraft und damit die der elastischen Kraft proportional der Fläche f und dem Deformationswinkel δ ist, also:

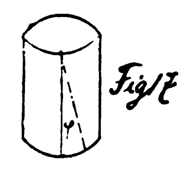


$$K = F \cdot \delta \cdot f,$$

wo F ein Proportionalitätsfaktor ist, der nur vom Material abhängt; er heisst der Torsions- oder Gleitmodul (auch wohl zweiter Elastizitätsmodul genannt).

Setzen wir $f=1$ und $\delta=1$, so ist $K=F$, d. h. der Torsionsmodul hat die Bedeutung: Er ist gleich der Kraft, welche nötig ist, um eine Fläche der Grösse 1 cm² so zu deformieren, dass ihre Seitenflächen mit den ursprünglich normalen Flächen einen Winkel der Grösse 1 bilden, (der Winkel ist dabei im Bogenmass zu messen; es ist der Winkel 1 in Bogenmass gleich 57,296°), vorausgesetzt, dass das Gesetz bis zu dieser Deformation giltig wäre.

Spanne ich einen Draht der Länge l vom Radius r ein und tordiere ihn am unteren Ende um einen Winkel φ, so wird er dabei in ähnlicher Weise deformiert, wie die Platte im obigen Beispiel (Fig. 17).



Zeichne ich auf seinem äusseren Umfang eine vertikale Grade, so ist diese nach seiner Deformation übergegangen in eine gegen die erste geneigte Grade, wir haben also analog wie oben die einzelnen Schichten gegen ihre ursprüngliche Lage verdreht.

Damit ich diese Verdrehung aufrecht erhalte, muss ich am unteren Ende des Drahtes ein Drehmoment ausüben, das die Grösse hat

$$F \frac{\pi r^4}{2 l} \varphi.$$

Es ist also proportional dem Torsionsmodul, der 4. Potenz des Radius, dem Drehwinkel und umgekehrt proportional der Drahtlänge. Der Proportionalitätsfaktor ist gleich $\pi/2$. (Die Formel ist auf elementarem Weg nicht ableitbar).

Ein eben so grosses Drehmoment üben die Torsionskräfte aus. Wir bezeichnen nun das Drehmoment für den Winkel 1 als Direktionskraft D. Die Direktionskraft ist also

$$D = F \frac{\pi r^4}{2 l}.$$

Nun ist die Schwingungsdauer t eines Körpers vom Trägheitsmoment K unter dem Einfluss der Direktionskraft D

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Unter dem Trägheitsmoment versteht man die Summe über alle einzelnen Massenteilchen eines Körpers, jedes multipliziert mit dem Quadrat seines Abstandes von der Drehachse (Σmr^2). Also ist in unserem Falle

$$t^2 = \pi^2 \frac{K \cdot 2 l}{F \pi r^4}$$

$$= \frac{2 \pi K \cdot l}{F r^4}$$ und somit

$$F = \frac{2 \pi K \cdot l}{t^2 r^4}.$$

Die Dimension bestimmt sich aus der Gleichung

$$[F] = \frac{M \cdot L^2 \cdot L}{T^2 \cdot L^4} = L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2} (= \text{Kraft/Fläche}).$$

Also im absoluten Masssystem (wobei alle Grössen in cm, g_M und sec. zu messen sind)

$$[F] = cm^{-1} \cdot g_M \cdot sec^{-2}.$$

Im technischen Mass wird der Torsionsmodul in Kg-Gewicht pro cm^2 angegeben. Nun ist ein Kg-Gewicht gleich $1000 \cdot 981$ Dynen. Die Einheit des Torsionsmoduls im technischen Mass ist folglich $1000 \cdot 981$ mal grösser als die im absoluten Mass, er wird also angegeben durch eine $1000 \cdot 981$ mal kleinere Zahl. Ich erhalte ihn also aus dem in absolutem Mass bestimmten, wenn ich diesen durch $1000 \cdot 981$ dividiere.

Der Torsionsmodul ist in absolutem und technischem Mass anzugeben.

Beschreibung des Apparates. An einem soliden Träger ist ein Draht fest eingespannt. Er

trägt an seinem unteren Ende ein Y-Gehänge mit Spiegel, das mit einer kreisförmigen Messingplatte beschwert ist. Unter diese lässt sich nach Lösung einer Kordelschraube noch eine zweite Messingplatte zentrisch zur ersten legen. Dieser Teil befindet sich zum Schutze gegen Luftströmungen in einem Glasgehäuse.

Ich bestimme zu Beginn und zum Schluss des Versuchs die Drahtlänge mit dem Bandmass (mm schätzen!) und die Drahtstärke mit dem Schrauben-Mikrometer (§ 4).

Um die Schwingungsdauer zu bestimmen, stelle ich das mit einer Skala versehene Fernrohr auf den Spiegel ein, sodass das Spiegelbild des Skalenteils 50 mit dem Fadenkreuz koinzidiert (zur Fernrohreinstellung siehe § 6). Diesen Skalenteil markiere ich durch einen Streifen schwarzen Papiers. Durch einen feinen Haarpinsel versetze ich die Messingscheibe und damit den Apparat in Torsionsschwingungen. Die Amplitude derselben muss so gewählt werden, dass die Schwingungen sich nur wenig über die Skala hinaus erstrecken.

Ich notiere jetzt 10 aufeinander folgende Durchgänge durch die der Ruhelage benachbarte Marke, und zwar in Stunden, Minuten und Sekunden nach der Taschenuhr (siehe Beispiel). Das geschieht am Besten folgendermassen: Während der eine Beobachter durch das Fernrohr beobachtet und notiert, zählt der andere laut nach seiner Uhr die Sekunden, damit der erstere stets die Zeit kennt. $^1/_{10}$ Sekunden sind noch aus dem Verhältnis der Strecken zu schätzen, um welche zu Anfang und Schluss der betreffenden Sekunde das Fadenkreuz von der markierten Ruhelage entfernt ist.

Nach diesen Beobachtungen überlasse ich den Apparat 5 Minuten sich selbst und beobachte dann wieder 10 Durchgänge durch die Ruhelage. Aus jeden dieser Sätze bestimme ich in genauester Weise (§ 1 B) die Schwingungsdauer und nehme aus beiden

das Mittel. Mit diesem dividiere ich jetzt in die Zeit zwischen der letzten Beobachtung des ersten und der ersten des zweiten Satzes. Der Quotient muss eine ganze Zahl sein, da inzwischen nur eine ganze Zahl von Schwingungen vergangen sein kann. Im allgemeinen ist dies jedoch nicht der Fall, ich finde eine Abweichung von der ganzen Zahl, z. B. 30,9. Dann weiss ich, dass in der Zwischenzeit 31 Schwingungen vergangen sind. Deshalb dividiere ich also mit der benachbarten ganzen Zahl in die Zwischenzeit. Der Quotient ergibt dann die Schwingungsdauer. Nach dem zweiten Satz warte ich weitere 5 Minuten und beobachte jetzt einen dritten Satz. Mit Hilfe des zweiten und dritten Beobachtuungs-Satzes bestimme ich die Schwingungsdauer analog wie oben und nehme aus den beiden so bestimmten das Mittel.

Ich muss jetzt noch das Trägheitsmoment K kennen; dieses ist für komplizierte Körper schwer zu berechnen. Ich gehe deshalb von der folgenden Überlegung aus: Die Schwingungsdauer eines Körpers vom Trägheitsmoment K unter der Direktionskraft D ist gegeben durch die Gleichung

$$t_1 = \pi \sqrt{\frac{K}{D}}.$$

Füge ich jetzt zu dem Körper ein bekanntes Trägheitsmoment K_1 hinzu, lasse aber die Direktionskraft (in unserem Falle die Torsionskraft) ungeändert, so ist

$$t_2 = \pi \sqrt{\frac{K + K_1}{D}}.$$

Daraus folgt $$\frac{K + K_1}{K} = \frac{t_2^2}{t_1^2},$$ also

$$K = \frac{K_1 t_2^2}{t_2^2 - t_1^2}.$$

Die Messingscheibe, welche wir hinzufügen können, ist nun ein Hohlzylinder der Masse M mit den Radien r_1 und r_2. Es ist ihr Trägheitsmoment

$$K_1 = \frac{M}{2}(r_1^2 + r_2^2).$$

Ihre Masse bestimme ich durch Wägung, ihren Durchmesser, indem ich auf die Scheibe einen in mm geteilten Glasstab längs eines Durchmessers lege und die Lage der Enden der Enden der Durchmesser des inneren und äusseren Kreises auf dem Massstab ablese; $^1/_{10}$ mm schätzen!

Diese Scheibe wird dann unter die erste Scheibe gelegt, ferner kontrolliert, ob die Ausschläge an der Skala von der früheren Ruhelage nach beiden Seiten gleich gross sind. Falls das nicht der Fall ist, wird aus zwei Umkehrpunkten die neue Ruhelage bestimmt (die ja nur angenähert benannt zu sein braucht) und die Marke auf diese gesetzt. Die Schwingungsdauer mit 2 Scheiben wird jetzt analog wie die mit einer Scheibe bestimmt.

Beispiel.

Eisendraht.

Bestimmung der Drahtlänge:

zu Beginn der Messung 260,2 cm
zum Schluss der „ 260,4 „

Mittel l = 260,3 cm.

Bestimmung des Drahtdurchmessers mit dem Schrauben-Mikrometer.

1. 0-Punkt.	3. 0-Punkt.	
—0,011	—0,011	0-Punkts-Korrektion —0,011 mm. (Mittel).
—0,011	—0,012	
—0,011	—0,011	
Mittel —0,011 mm	—0,011 mm	

2. Draht-Durchmesser

0,302
0,343
0,340
0,342
0,355
0,345
0,374
0,350

Mittel 0,344 mm

Draht-Durchmesser 0,344-(—0,011) = 0,355 mm = 0,0355 cm.
Drahtradius r = 0,0178 cm.

Bestimmung des Trägheitsmoments der zweiten Scheibe.
Masse $M = 271{,}25$ g.
Äusserer Durchm. $17{,}00 - 6{,}00 = 11{,}00$ cm. $r_1 = 5{,}50$ cm.
Innerer „ $12{,}00 - 11{,}54 = 0{,}46$ cm. $r_2 = 0{,}23$ cm.

$$\text{Trägheitsmoment } K_1 = 1/2\, M\,(r_1{}^2 + r_2{}^2) = 1/2 \cdot 271{,}25\,(5{,}50^2 + 0{,}23^2) = 4109{,}7 \text{ g} \cdot \text{cm}^2.$$

Bestimmung der Schwingungsdauer mit einer Scheibe (siehe § 1 B).

1.	a_1	3 Uhr	9 Min.	46,0 sec.		
	a_2	3 „	9 „	55,1 „		
	a_3	3 „	10 „	4,3 „		$a_6 - a_1 = 47{,}3$ sec.
	a_4	3 „	10 „	14,3 „		$a_7 - a_2 = 47{,}9$ „
	a_5	3 „	10 „	23,2 „		$a_8 - a_3 = 48{,}1$ „
	a_6	3 „	10 „	33,3 „		$a_9 - a_4 = 47{,}2$ „
	a_7	3 „	10 „	43,0 „		$a_{10} - a_5 = 48{,}0$ „
	a_8	3 „	10 „	52,4 „		Mittel: 47,70 sec.
	a_9	3 „	11 „	1,5 „		Schwingungsdauer
	a_{10}	3 „	11 „	11,2 „		$\tau_1 = 47{,}70/5 = 9{,}54$ sec.
2.	a_1	3 Uhr	17 Min.	51,3 sec.		
	a_2	3 „	18 „	1,0 „		
	a_3	3 „	18 „	10,4 „		$a_6 - a_1 = 47{,}8$ sec.
	a_4	3 „	18 „	20,0 „		$a_7 - a_2 = 47{,}4$ „
	a_5	3 „	18 „	29,3 „		$a_8 - a_3 = 47{,}6$ „
	a_6	3 „	18 „	39,1 „		$a_9 - a_4 = 47{,}0$ „
	a_7	3 „	18 „	48,4 „		$a_{10} - a_5 = 47{,}9$ „
	a_8	4 „	18 „	58,0 „		Mittel: 47,54 sec.
	a_9	3 „	19 „	7,0 „		Schwingungsdauer
	a_{10}	3 „	19 „	17,2 „		$\tau_2 = 47{,}54/5 = 9{,}51$ sec.
3.	a_1	3 Uhr	26 Min.	54,2 sec.		
	a_2	3 „	27 „	3,3 „		
	a_3	3 „	27 „	12,9 „		$a_6 - a_1 = 47{,}8$ sec.
	a_4	3 „	27 „	23,0 „		$a_7 - a_2 = 48{,}0$ „
	a_5	3 „	27 „	32,2 „		$a_8 - a_3 = 48{,}1$ „
	a_6	3 „	27 „	42,0 „		$a_9 - a_4 = 47{,}5$ „
	a_7	3 „	27 „	51,3 „		$a_{10} - a_5 = 47{,}9$ „
	a_8	3 „	28 „	1,0 „		Mittel: 47,86 sec.
	a_9	3 „	28 „	10,5 „		Schwingungsdauer
	a_{10}	3 „	28 „	20,1 „		$\tau_3 = 47{,}86/5 = 9{,}57$ sec.

Mittel aus 1 und 2: $\tau' = 9{,}53$ sec.
$a_1'' - a_{10}' = 6$ Min. 40,1 sec $= 400{,}1$ sec.
Anzahl der Schwingungen $= 400{,}1/9{,}53 = 42{,}0 \sim 42$.
Schwingungsdauer $t'_1{}^1 = \frac{400{,}1}{42} = 9{,}526$ sec.
Mittel aus 2 und 3: $\tau'' = 9{,}54$ sec.
$a_1''' - a_{10}'' = 7$ Min 37,0 sec $= 457{,}0$ sec.
Anzahl der Schwingungen $457{,}0/9{,}54 = 47{,}9 \sim 48$.
Schwingungsdauer $t_1'' = 457{,}0/48 = 9{,}521$ sec.
Mittel aus t_1' und t_1''; $t_1 = 9{,}524$ sec.

Schwingungsdauer mit 2 Scheiben

1.

	Uhr	Min.	sec.
a_1	3 Uhr	48 Min.	35,2 sec.
a_2	3 „	48 „	48,5 „
a_3	3 „	49 „	2,0 „
a_4	3 „	49 „	15,4 „
a_5	3 „	49 „	29,3 „
a_6	3 „	49 „	42,5 „
a_7	3 „	49 „	56,0 „
a_8	3 „	50 „	10,0 „
a_9	3 „	50 „	23,4 „
a_{10}	3 „	50 „	36,6 „

$a_6 - a_1 = 67{,}3$ sec.
$a_7 - a_2 = 67{,}5$ „
$a_8 - a_3 = 68{,}0$ „
$a_9 - a_4 = 68{,}0$ „
$a_{10} - a_5 = 67{,}3$ „

Mittel: 67,62 sec.
Schwingungsdauer
$\tau_1 = 67{,}62/5 = 13{,}52$ sec.

2.

	Uhr	Min.	sec.
a_1	3 Uhr	58 Min.	0,0 sec.
a_2	3 „	58 „	13,9 „
a_3	3 „	58 „	27,4 „
a_4	3 „	58 „	41,0 „
a_5	3 „	58 „	54,0 „
a_6	3 „	59 „	7,9 „
a_7	3 „	59 „	21,3 „
a_8	3 „	59 „	34,6 „
a_9	3 „	59 „	48,0 „
a_{10}	4 „	0 „	1,5 „

$a_6 - a_1 = 67{,}9$ sec.
$a_7 - a_2 = 67{,}4$ „
$a_8 - a_3 = 67{,}2$ „
$a_9 - a_4 = 67{,}0$ „
$a_{10} - a_5 = 67{,}5$ „

Mittel: 67,40 sec.
Schwingungsdauer
$\tau_2 = 67{,}40/5 = 13{,}48$ sec.

3.

	Uhr	Min.	sec.
a_1	4 Uhr	6 Min.	17,2 sec.
a_2	4 „	6 „	31,0 „

3.

a_3	4 Uhr	6 Min.	44,5	sec.
a_4	4 „	6 „	57,8	„
a_5	4 „	7 „	11,5	„
a_6	4 „	7 „	25,1	„
a_7	4 „	7 „	38,3	„
a_8	4 „	7 „	51,4	„
a_9	4 „	8 „	4,8	„
a_{10}	4 „	8 „	19,0	„

$a_6 - a_1 = 67,9$ sec.
$a_7 - a_2 = 67,3$ „
$a_8 - a_3 = 66,9$ „
$a_9 - a_4 = 67,0$ „
$a_{10} - a_5 = 67,5$ „

Mittel: 67,32 sec.
Schwingungsdauer
$\tau_3 = 67,32/5 = 13,46$ sec.

Mittel aus 1 und 2: $\tau' = 13,50$ sec.
$a_1'' - a_{10}' = 7$ Min. 23,4 sec $= 443.4$ sec.
Anzahl der Schwingungen $443,4/13,50 = 32,8 \backsim 33$.
Schwingungsdauer $t_2' = 443,4/33 = 13,436$ sec.

Mittel aus 2 und 3: $\tau'' = 13,47$ sec.
$a_1''' - a_{10}'' = 6$ min 15,7 sec $= 375,7$ sec.
Anzahl der Schwingungen $375,7/13,47 = 27,9 \backsim 28$.
Schwingungsdauer $t_2'' = 375,7/28 = 13,418$ sec.

Mittel aus t_2' und t_2'': $t_2 = 13,427$ sec.

Trägheitsmoment $K = \dfrac{K_1 t_1^2}{t_2^2 - t_1^2} = \dfrac{4109,7 \cdot 9,524^2}{13,427^2 - 9,524^2}$
$= 4161,4$ g · cm².

Torsionsmodul $F = \dfrac{2\pi K l}{t^2 r^4} = \dfrac{2\pi \cdot 4161,4 \cdot 260,3}{9,524^2 \cdot 0,0178^4}$
$= 74745 \cdot 10^7$ cm^{-1} g_M sec^{-2}.

$F'^1 = \dfrac{F}{1000 \cdot 981} = 761920$ Kg_G/cm².

§ 22. Kapillarkonstante.

Wenn sich in einem dünnen Rahmen aus Eisendraht eine Lamelle aus einer Flüssigkeit (Wasser, Seifenlösung usw.) bildet, so hat diese das Bestreben, ihre Oberfläche zu verkleinern und zieht den beweglichen Eisendraht C D nach oben. Damit dies nicht geschieht, muss man ein kleines Gewicht P anhängen (wobei das Gewicht des Eisendrahtes C D

eingerechnet sei). Die Grösse dieser der zusammenziehenden Kraft das Gleichgewicht haltenden Kraft ist unabhängig von der Grösse der Lamelle, bleibt also dieselbe, ob ich die Lamelle ausziehe oder nicht.

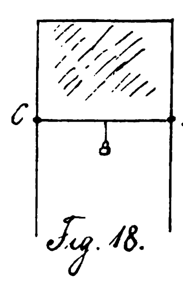


Fig. 18.

Daraus ziehen wir den Schluss, dass diese zusammenziehende Kraft von einer an der Oberfläche der Flüssigkeit haftenden Haut herrührt, deren Existenz sich auch auf andere Weise bemerkbar macht (so lässt sich z. B. das Schwimmen von Nähnadeln auf Wasser ungezwungen erklären u. A.).

Es sei die Spannung dieser Oberflächenhaut, d. h. die Kraft, welche sie pro cm der freien Kantenlänge $CD = b$ ausübt, gleich T; dann übt also jede Oberfläche eine Kraft $b \cdot T$ aus. Da nun die Lamelle von 2 Oberflächen begrenzt wird, ist die gesamte durch die Oberflächenspannung bewirkte Kraft gleich 2 b T. Diese hält dem angehängten Gewicht das Gleichgewicht; es gilt also

$$P = 2\,b\,T.$$

T heisst die Kapillarkonstante; sie hängt ab von der Natur der beiden sich berührenden Medien (z. B. Wasser und Luft). Die Kapillarkonstante ist also gleich dem halben Gewicht, das der Oberflächenspannung einer Lamelle von der freien Kantenlänge 1 cm das Gleichgewicht hält.

Da das Gewicht P gleich der Masse M, multipliziert mit der Schwerebeschleunigung g ist, so bestimmt sich T aus der Gleichung

$$T = \frac{M\,g}{2\,b}$$

und die Dimension (§ 17) von T aus der Gleichung

$$[T] = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L} = M \cdot T^{-2} \left(= \frac{\text{Kraft}}{\text{Länge}}\right);$$

also im wissenschaftlichen Masssystem

$$[T] = g_M \cdot \sec^{-2}.$$

Im technischen System gibt man T an in g_G pro cm. Da nun $1 g_G = 1 g_M \cdot 981$, so ist die Einheit für die Kapillarkonstante im technischen System 981 mal grösser als die im wissenschaftlichen, die Masszahl folglich 981 mal kleiner. Ich erhalte also die Kapillarkonstante T' im technischen System, wenn ich die im wissenschaftlichen System durch $g = 981$ dividiere.

Zur Bestimmung der Kapillarkonstante bediene ich mich der durch die Oberflächenspannung bewirkten Eigenschaft, dass die Flüssigkeiten in Kapillarröhren höher stehen als in weiten Gefässen (Quecksilber erleitet eine Kapillardepression). Es hält nämlich die Oberflächenspannung dem Gewicht der gehobenen Flüssigkeit das Gleichgewicht.

Ich bezeichne

den Radius der Kapillare mit . . . . r,
die Höhe der Flüssigkeitssäule in der Kapillare über dem Niveau in dem weiteren Gefäss mit h,
die Dichte der Flüssigkeit mit . . . . s,
die Kapillarkonstante der Flüssigkeit gegen Luft (d. i. die Oberflächenspannung) mit . . . . . T.

Die Oberflächenspannung greift an längs einer Linie, die gegeben ist durch den Umfang des Kreises, den die Flüssigkeit einnimmt, also durch $2 r \pi$. Die durch die Oberflächenspannung bewirkte Kraft ist folglich gleich $2 r \pi T$. Der Querschnitt der gehobenen Flüssigkeitssäule ist $r^2 \pi$, also ihr Volumen $h r^2 \pi$, ihre Masse $h r^2 \pi s$ und ihr Gewicht $h r^2 \pi s g$. Also ist

$$2 \pi r T = h r^2 \pi s g \quad \text{oder}$$

$$T = {}^1/_2 \cdot h r s g \; g_M \sec^{-2}$$

und im technichen System $T' = \frac{T}{g} = {}^1/_2 \cdot h r s \; g_G/\text{cm}.$

Mit wachsendem Röhrenradius r muss die Steighöhe h abnehmen; deshalb treten die Kapillarerscheinungen in weiten Röhren nicht auf.

Die abgeleitete Gleichung gilt, falls nur Flüssigkeit und Luft aneinanderstossen, falls also die Flüssig-

keit die Glaswand benetzt, da sonst diese ihren Einfluss geltend machen würde. —

Wir wollen die Kapillarkonstante des Wassers bestimmen (die Betrachtungen lassen sich ohne Weiteres auch auf andere Flüssigkeiten übertragen). Dazu muss ich nach obigem die Steighöhe h und den Radius r messen.

1. Bestimmung der Steighöhe.

Die zu untersuchenden Kapillarröhren werden mit konzentierter Salpetersäure gereinigt, indem dieselbe mit einer Pipette in den Kapillaren hoch gesaugt wird. Sie werden dann wiederholt auf dieselbe Weise mit destilliertem Wasser ausgespült und schliesslich in einem damit angefüllten Standzylinder gesetzt, sodass sie beinahe völlig bedeckt werden.

Auf ein Tischchen setzt man eine kleine Schale, die man so weit mit dest. Wasser füllt, dass sich ein Meniskus bildet. Die Röhren werden (eine nach der anderen) in ein Stativ gefasst, vertikal hineingestellt und das Wasser mit der Pipette in ihnen hoch gesaugt, damit die Glaswand benetzt wird. Es wird zunächst etwas sinken, bleibt dann aber in einer bestimmten Höhe stehen. Den Niveauunterschied gegen die Wasseroberfläche in der Schale bestimme ich nun mit dem Kathetometer.

Das Kathetometer besteht aus einer in mm geteilten Metallsäule, die auf einer mit 3 Fussschrauben versehenen Grundplatte vertikal montiert ist. Längs derselben ist auf einem ausbalancierten Schlitten ein Fernrohr (mit Fadenkreuz) verschiebbar. Ein mit dem Schlitten verbundener Nonius gestattet, $^1/_{10}$ mm abzulesen.

Die Säule wird mit Hilfe der Fussschrauben vertikal (zu kontrollieren an der Dosenlibelle auf der Grundplatte), das Fernrohr mit einer Mikrometerschraube horizontal gestellt (zu kontrollieren an der Libelle auf demselben). Auf dem Schlitten besitzt das Fernrohr ausserdem eine gewisse Beweglichkeit um eine

vertikale Achse. Es wird auf die im Abstande von 1,5 — 2 m befindliche Kapillare gerichtet und durch Änderung des Okularauszuges scharf auf dieselbe eingestellt. Man bestimmt zunächst die Lage des oberen, dann die des unteren Wasserniveaus je 3 mal. Aus den Beobachtungen wird das Mittel genommen; die Differenz derselben liefert die Steighöhe h. So wird nacheinander mit sämtlichen Röhren verfahren. Bei jedem Versuch wird die Temperatur des Wassers an einem $^1/_1{}^0$ zeigenden Thermometer bestimmt ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!).

2. Bestimmung des Kapillarradius.

Die Bestimmung geschieht durch Wägung eines eine gemessene Länge der Kapillare ausfüllenden Quecksilberfadens.

Die Kapillaren werden zunächst getrocknet, indem man mit der Pipette etwas Alkohol (zur Entfernung des Wassers) und dann etwas Äther (zur Entfernung des Alkohols) in dieselben saugt. Sie werden dann unter Vorschaltung einer mit Phosphorpentoxd gefüllten Trockenröhre an die Wasserluftpumpe (siehe § 16) angeschlossen und einige Minuten lang durch dieselbe trockne Luft gesaugt. Zwischen Pumpe und Kapillare wird eine mit Chlorcalcium gefüllte Trockenröhre geschaltet, damit nicht Wasserdämpfe von der Pumpe aus in die Röhre gelangen.

Aus einem mit ein wenig Quecksilber gefüllten Porzellanschälchen wird dann mit der Pipette ein Quecksilberfaden von 10 — 20 cm Länge in die Kapillare gesaugt. Seine Länge bestimme ich, indem ich die Kapillare auf eine in mm geteilte Glasskala ($^1/_{10}$ mm schätzen!) lege, die Lage seines Anfanges und Endes auf derselben ablese und von den Ablesungen die Differenz bilde. Neben die Skala wird ein in $^1/_1{}^0$ geteiltes Thermometer gelegt, um die Temperatur des Quecksilbers zu bestimmen ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!). Der Quecksilberfaden wird dann in ein Wägegläschen getan, dessen Masse ich zuvor auf der

Wage bestimmt habe (§ 8, nur auf einer Seite wiegen, da es sich nur um die kleine Differenz zweier Wägungen handelt. Aus demselben Grunde und weil beide Mal dasselbe Gefäss benutzt wird, kann auch die Korrektion auf das Vakuum unterbleiben). Eine neue Wägung liefert die Masse des Quecksilbers (M).

Bei sehr feinen Kapillaren messe ich mehrere Quecksilberfäden der Längen l_1, l_2 u. s. f. (deren Summe gleich l) und bestimme die Masse des Quecksilbers aller dieser Fäden zusammen. — So wird für jede der Kapillaren verfahren. —

Das Volumen des Quecksilberfadens ist $l r^2 \pi$, also die Masse

$$M = l r^2 \pi \sigma_t,$$

wo σ_t die Dichte des Quecksilbers bei t^0 bedeutet. Nun besteht zwischen dieser und der bei 0^0 die Beziehung (§ 32)

$$1/\sigma_t = 1/\sigma_0 \ (1 + \alpha t) \qquad \text{oder}$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_0}{1 + \alpha t} = \sigma_0 \ (1 - \alpha t),$$

wo α der Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers ist, der aus der Tabelle 8 zu entnehmen ist. σ_0 ergibt sich aus Tabelle 1.

Aus obiger Gleichung folgt

$$r = \sqrt{\frac{M}{l \pi \sigma_0 \ (1 - \alpha t)}} \qquad \text{und dann}$$

$$T = 1/_2 \, h r s g.$$

Die Dichte s des Wassers ergibt sich für die abgelesene Temperatur aus Tabelle 3.

Beispiel.

Es soll die Kapillarkonstante des Wassers bestimmt werden. Geg: 3 Röhren, Nr. 1, 2 und 3.

Steighöhe.

Einstellung des Kathetometers.

	Wasserniveau in der Röhre	Wasserniveau in der Schale		Temperatur
Röhre Nr. 1	11,83 cm	9,03 cm		
	11,84 „	9,04 „	$h_1 = 2{,}804$ cm	18,6°
	11,84 „	9,03 „		
Mittel:	11,837 cm	9,033 cm.		
Röhre Nr. 2	14,63 cm	9,00 cm		
	14,64 „	8,99 „	$h_2 = 5{,}640$ cm	18,7°
	14,64 „	9,00 „		
Mittel:	14,637 cm	8,997 cm.		
Röhre Nr. 3	15,73 cm	8,98 cm		
	15,72 „	8,99 „	$h_3 = 6{,}740$ cm	18,8°
	15,72 „	8,98 „		
Mittel:	15,723 cm	8,983 cm.		

Temperatur (Mittel) 18,7°, $s = 0{,}99850$ (aus Tab. 3).

Kapillarradius.

Wage von Sartorius.

Masse des Wägegläschens (siehe § 8) 23,7508 g.

	Länge des Fadens	Temperatur	Wägegl. u. Quecksilber	Masse des Quecks.
Röhre Nr. 1	$l = 26{,}12 - 1{,}25 = 24{,}87$ cm	18,9°	26,5088 g	2,7580 g
Röhre Nr. 2	$l_1 = 32{,}58 - 2{,}31 = 30{,}27$ cm	19,0°	25,3158 g	1,5650 g
	$l_2 = 27{,}29 - 1{,}69 = 25{,}60$ „			
	$l = 55{,}87$ cm			
Röhre Nr. 3	$l_1 = 27{,}98 - 3{,}44 = 24{,}54$ cm	19,1°	25,2586 g	1,5078 g
	$l_2 = 28{,}50 - 2{,}89 = 25{,}61$ „			
	$l_3 = 26{,}00 - 1{,}25 = 24{,}75$ „			
	$l = 74{,}90$ cm	Mittel 19,0°.		

$\sigma_0 = 13{,}596$ (aus Tab. 1). $\alpha = 0{,}000181$ (aus Tab. 8).

Röhre Nr. 1. $r = \sqrt{\frac{M}{l \pi \sigma_0 (1 - \alpha t)}} =$

$$\sqrt{\frac{2,7580}{24,87 \cdot \pi \cdot 13,596 (1 - 0,000181 \cdot 19,0)}} = 0,05100 \text{ cm.}$$

Röhre Nr. 2. $r = \sqrt{\frac{1,5650}{55,87 \cdot \pi \cdot 13,596 (1 - 0,0_3 181 \cdot 19,0)}} =$ 0,02563 cm.

Röhre Nr. 3. $r = \sqrt{\frac{1,5078}{74,90\, \pi \cdot 13,596 (1 - 0,0_3 181 \cdot 19,0)}} =$ 0,02173 cm.

Kapillarkonstante $T = \frac{1}{2} h r s g$.

Röhre Nr. 1. $T = \frac{1}{2} \cdot 2,804 \cdot 0,05100 \cdot 0,99850 \cdot 981 = 70,03\ g_M \sec^{-2}$.

Röhre Nr. 2. $T = \frac{1}{2} \cdot 5,640 \cdot 0,02563 \cdot 0,99850 \cdot 981 = 70,80\ g_M \sec^{-2}$.

Röhre Nr. 3. $T = \frac{1}{2} \cdot 6,740 \cdot 0,02173 \cdot 0,99850 \cdot 981 = 71,72\ g_M \sec^{-2}$.

Mittel $T = 70,84\ g_M \sec^{-2}$.

$$T' = \frac{T}{981} = \frac{70,84}{981} = 0,07221\ g_G/\text{cm}.$$

---

§ 23. Reibungskoeffizient von Flüssigkeiten.

Flüssigkeitsteilchen setzen einer Verschiebung einen Reibungswiderstand entgegen; falls sie längs einer festen Wand erfolgt, ist dieser Widerstand φ proportional der Grösse der Fläche f und der relativen Geschwindigkeit der Flüssigkeit zur Wand v. Ich kann also schreiben

$$\varphi = \varepsilon \cdot f \cdot v,$$

wo ε ein Proportionalitätsfaktor ist, der von der Beschaffenheit der Wand und der Flüssigkeit abhängt.

Er heisst der Koeffizient der äusseren Reibung und hat die folgende Bedeutung: Setze ich $f=1$ und $v=1$, so ist $\varphi=\varepsilon$. Der Koeffizient der äusseren Reibung ist also die Kraft, welche ich aufwenden muss, um die Flüssigkeit mit der relativen Geschwindigkeit 1 cm pro sec an der Fläche 1 cm^2 vorbeizuführen.

Bei Flüssigkeiten, welche die Wand vollständig benetzen, ist $\varepsilon=\infty$, da die an der Wand unmittelbar anliegende Flüssigkeitsschicht ruht. Ich müsste also eine unendlich grosse Kraft aufwenden, um dieser Flüssigkeit eine Geschwindigkeit zu erteilen.

Nun reiben sich die Flüssigkeiten nicht nur an festen Wänden, sondern auch aneinander. Es wird, da die an den Wänden adhärierende Schicht die Geschwindigkeit 0 hat, die mittlere Schicht die grösste Geschwindigkeit besitzen. Diese wird auf die dazwischenliegenden Schichten beschleunigend, jene verzögernd einwirken. Es muss sich also allmählich ein stationärer Zustand ausbilden, bei welchem die Geschwindigkeit von der Mitte aus stetig abnimmt.

Die Kraft ψ, mit welcher zwei Flüssigkeitsschichten auf einander einwirken, ist proportional der Grösse f (Fig. 19) und proportional dem Geschwindigkeitsgefälle $\frac{v_1 - v_2}{d}$.

Ich kann also schreiben

$$\psi = \eta f \frac{v_1 - v_2}{d}.$$

η ist ein Proportionalitätsfaktor, der nur von der Natur der Flüssigkeit abhängt und heisst der Koeffizient der inneren Reibung. Seine Bedeutung ist die folgende: Setze ich $f=1$, $v_1 - v_2 = 1$ und $d=1$, so ist $\psi=\eta$, d. h. der Reibungskoeffizient ist die Kraft, mit welcher 2 Flächeneinheiten der Flüssigkeit beim Geschwindigkeitsgefälle 1 auf einander einwirken; Flüssigkeiten



mit grosser innerer Reibung heissen zähflüssig (viskos). Um η zu bestimmen, benutzen wir das Poiseuillesche Verfahren des Ausflusses aus Kapillarröhren. Ich bestimme dadurch den inneren Reibungskoeffizienten der Flüssigkeit, nicht etwa den Reibungskoeffizienten der Flüssigkeit gegen Glas, weil sich auf dem Glase sofort eine festhaftende Flüssigkeitsschicht bildet, an welcher sich die übrige Flüssigkeit reibt.

Aus Versuchen hat sich ergeben; dass das aus einer Kapillare ausfliessende Volumen V proportional ist der Zeit τ, dem Druck p, dem Quadrat des Querschnitts q und umgekehrt proportional dem Reibungskoeffizienten η und der Kapillarenlänge l. Aus einer theoretischen Betrachtung, die hier nicht wiederzugeben ist, folgt, dass der Proportionalitätsfaktor gleich $1/8\pi$ ist, falls alle Grössen in cm, g_M und sec ausgedrückt werden.

Es ist also

$$V = \frac{1}{8\pi} \frac{q^2 p \tau}{\eta l}.$$

Der Druck wird nun am besten ausgeübt durch die Flüssigkeitssäule selbst. Allgemein ist der Druck

$$p = \frac{\text{Gewicht der Flüssigkeitssäule}}{\text{Querschnitt der} \quad \text{„}}.$$

Bezeichne ich die Masse der Flüssigkeitssäule mit M, so ist ihr Gewicht $G = M \cdot g$. Bezeichne ich das Volumen mit V und die Dichte mit s, so ist $M = V \cdot s$, also, wenn h die Höhe der Flüssigkeitssäule bedeutet, $M = q \cdot h \cdot s$, also

$$p = \frac{q \cdot h \cdot s \cdot g}{q} = h \cdot s \cdot g.$$

Ist der Querschnitt kreisförmig, so ist $q = r^2 \pi$. Also ist

$$V = \frac{g \pi r^4 h s \tau}{8 \eta l} \quad \text{und}$$

$$\eta = \frac{g \pi r^4 h s \tau}{8 l V}.$$

Dabei sind alle Grössen in cm, g_M und sec zu messen. Die Dimension (§ 17) von η bestimmt sich aus der Gleichung

$$[\eta] = \frac{L \cdot T^{-2} \cdot L^4 \cdot L \cdot M \cdot L^{-3} \cdot T}{L \cdot L^3} = L^{-1} M T^{-1} \quad \text{oder}$$

$$[\eta] = cm^{-1} g_M \; sec^{-1}.$$

Es ist gewöhnlich üblich, den Reibungskoeffizienten nicht in Gramm-Masse, sondern in Gramm-Gewicht anzugeben. Da nun ein Gramm-Gewicht eine g mal grössere Einheit ist, so muss die Zahl, welche den Reibungskoeffizienten in Gramm-Gewicht angibt g mal kleiner sein.

Messe ich also alle Grössen in cm, g_G und sec so ist

$$\eta' = \frac{\pi r^4 h s \tau}{8 l V}.$$

Die Dimension von η' bestimmt sich aus

$$\eta' = \frac{L^4 \cdot L . G \cdot L^{-3} \cdot T}{L \cdot L^3} = L^{-2} \cdot G \cdot T \quad \text{oder}$$

$$\eta' = cm^{-2} g_G \; sec.$$

Es ist der Reibungskoeffizient sowohl in absolutem als auch in technischem Mass anzugeben.

Fig. 20.

a

b

c

Die Reibungsröhre (Fig. 20) besteht aus einer feinen Kapillare, welche unten in eine weite Röhre endet, um die Gegenkraft der Oberflächenspannung eines Tropfens zu vermeiden. Diese weitere Röhre ist zweckmässig umgebogen und setzt sich in eine kugelförmige Erweiterung (mit der Marke c) und schliesslich in ein weiteres Rohr fort, das zum Einfüllen der Flüssigkeit dient.

Die Kapillare trägt am oberen Ende eine kugelförmige Erweiterung, begrenzt durch die Marken a und b, die sich in ein kleines Rohr fortsetzt.

Ausführung des Versuchs.

Der Kapillarradius r und das Volumen V (zwischen den Marken a und b) sind durch Auswägen mit Quecksilber, die Kapillarlänge l mit der Teilmaschine bestimmt. Auf ähnliche Weise ist die Druckhöhe h gemessen (siehe unten). Diese Grössen werden dem Beobachter gegeben, ebenso die Dichte s für die zu untersuchenden Flüssigkeiten. Es bleibt also die Ausflusszeit des Volumens V zu bestimmen.

Da der Reibungskoeffizient stark von der Temperatur abhängt (ein Grad Temperaturänderung kann η um 3% ändern), so muss während des Versuchs die Temperatur konstant gehalten und genau bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird die Röhre in ein Wasserbad gesetzt und bei jeder Bestimmung der Ausflusszeit die Temperatur desselben an einem ganze Grade zeigenden Thermometer abgelesen; $^1/_{10}{}^0$ schätzen!

Es wird die Röhre vertikal gestellt, dann die weitere Röhre bis zur Marke c mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt. Diese wird im Kapillarrohr mit Hilfe einer Pipette bis etwas über die Marke a angesaugt. Entfernt man die Pipette, so beginnt die Flüssigkeit unter ihrem eigenen Überdruck zu sinken. In dem Augenblick, wo sie die Marke a passiert, wird das Secundometer, welches 1/5 sec. zeigt, durch einen Druck auf den Knopf eingeschaltet, und sobald die Flüssigkeit die untere Marke b passiert, durch einen Druck auf denselben Knopf ausgeschaltet.

Nach der Ablesung wird der Zeiger durch einen weiteren Druck auf 0 zurückgeführt. — Unter der Druckhöhe h wird man den mittleren Niveauunterschied in beiden Schenkeln während des Versuchs verstehen.

Es ist darauf zu achten, dass sich in den Verengerungen keine Luftblasen befinden. In diesem Falle ist der Versuch zu wiederholen.

Für jede Flüssigkeit ist die Ausflusszeit dreimal zu bestimmen, und aus den ermittelten Werten (welche sich nur um Bruchteile einer sec. unterscheiden dürfen), sowie aus den Temperaturen das Mittel zu nehmen.

Soll der Versuch mit einer anderen Flüssigkeit angestellt werden, so ist zunächst mit ein wenig der betreffenden Flüssigkeit vorzuspülen (gebrauchter Alkohol kommt in die Resterflasche) und diese zum eigentlichen Versuch durch andere Flüssigkeit zu ersetzen.

Nach der obigen Formel ist der Reibungskoeffizient absolut zu bestimmen. Häufig kann man sich mit einer *Relativbestimmung* begnügen.

Wenn man dieselbe Röhre für zwei verschiedene Flüssigkeiten benutzt, so ist:

$$\eta_1 = \frac{g \pi r^4 h s_1 \tau_1}{8 l V} \text{ und } \eta_2 = \frac{g \pi r^4 h s_2 \tau_2}{8 l V}, \quad \text{also}$$

$$\eta_1 : \eta_2 = s_1 \tau_1 : s_2 \tau_2.$$

Ist also der Reibungskoeffizient für eine Flüssigkeit (Wasser) bekannt und beobachte ich für diese auch die Ausflusszeit, so kann ich den Reibungskoeffizienten für eine andere Flüssigkeit bestimmen, ohne dass ich die Konstanten der Röhre zu kennen brauche.

Für Wasser benutze ich aber nicht den aus dem Versuch bestimmten Reibungskoeffizienten (um nicht den Einfluss etwaiger Beobachtungsfehler auch auf die anderen Flüssigkeiten zu übernehmen), sondern den von verschiedenen Forschern genau bestimmten Wert:

$$\eta = 0{,}0106 - 0{,}00027\,(t - 18)\ \text{cm}^{-1}\,\text{g}_{\text{M}}\,\text{sec}^{-1}$$

(auf technisches Mass selbst umrechnen!).

In Tab. 6 sind die Temperaturkoeffizienten für einige Flüssigkeiten angegeben. Mit Hilfe derselben sind die gefundenen Werte auf 18° umzurechnen.

Beispiel.

Es soll der Reibungskoeffizient von Wasser absolut, von absol. und 60% Alkohol relativ bestimmt werden.

Konstanten der Röhre.	Dichte.
Geg: $r = 0{,}024373$ cm,	Die des Wassers ist aus der
$h = 9{,}8$ „	Tab. 3 zu entnehmen (auf 3 Dec.).
$l = 7{,}314$ „	Absol. Alkohol: $s = 0{,}796$.
$v = 1{,}21355$ cm³.	60% Alkohol: $s = 0{,}905$.

Ausflusszeit des

	Wassers:	Temp.	Alkohols:	Temp.	60% Alkoh.:	Temp.
	69,2 sec.	18,2°	127,6 sec.	18,2°	206,6 sec.	18,2°
	68,9 „	18,2°	127,0 „	18,2°	207,5 „	18,2°
	69,0 „	18,2°	127,2 „	18,2°	206,9 „	18,2°
Mittel	69,03 sec.	18,2°	127,27 sec.	18,2°	207,00 sec.	18,2°.

Temperatur 18,2°.

a) Wasser

1. In absolutem Mass:

$$\eta = \frac{981 \cdot \pi r^4 \cdot h \cdot s \cdot \tau}{8 \cdot l \cdot V}$$

$$= \frac{981 \pi \cdot 0{,}024373^4 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}999 \cdot 69{,}03}{8 \cdot 7{,}314 \cdot 1{,}21355}$$

$$\eta = 0{,}0104 \text{ cm}^{-1} g_M \sec^{-1}.$$

Die Formel würde ergeben:

$$\eta = 0{,}0106 - 0{,}00027(18{,}2 - 18) = 0{,}0105.$$

2. Im technischen Mass:

$$\eta' = \frac{\eta}{981} = 0{,}0000106 \text{ cm}^{-2} g_G \sec.$$

Die Formel würde lauten im technischen Mass

$$\eta' = \frac{0{,}0106 - 0{,}00027 (18{,}2 - 18)}{981}$$ .und ergeben:

$$\eta' = 0{,}0_4108 - 0{,}0_627 (18{,}2 - 18) = 0{,}0_4107.$$

b) Alkohol:

Temp.-Koeff. 0,00025 (aus Tab. 6).

Es ist $\eta : \eta_1 = s \cdot \tau : s_1 \tau_1$ oder

$$\eta = \frac{\eta_1 \cdot s \cdot \tau}{s_1 \cdot \tau_1}.$$

1. Im absoluten Mass:

$$\eta = \frac{0{,}0105 \cdot 0{,}796 \cdot 127{,}27}{0{,}999 \cdot 69{,}03} = 0{,}0154 \text{ cm}^{-1} g_M \sec^{-1} \text{ bei } 18{,}2^0.$$

2. im technischen Mass:

$$\eta' = \frac{\eta}{981} = 0{,}0_4157 \text{ cm}^{-2} g_G \sec \text{ bei } 18{,}2^0.$$

Auf 18° reduziert.

1. $\tilde{\eta} = 0,0154 + 0,00025\,(18,2 - 18) = 0,0155\ \mathrm{cm}^{-1}\,g_M\,\mathrm{sec}^{-1}$.
2. $\tilde{\eta}' = 0,0_4157 + 0,0_625\,(18,2 - 18) = 0,0_4158\ \mathrm{cm}^{-2}\,g_G\,\mathrm{sec}$.

c) 60% Alkohol:

Temp.-Koeff. 0,00026 (aus Tab. 6; Mittel zwischen a_{H_2O} und $a_{C_2H_5OH}$).

1. Im absolutem Mass:

$$\eta = \frac{0,0105 \cdot 0,905 \cdot 207,00}{0,999 \cdot 69,03} = 0,0285\ \mathrm{cm}^{-1}\,g_M\,\mathrm{sec}^{-1}\ \text{bei}\ 18,2^0.$$

2. Im technischen Mass:

$$\eta' = \frac{\eta}{981} = 0,0_4291\ \mathrm{cm}^{-2}\,g_G\,\mathrm{sec}\ \text{bei}\ 18,2^0.$$

Auf 18° reduziert.

1. $\tilde{\eta} = 0,0285 + 0,00026\,(18,2 - 18) = 0,0286\ \mathrm{cm}^{-1}\,g_M\,\mathrm{sec}^{-1}$.
2. $\tilde{\eta}' = 0,0_4291 + 0,0_626\,(18,2 - 18) = 0,0_4292\ \mathrm{cm}^{-2}\,g_G\,\mathrm{sec}$.

Resultate

	18,2°		18°		
	absol.	techn.	absolut.	techn.	Mass.
Wasser:	0,0104	$0,0_4106$	0,0105	$0,0_4107$	absol. Best.
Alkoh.:	0,0154	$0,0_4157$	0,0155	$0,0_4158$	relat. „
60% Alkoh.:	0,0285	$0,0_4291$	0,0286	$0,0_4292$	„ „

§ 24. Das Pendel.

Für die Schwingungsdauer t eines mathematischen Pendels gilt die Gleichung

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

wo l die Pendellänge, g die Schwerebeschleunigung, gemessen in cm, ist.

Unter einem mathematischen Pendel versteht man einen an einem masselosen unbiegsamen Faden aufge-

hängten Massenpunkt. Es wird angenähert realisiert, wenn man einen schweren Körper, am besten eine Kugel, an einem dünnen Draht aufhängt. Unter l ist dann die Länge vom Einspannpunkt bis zum Massenmittelpunkt (Schwerpunkt) des Körpers zu verstehen. Da dieselbe schwierig zu messen ist, verfahre ich so, dass ich die Pendellänge durch Verschiebung der Einspannung um die Strecke d verkürze; es gilt für die Schwingungsdauer t′ des neuen Pendels von der Länge l — d

$$t' = \pi \sqrt{\frac{l - d}{g}}.$$

Aus den beiden Gleichungen folgt

$$t^2 - t'^2 = \frac{\pi^2 d}{g} \qquad \text{und also}$$

$$g = \frac{\pi^2 d}{t^2 - t'^2}.$$

Ich brauche also nur diese Verschiebung d und die Schwingungsdauern t und t′ für die beiden Pendellängen zu kennen.

Die Formel für die Schwingungsdauer gilt nur für kleine Amplituden (Amplitude gleich grösste Abweichung des Pendels aus der Ruhelage). Für eine Amplitude der Grösse a berechnet sich die Schwingungsdauer, red. auf unendlich kleine Amplitude, aus der beobachteten τ nach der Formel

$$t = \tau : \left(1 - {}^1/_4 \sin^2 \frac{a}{4}\right).$$

Diese Korrektion ist an den obigen Schwingungsdauern anzubringen.

Ausführung des Versuchs:

Die Einklemmvorrichtung wird möglichst hoch geschoben und festgeschraubt, um die Pendelkugel ein Faden geschlungen, das Pendel um ca. 10° aus

der Ruhelage fortgehoben und der Faden an einem festen Gegenstand (Schrank oder schweres Stativ) befestigt. Über der Pendelkugel wird ein in mm geteilter Massstab auf zwei Stativen horizontal aufgelegt, sodass man an ihm die Ausschläge des Pendels ablesen kann.

Wenn das Pendel sich beruhigt hat, wird am Ende einer vollen Minute der Faden durchgebrannt und die Zeit s beobachtet, die das Pendel zu 100 Schwingungen braucht. Es ist dann die unkorrigierte Schwingungsdauer $\tau = s/100$.

Die Amplitude bestimme ich, indem ich zu Beginn und zum Schluss der Beobachtung den grössten beiderseitigen Ausschlag auf dem Massstabe ablese. Ich bilde aus den beiden auf einander folgenden Beobachtungen die Differenz; das Mittel der Differenzen liefert den doppelten Ausschlag, der einfache Ausschlag dividiert durch den Abstand der Skala von der Einklemmvorrichtung, den ich mit dem Bandmass bestimme (mm schätzen!), liefert $\operatorname{tg} \alpha$, woraus sich die Amplitude α bestimmt. Es ist dann die korrigierte Schwingungsdauer

$$t = \tau \left(1 - {}^1/_4 \sin^2 \frac{\alpha}{4}\right).$$

Ich verschiebe dann die Einklemmvorrichtung um eine mit dem Bandmass gemessene Strecke und verfahre genau wie vorher.

Für genaue Messungen wäre die Schwingungsdauer weiter zu korrigieren wegen des Trägheitsmomentes der Kugel (denn eine punktförmige Masse würde rascher schwingen), wegen des Mitschwingens des Fadens, und wegen des Auftriebes in der Luft. Diese Korrektionen sind aber von geringerem Einfluss als die obigen.

Der Versuch wird mindestens zwei Mal gemacht. Aus den Resultaten ist das Mittel zu nehmen.

Beispiel.

100 Schwingungen		Zeit in Min.	in Sek.	Schwingungsdauer.
1	Anfang: 6 h 2' 0"			
	Ende: 6 h 5' 0"	3' 0"	180	$\tau = 1{,}80$ sec.
2	Anfang: 5 h 56' 0"			
	Ende: 5 h 58' 13"	2' 13"	133	$\tau' = 1{,}33$ sec.

Amplitude:		Differenz	Mittel	1/2 Mittel	Skala-Aufhpkt.
1	Anfang: 74,3 — 27,3	47,0	45,5	22,7	304,0 cm
	Ende: 72,6 — 28,6	44,0			
2	Anfang: 74,1 — 26,7	47,4	45,4	22,7	159,8 cm
	Ende: 71,8 — 28,3	43,5			

1. Entfernung: Schieber — Ende der Pendelstange 0,0 cm
2. 145,0 „

Verschiebung: d = 145,0 cm

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{22{,}7}{304{,}0}; \quad \alpha = 4^0\, 16'\, 14''$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{22{,}7}{159{,}8}; \quad \alpha' = 8^0\, 5'\, 6''$$

$$t = \tau \left(1 - {}^1/_4 \sin^2 \frac{\alpha}{4}\right)$$

$$= 1{,}80\, (1 - {}^1/_4 \sin^2 {}^1/_4 \cdot 4^0\, 16'\, 14'')$$

$$= 1{,}800.$$

$$t' = 1{,}33\, (1 - {}^1/_4 \sin^2 {}^1/_4 \cdot 8^0\, 5'\, 6'')$$

$$= 1{,}330.$$

$$g = \frac{\pi^2 d}{t^2 - t'^2}$$

$$= \frac{\pi^2 \cdot 145{,}0}{1{,}800^2 - 1{,}330^2}$$

$$= 972{,}9 \text{ cm.}$$

Zweiter Versuch analog.

§ 25. Die Fallgesetze.

Der freie Fall erfolgt unter der Einwirkung einer konstant wirkenden Kraft, der Schwerkraft, ist also eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Bei dieser bestimmt sich der in der Zeit t zurückgelegte Weg s aus der Formel

$$s = \frac{a}{2} t^2,$$

wo a ein Proportionalitätsfaktor, die Beschleunigung, ist. Diese Formel gilt selbstverständlich nicht nur für den freien Fall, sondern für jede gleichförmig beschleunigte Bewegung, nur dass der Proportionalitätsfaktor andere Werte annimmt. Eine solche Bewegung erhalten wir z. B. auch, wenn wir einen Körper vertikal in 2 Führungsschinen herabgleiten lassen, wo die Geschwindigkeit gegenüber der des freien Falls durch die Reibung vermindert wird.

Um die Beschleunigung in diesem Falle zu bestimmen, lassen wir den Körper an einer mit Schreibspitze versehenen elektromagnetisch betriebenen Stimmgabel vorbeigleiten.

Beschreibung des Apparates (Fig. 21): Von der Stromquelle A (6 bis 8 Volt = 3 bis 4 Akkumulatoren) geht der Strom durch den Regulierwiderstand B und die Stimmgabel zum Elektromagneten C. Dadurch wird der Eisenkern desselben magnetisch und zieht die beiden Zinken der Stimmgabel an, wodurch die mit der Stimmgabel verbundene Feder a von dem Plättchen b entfernt wird. Infolge der Elastizität schwingen die Zinken zurück, stellen den Kontakt wieder her, der Strom macht C wieder zum Magneten und so geht die Bewegung hin und her. Damit die Stimmgabel in Schwingungen gerät, muss man sie zunächst leicht anschlagen.

Fig. 21.

Es darf nie sämtlicher Widerstand ausgeschaltet werden!

Infolge der Schwingungen würden die an dem Ende einer oder beider Zinken befestigten Schreibstifte D längs einer Horizontalen, deren Länge gleich der doppelten Amplitude, hin und her schwingen und auf einer berussten Platte einen horizontalen Strich aufzeichnen. Bewegen wir nun die Platte längs einer Vertikalen, so werden die zeitlich aufeinander folgenden Stellungen des Stifts längs dieser aus einander gezogen und man erhält eine (etwas verzerrte) Sinuslinie.

Ist N die Schwingungszahl der Stimmgabel, so wird eine ganze Schwingung (Abstand des n. vom (n + 2). Knoten oder Bauch, siehe § 10) zurückgelegt in der Zeit 1/N und 1/2 Schwingung (Abstand zweier aufeinander folgender Knoten oder Bäuche) in der Zeit 1/2 · N. Aus dieser Strecke und der bekannten Schwingungszahl N lässt sich die momentane Geschwindigkeit der Platte berechnen.

Die Platte gleitet in 2 vertikal aufgestellten eichenen Führungsschinen (am Lot kontrollieren!). Sie wird zunächst leicht berusst, indem man sie über eine Benzolflamme (Benzol in kleiner Porzellanschale unter dem Abzug; Lockflamme anzünden!) hält. Um die Platte schlinge ich längs ihrer Mittellinie einen Draht, den ich oben zu einer Öse zusammendrehe; mittels eines Fadens wird dann die Glasplatte an dem Galgen über den Führungsschinen aufgehängt, sodass sich die Schreibstifte einige cm über dem unteren Plattenrande befinden. Nachdem man die Stimmgabel in Betrieb gesetzt und die Platte sich beruhigt hat, brennt man den Faden durch.

Auf der Teilmaschine (§ 5) stellt man dann die Lage der Ruhemarke und die von mindestens 20 Bäuchen (bei 2 Schreibstiften auf beiden Kurven) fest. Da die ersten Bäuche schlecht zu unterscheiden sind, beginne ich die Messung, abgesehen von der Ruhemarke, erst etwa mit dem 5. Bauch. Man muss aber

bei 2 Schreibstiften darauf achten, dass man die Messung bei beiden von demselben Bauch aus beginnt. Der mit der Ruhemarke zusammenfallende Bauch war erreicht zur Zeit 0, der erste zur Zeit $1/2 \cdot N$, der 2. zur Zeit $2 \cdot 1/2 \cdot N$ u. s. f., allgemein der n. zur Zeit $n \cdot 1/2N$. Bezeichne ich die Abstände des 1., 2. . . . Bauches vom 0. mit s_1, s_2, s_3 u. s. f., so gilt nach den Fallgesetzen $s = 1/2 \cdot \alpha \cdot t^2$

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2N}\right)^2 \cdot \alpha, \quad \text{oder} \quad \sqrt{s_n} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{2N} n,$$

$$s_2 = 1/2\, 2^2 \left(\frac{1}{2N}\right)^2 \alpha, \quad \sqrt{s_{n-1}} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{2N} (n-1), \quad \text{also}$$

. . . .

$$s_{n-1} = 1/2\, (n-1)^2 \left(\frac{1}{2N}\right)^2 \alpha, \quad \sqrt{s_n} - \sqrt{s_{n-1}} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{2N},$$

$$s_n = 1/2\, n^2 \left(\frac{1}{2N}\right)^2 \alpha. \quad \alpha = 8N^2 \cdot \left(\sqrt{s_n} - \sqrt{s_{n-1}}\right)^2.$$

$\sqrt{s_n} - \sqrt{s_{n-1}}$ ist eine konstante Grösse, unabhängig von n; es ist deshalb gleichgiltig, von welchem Bauch aus ich die Messung beginne. In der Konstanz dieser Grösse liegt die Bestätigung der Gesetze für eine gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Würde keine Reibung auftreten, so wäre der gefundene Wert von α identisch mit der Beschleunigung des freien Falls ($g = 981$ cm). Ein Teil der Schwerkraft wird aber zur Überwindung der Reibung verwendet. Durch dieselbe tritt ein Verlust $g - \alpha$ ein, es wird also der $\frac{g-\alpha}{g}$ te Teil der wirkenden Kraft zur Überwindung der Reibung verbraucht; es betragen also die Reibungsverluste $100 \cdot \frac{g-\alpha}{g}$ %.

Beispiel.

Stimmgabel: N = 256.

Ablesungen auf der Teilmaschine		Ablesungen in mm	
linke Kurve Skala Trommel	rechte Kurve Skala Trommel	linke Kurve	rechte Kurve
13 + 1/200 · 78,2	14 + 1/200 · 108,5	13,391 mm	14,543 mm
16 „ 11,1	17 „ 27,9	16,056 „	17,140 „
16 „ 165,8	17 „ 192,7	16,829 „	17,964 „
17 „ 161,4	18 „ 172,8	17,807 „	18,864 „
18 „ 178,5	19 „ 186,5	18,893 „	19,933 „
20 „ 28,8	21 „ 28,3	20,144 „	21,142 „
21 „ 92,2	22 „ 122,0	21.461 „	22,610 „
23 „ 6,4	24 „ 34,0	23,032 „	24,170 „
24 „ 114,0	25 „ 156,8	24,570 „	25,784 „
26 „ 62,5	27 „ 96,5	26,313 „	27,483 „
28 „ 33,4	29 „ 88,5	28,167 „	29,443 „
30 „ 48,2	31 „ 81,5	30,241 „	31,408 „
32 „ 70,2	33 „ 110,4	32,351 „	33,552 „
34 „ 130,4	35 „ 158,2	34,652 „	35,791 „
37 „ 10,8	38 „ 62,8	37,054 „	38,314 „
39 „ 134,9	40 „ 154,4	39,675 „	40,872 „
42 „ 86,5	43 „ 106,2	42,433 „	43,531 „
45 „ 46,9	46 „ 54,0	45,235 „	46,270 „

	s_n		
linke Kurve	rechte Kurve	Mittel	$\sqrt{s_n}$
2,665 mm	2,597 mm	2,631 mm	$a_1 = 1,6220$ mm
3,438 „	3,421 „	3,430 „	$a_2 = 1,8520$ „
4,416 „	4,321 „	4,369 „	$a_3 = 2,0902$ „
5,502 „	5,390 „	5,446 „	$a_4 = 2,3337$ „
6,753 „	6,599 „	6,676 „	$a_5 = 2,5838$ „
8,070 „	8,067 „	8,069 „	$a_6 = 2,8406$ „
9,641 „	9,627 „	9,634 „	$a_7 = 3,1039$ „
11,169 „	11,241 „	11,205 „	$a_8 = 3,3474$ „
12,922 „	12,940 „	12,931 „	$a_9 = 3,5960$ „
14,776 „	14,900 „	14,838 „	$a_{10} = 3,8520$ „
16,850 „	16,865 „	16,858 „	$a_{11} = 4,1059$ „

s_n linke Kurve	recht. Kurve	Mittel	$\sqrt{s_n}$
18,960 mm	19,009 mm	18,985 mm	$a_{12} = 4{,}3572$ mm
21,261 „	21,248 „	21,255 „	$a_{13} = 4{,}6104$ „
23,663 „	23,771 „	23,717 „	$a_{14} = 4{,}8700$ „
26,284 „	26,329 „	26,307 „	$a_{15} = 5{,}1291$ „
29,042 „	28,988 „	29,015 „	$a_{16} = 5{,}3865$ „
31,844 „	31,727 „	31,785 „	$a_{17} = 5{,}6378$ „

$$\begin{aligned}
a_{10} - a_2 &= 2{,}0000\\
a_{11} - a_3 &= 2{,}0157\\
a_{12} - a_4 &= 2{,}0235\\
a_{13} - a_5 &= 2{,}0266\\
a_{14} - a_6 &= 2{,}0294\\
a_{15} - a_7 &= 2{,}0252\\
a_{16} - a_8 &= 2{,}0391\\
a_{17} - a_9 &= 2{,}0418\\
\hline
\text{Mittel} &= 2{,}02516 \text{ mm}
\end{aligned}$$

$$\sqrt{s_n} - \sqrt{s_{n-1}} = 2{,}02516/8 = 0{,}25315 \text{ mm} = 0{,}025315 \text{ cm.}$$

Da die Grössen a_1, a_2, . . . um gleiche Beträge wachsen, berechne ich ihre Differenz nach § 1 B.

$$\begin{aligned}
a &= 8 \cdot N^2 \cdot \left(\sqrt{s_n} - \sqrt{s_{n-1}}\right)^2\\
&= 8 \cdot 256^2 \cdot 0{,}025315^2\\
a &= 336{,}0 \text{ cm.}
\end{aligned}$$

$$\text{Reibungsverlust } 100 \cdot \frac{g - a}{g} = 100 \cdot \frac{981 - 336}{981} = 65{,}7 \backsim 66\ \%.$$

---

§ 26. Schwingungszahl durch Interferenz.

Bekanntlich besteht (§ 20) zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls, seiner Wellenlänge λ und der Schwingungszahl N die Beziehung:

$$v = N \lambda.$$

Für Luft gilt $\quad v = 331 \sqrt{1 + 0{,}004 \cdot t} \quad$ m.

Wenn ich also die Wellenlänge in Luft bestimmen kann, so ist dadurch auch die Schwingungszahl gegeben. Zur Bestimmung der Wellenlänge bedienen wir uns der Interferenz. Wie bei dem Kundtschen Apparat lassen wir auch hier Interferenz eintreten zwischen der direkten und der reflektierten Welle (siehe § 18).

Beschreibung des Apparates. In einem Glasrohr, dass an einem Ende mit einem seitlichen Ansatzrohr versehen ist, ist ein dicht schliessender Kolben beweglich. Die Grösse seiner Verschiebung lässt sich auf einer Skala bis auf mm ablesen. Vor das offene Ende wird eine Stimmgabel auf Resonanzkasten gestellt und von Zeit zu Zeit mit einem leichten Hammer angeschlagen. Der Resonanzkasten ist so dimensioniert, dass die Eigenschwingungszahl der eingeschlossenen Luftsäule und die der Stimmgabel übereinstimmt. Durch die Schwingungen der Stimmgabel gerät die Luftsäule gleichfalls in Schwingungen, wodurch der Ton länger anhält. Die von der Stimmgabel erzeugten Schallwellen gelangen z. T. durch den Ansatz und den angeschlossenen Gummischlauch direkt in das Ohr, z. T. erst nach der Reflexion am Kolben. Sie werden sich verstärken, wenn ihre Phasendifferenz ein Vielfaches einer Wellenlänge ist. Zwischen 2 Tonmaximis muss also immer eine Differenz von einer Wellenlänge liegen. Da nun die reflektierte Welle den Weg hin zum Kolben und wieder zurück durchlaufen muss, ist der Unterschied zwischen 2 Kolbenstellungen, bei welchen je ein Tonmaximum eintritt, gleich 1/2 Wellenlänge.

Ich suche znnächst ein Tonmaximum auf und bestimme dasselbe 3 mal, indem ich den Kolben einmal von der einen, das andere Mal von der anderen Seite einstelle. Aus den Ablesungen nehme ich das Mittel. Analog verfahre ich bei der Aufsuchung des 2. Tonmaximums. Die Differenz dieser beiden Kolbenstellungen ist also gleich einer halben Wellenlänge.

Die Temperatur wird an einem in der Nähe befindlichen $^1/_1{}^0$ zeigenden Thermometer abgelesen; $^1/_{10}{}^0$ schätzen.

Beispiel.

1. Tonmaximum.	2. Tonmaximum.
17,6 cm	57,0 cm
17,9 „	57,1 „
17,4 „	56,8 „
Mittel: 17,63 cm	56,97 cm

Temp. 19,0° C.

$$1/2\,\lambda = 56{,}97 - 17{,}63 = 39{,}36\ \text{cm},\ \lambda = 78{,}72\ \text{cm}.$$

$$N = v/\lambda = \frac{33100\sqrt{1 + 0{,}004 \cdot 19{,}0}}{78{,}72}$$

$$N = 437{,}2.$$

---

§ 27. Schwingungszahl mit dem Monochord.

Das Monochord besteht aus einer über einen Resonanzkasten gezogenen Saite, deren Spannung sich durch angehängte Gewichte regulieren lässt.

Bezeichne ich

die Länge der schwingenden Saite mit . . . . . l,
das Gewicht „ „ „ „ . . . . . . p,
das spannende Gewicht mit . . . . P,
die Schwerebeschleunigung (981 cm) mit . . . . g,
die Schwingungszahl der Saite mit . . . . N,

so gilt

$$N = \sqrt{\frac{g\,P}{l\,p}}$$

(die Formel ist auf elementarem Wege nicht abzuleiten).

Bezeichne ich

die Dichte der Saite mit . . . . s,
den Radius der Saite mit . . . . r,

so ist

$$p = r^2 \cdot \pi \cdot l \cdot s,$$

also

$$N = \frac{1}{r \cdot l}\sqrt{\frac{g\,P}{\pi \cdot s}}.$$

Mit Hilfe der Grössen r, l, P und s kann ich also die Schwingungszahl der Saite bestimmen.

Es ist nun meine Aufgabe, die Schwingungszahl einer Stimmgabel zu bestimmen. Ich vergleiche dazu den Ton derselben mit dem des Monochords und ändere die Spannung der Seite so lange, bis ihr Grundton angenähert gleich dem der Stimmgabel, doch muss der Ton auf jeden Fall tiefer bleiben, darf nicht höher werden. Die Saite wird zu dem Zweck in der Mitte mit dem Finger gezupft; sie gibt ihren Grundton, wenn sie so schwingt, dass nur an ihren Enden sich Wellenknoten befinden. Sie kann unter geeigneten Umständen auch so schwingen, dass sich auf ihr noch 1, 2 oder mehr weitere Knoten befinden; die entstehenden Töne haben eine Schwingungszahl, die doppelt, 3 oder 4 oder allgemein mehrmals so gross ist als die des Grundtons. Man nennt sie Obertöne; sie bilden die Oktave, Quint der Oktave, Doppel-Oktave u. s. f. des Grundtons.

Das genaue Einstellen der Saite auf gleichen Ton mit der Stimmgabel erfolgt durch Verkürzung der Saitenlänge. Die Länge des schwingenden Teils kann ich an der am Monochord angebrachten mm-Skala bestimmen (1/10 mm schätzen!). Die Einstellung wird drei Mal gemacht und aus den Ablesungen das Mittel genommen.

Die Spannung P ist gegeben durch das angehängte Gewicht, evtl. vermehrt um das Gewicht der angehängten Wagschale, das ich auf der Wage feststelle.

Den Radius bestimme ich durch Messung des Saitendurchmessers mit dem Schrauben-Mikrometer an mindestens 6 verschiedenen Stellen (§ 4).

Die Dichte wird aus der Tabelle 1 entnommen.

Beispiel.

Stahlsaite. Dichte s = 7,83 (geg.).
Spannendes Gewicht P = 13900 g.

Saitenlänge	63,00	cm
	63,20	„
	63,13	„
Mittel	l = 63,11	cm.

Drahtdurchmesser.

1. 0-Punkt	2. Durchmesser	3. 0-Punkt
— 0,007	0,512	— 0,011
— 0,007	0,509	— 0,011
— 0,008	0,508	— 0,010
Mittel — 0,007	0,509	Mittel — 0,011
	0,509	
	0,510	Korrektion
	Mittel 0,510	— 0,009 (Mittel).
	Korrekt. 0,009	
	Durchm. 0,519 mm	

Radius = 0,2595 mm = 0,02595 cm.

$$N = \frac{1}{r \cdot l} \sqrt{\frac{g \cdot P}{\pi \cdot s}} = \frac{1}{0{,}02595 \cdot 63{,}11} \sqrt{\frac{981 \cdot 13900}{\pi \cdot 7{,}83}}$$

$N = 454{,}6 \backsim 455.$

---

§ 28. Schwingungszahl mit der Sirene.

Die Sirene besteht aus einem mit Luftzuführungsrohr versehenen Hohlzylinder, dessen kreisförmige Oberfläche mit mehreren in konzentrischen Kreisen angeordneten Lochreihen (in der Regel 4) versehen ist. Diese Lochreihen können durch Schieber einzeln verschlossen und geöffnet werden. Über denselben ist eine Scheibe mit der gleichen Löcherzahl drehbar. Sie wird am besten durch einen kleinen Elektromotor (Nebenschlussmotor) angetrieben. Die Tourenzahl der Sirene ist an einem einschaltbaren Zählwerk ablesbar.

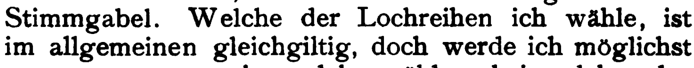
Schickt man in die Sirene durch Anblasen mit dem Munde oder einem schwachen Gebläse einen

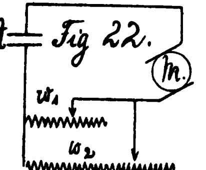
Luftstrom, so kann derselbe nur periodisch aus der Sirene austreten, wenn nämlich grade die Löcher der Scheibe über denen des Zylinders stehen. Der Luftstrom gerät dadurch in regelmässige Schwankungen, die sich dem Ohr als Ton bemerkbar machen. Die Schwingungszahl dieses Tones ist leicht zu bestimmen.

Bezeichne ich
die Tourenzahl der Sirene pro Minute mit . . . . T,
die Anzahl der Löcher mit . . . . l,
so wird der Luftstrom in der Minute T·l mal unterbrochen und geöffnet, er macht also pro Minute T·l Schwingungen. Die Schwingungszahl des Tones pro Sekunde ist also $N = \frac{T \cdot l}{60}$.

Die Anzahl der Löcher in den verschiedenen Reihen ist gewöhnlich so gewählt, dass sie im Verhältnis 1 : 5/4 : 3/2 : 2 stehen, also Grundton, Terz, Quint und Oktav geben.

Ich soll nun die Schwingungszahl einer Stimmgabel bestimmen. Zu dem Zweck lasse ich die Sirene so schnell rotieren, dass sie denselben Ton gibt wie die Stimmgabel. Welche der Lochreihen ich wähle, ist im allgemeinen gleichgiltig, doch werde ich möglichst





eine solche wählen, bei welcher der Motor nur mit mittlerer Tourenzahl läuft. Die Sirene wird am Tisch mit einer Schraubzwinge festgeschraubt.

Es handelt sich jetzt noch um Regulierung der Tourenzahl des Motors; das geschieht auf folgende Weise: In den Stromkreis (A Stromquelle, M Motor) schalte ich einen Regulierwiderstand ein und parallel zu demselben in der durch die Figur 22 angegebenen Weise einen grösseren Regulierwiderstand. Haben die beiden Regulierwiderstände einzeln die Werte w_1 und w_2, so wirken sie in der Kombination wie ein Widerstand der Grösse $w = \frac{w_1}{1 + w_1/w_2}$. Je grösser

ich für gegebenes w_1 den Widerstand w_2 wähle, um so kleiner wird der Widerstand w, um so stärker wird der in den Motor gelangende Strom, um so schneller läuft derselbe. Sollte die Tourenzahl nicht ausreichen, so verringere ich w_1, während ich w_2 einen kleinen Wert gebe, und lasse dann w_2 allmählich wachsen. Ist die Tourenzahl zu hoch, so lasse ich w_2 allmählich abnehmen; reicht dies nicht aus, so vergrössere ich w_1, während w_2 einen grossen Wert hat, und lasse dann diesen allmählich abnehmen.

Habe ich die Tourenzahl so reguliert, dass die Sirene denselben Ton wie die Stimmgabel liefert, so lese ich den Stand des Zählwerks ab, schalte es zu Beginn einer vollen Minute ein, am Schluss derselben aus und lese wieder ab. Die Differenz gibt die Tourenzahl T. Diese Messung wird mindestens drei mal angestellt und aus den gefundenen Werten das Mittel genommen.

Beispiel.

Nr. des Versuchs		Zählwerk	Tourenzahl
1.	Beginn der Min.	588	
	Schluss „ „	2046	1458
2.	Beginn „ „	2174	
	Schluss „ „	3614	1440
3.	Beginn „ „	3626	
	Schluss „ „	5088	1462
		Mittel	1453

Anzahl der Löcher $l = 18 \cdot$

$$N = T \cdot l/60 = 1453 \cdot 18/60 = 435{,}9 \backsim 436.$$

---

§ 29. Spezifische Wärme fester Körper.

Unter spezifischer Wärme versteht man diejenige Wärmemenge, gemessen in Calorieen, welche nötig ist, um 1 g eines Körpers um 1° zu erwärmen. Es ist dabei nicht gleichgiltig, bei welcher Temperatur die Erwärmung um 1° erfolgt, mit anderen Worten: die

spezifische Wärme ist eine Funktion der Temperatur. Man unterscheidet deshalb eine spezifische Wärme bei 0° (Erwärmung von 0° auf 1°) bei 15° (Erwärmung von 14,5°, auf 15,5°) und eine mittlere spezifische Wärme, d. i. der 1/100 Teil derjenigen Wärmemenge, welche man braucht, um 1 g des Körpers von 0° auf 100° zu erwärmen. Der Unterschied zwischen diesen verschiedenen spezifischen Wärmen ist aber so gering, dass er im allgemeinen vernachlässigt werden kann, und man deshalb die eingangs erwähnte Definition benutzen darf.

Dabei ist die Calorie diejenige Wärmemenge, die man braucht um 1 g Wasser um 1° zu erwärmen; die spezifische Wärme des Wassers ist also gleich 1. Wie bei der spezifischen Wärme muss man unterscheiden zwischen einer 0-Punkt-, 15 Grad- und mittleren Calorie, doch ist auch der Unterschied zwischen diesen so gering, dass man ihn im allgemeinen nicht zu berücksichtigen braucht.

Man nennt diese Calorie die Grammcalorie, zum Unterschiede von der Kilogrammcalorie (der Wärmemenge, die man braucht um 1 kg Wasser um ein 1° zu erwärmen). Es ist also 1 kg-Calorie=1000 g-Calorieen. Wir benutzen ausschliesslich die Grammcalorie.

Um 1 g eines Körpers von der spez. Wärme c um 1° zu erwärmen, brauche ich c Cal., um es um t° zu erwärmen $c \cdot t$ Cal. und um M g des Körpers um t° zu erwärmen $M \cdot c \cdot t$ Cal. Es ist alo die zur Temperaturerhöhung eines Körpers nötige Wärmemenge allgemein gleich der Masse des Körpers, multipliziert mit seiner spez. Wärme und der Temperaturerhöhung.

Zur Bestimmung der spez. Wärme bedienen wir uns des Mischungsverfahrens. Eine abgewogene Menge des zu untersuchenden Körpers (am besten in kleinen Stückchen, damit der Temperaturausgleich schnell erfolgt) wird auf eine bestimmte Temperatur erhitzt. in eine abgewogene Menge Wasser von bekannter Temperatur geschüttet und die dadurch hervorgebrachte Temperaturerhöhung gemessen.

Das Wasser befindet sich in einem Metallgefäss (Calorimeter), das innerhalb eines weiteren Gefässes auf Korkschneiden ruht, damit nicht das Calorimeter durch Leitung Wärme an dieses abgibt. Beide Gefässe sind hochglanz poliert und vernickelt, damit das Calorimeter nicht durch Strahlung Wärme aufnimmt oder abgibt.

Die Erhitzung des Körpers muss auf eine möglichst genau zu messende Temperatur geschehen; eine solche wird geliefert durch die des siedenden Wassers, die ich aus dem Barometerstande (§ 3) mit Hilfe der Tabelle 11 bestimmen kann.

Das Wasser wird in einer kupfernen Retorte zum Sieden gebracht (darauf achten, dass sich stets Wasser in derselben befindet, da sonst das Kupfer durchgebrannt wird). Mit einem Kork wird in den Hals der Retorte ein kleines Glas eingesetzt, in welches die abgewogenen Metallstücke hineingebracht werden. In diese wird ein 1/1° zeigendes Thermometer so hineingesteckt, dass es rings von Metallstücken umgeben ist, An diesem soll nicht etwa die Siedetemperatur des Wassers bestimmt werden, was zu ungenau würde, sondern es soll nur zur Kontrolle dafür dienen, dass die Metallstücke wirklich die Siedetemperatur angenommen haben. Man sieht deshalb von Zeit zu Zeit, ob das Thermometer noch steigt; erst wenn es mehrere Minuten konstant geblieben, kann man sicher sein, dass es die Siedetemperatur angenommen hat und dass dann auch dasselbe für die Metallstücke gilt. Die Öffnung des Glases wird mit einen Wattepfropf verschlossen.

Durch eine den Kork durchsetzende kleine Glasröhre entweicht der Dampf; sie wird durch Dampfschlauch mit der Kühlschlange verbunden, in welcher der Dampf durch kaltes Wasser kondensiert wird (evtl. das Wasser im Kondensator erneuern). Unten tropft das Kondenswasser aus der Kühlschlange in ein untergestelltes Gefäss.

Der Gang des Versuchs gestaltet sich folgendermassen am zweckmässigsten: Es wird zunächst die

Retorte mit Wasser gefüllt und diese erhitzt, die Metallstücke gewogen und in das Glas getan, während man das Thermometer hinein hält; die Metallstücke werden rings um dasselbe angeordnet. Dann bestimmt man die Masse des Calorimeters einschl. des Rührers, von dem man den Handgriff abgenommen hat, zunächst leer und dann ca. $^2/_3$ mit Wasser gefüllt. Es wird in das grössere Gefäss hineingesetzt und ein $^1/_{10}{}^0$ zeigendes Thermometer hineingebracht. Das Ganze wird entfernt von der Heizflamme aufgestellt.

Wenn das Thermometer im Siedegefäss nicht mehr steigt, und die Wassertemperatur ($1/100^0$ schätzen!) abgelesen ist (vorher rühren!), wird das Thermometer aus dem Siedegefäss entfernt, das Calorimeter (in dem äusseren Gefäss) in die Nähe gesetzt, der Wattepfropf entfernt und die Metallstücke, während die Retorte über der Flamme bleibt, in das Calorimeter geschüttet. (Etwa vorbei fallende Stückchen sind zurück zu wägen). Unter fortwährendem langsamen Rühren wird die höchste Temperatur, welche das Thermometer anzeigt, abgelesen.

Inzwischen ist der Barometerstand bestimmt worden (§ 3).

Ich bezeichne:

die Masse des Wassers mit . . . . M,
„ „ der Metallstücke mit . . . . m,
„ „ des Calorimeters und Rührers mit . . C,
„ Temperatur zu Beginn des Versuchs mit . . t_a,
„ „ am Schluss „ „ „ . . t_e,
„ Siedetemperatur mit . . . . T,
„ spezifische Wärme des Körpers mit . . . . . c,
„ „ „ „ Calorimeters mit . . . σ.

Die Metallstücke haben die Wärmemenge abgegeben $m \cdot c(T - t_e)$.

Diese ist verwendet worden zur Erwärmung des Wassers und des Calorimeters. Das Wasser hat die Wärmemenge aufgenommen

$$M(t_e - t_a), \text{das Gefäss } C \cdot \sigma(t_e - t_a).$$

Da dem Calorimeter sonst weder Wärme zu- noch abgeführt ist, so muss die von den Metallstücken abgegebene Wärme gleich der von Wasser und Calorimeter aufgenommen sein. Es muss also sein:

$$m \cdot c(T - t_e) = M(t_e - t_a) + C \cdot \sigma(t_e - t_a)$$
$$= (M + C\sigma) \cdot (t_e - t_a).$$

$C \cdot \sigma$ (d. h. das Produkt aus Masse und spezifischer Wärme) bezeichnet man als Wasserwert, Aus dieser Gleichung folgt:

$$c = \frac{(M + C\sigma) \cdot (t_e - t_a)}{m(T - t_e)}.$$

Die spezifische Wärme des Calorimeters braucht nur angenähert bekannt zu sein, da sie nur in einer Korrektion auftritt. Einige spez. Wärmen sind in Tabelle 7 angegeben..

Das Calorimeter besteht meist aus Messing.

Beispiel.

Es soll die spezifische Wärme des Messings bestimmt werden.

Masse der Messingstücke	$m =$	110,50 g,
„ des Calorimeters	$C =$	90,17 „
„ „ „ und Wassers	$=$	265,95 „
„ „ Wassers	$M =$	175,78 g,
Anfangstemperatur des Wassers . .	$t_a =$	20,20°,
Endtemperatur „ „ . .	$t_e =$	24,35°.

Barometerstand:	752,20 mm bei 21,4°.
Korr. (Messing-Skala)	2,62 „
Barometerstand (korr.)	749,58 mm, entspricht einer Siedetemperatur $T = 99{,}61°$.

$\sigma = 0{,}093$ (Messing; aus Tabelle 7).

$$c = \frac{(M + C\sigma) \cdot (t_e - t_a)}{m(T - t_e)},$$

$$= \frac{(175{,}78 + 90{,}17 \cdot 0{,}093) \cdot (24{,}35 - 20{,}20)}{110{,}50\,(99{,}61 - 24{,}35)},$$

$c = 0{,}0919.$

§ 30. Spezifische Wärme flüssiger Körper.

Über den Begriff spezifische Wärme siehe § 29.

Um die spezifische Wärme einer Flüssigkeit zu bestimmen, führe ich einer abgewogenen Menge Wasser und Flüssigkeit je dieselbe Wärmemenge zu. Das Wasser, resp. die Flüssigkeit, befindet sich in einem Calorimeter (§ 29).

Die Wärmezufuhr geschieht mittels einer Art Thermometer (Calorifer), an dessen Kapillare sich zwei Marken befinden.

Ausführung des Versuchs.

Zunächst bestimme ich die Masse des Calorimeters mit Rührer leer, sodann ca. $^2/_3$ mit Wasser gefüllt. Mit einem $^1/_{10}{}^0$ zeigenden Thermometer wird die Temperatur desselben kurz vor Beginn des Versuchs gemessen; $^1/_{100}{}^0$ schätzen; langsam vorher rühren!

Der Calorifer wird vorsichtig über einer Spiritusflamme erwärmt, bis das Quecksilber ein wenig über der oberen Marke steht. An der Luft kühlt sich der Calorifer ab, das Quecksilber in der Kapillare sinkt. Sobald es die obere Marke passiert, tauche ich den Calorifer in das Wasser und lasse ihn unter langsamen Rühren solange darin, bis das Quecksilber (bei weiterer Abkühlung) die untere Marke passiert. In diesem Augenblicke wird der Calorifer heraus genommen und die Temperatur des Wassers abgelesen.

Der Versuch wird mit demselben Wasser wiederholt und aus den gefundenen Temperaturerhöhungen das Mittel genommen.

Um den Versuch mit einer Flüssigkeit anzustellen, deren spezifische Wärme bestimmt werden soll, trockne ich das Calorimeter aus und wiege es, ca. $^2/_3$ mit der Flüssigkeit gefüllt. Im übrigen verfahre ich genau wie vor, d. h. ich bestimme 2 mal die Temperaturerhöhung, welche die Flüssigkeit erleidet, wenn ich ihr durch den Calorifer eine bestimmte Wärmemenge

mitgeteilt habe (und zwar ist es dieselbe, welche ich dem Wasser mitgeteilt habe).

Ich bezeichne:

Die Masse des Wassers mit . . . . M,
„ „ der Flüssigkeit mit . . . . M',
„ „ des Calorimeters (mit Rührer) mit . . C,
„ spezifische Wärme der Flüssigkeit mit . . . . c,
„ „ „ des Calorimeters mit . . . σ,
(zu entnehmen aus Tabelle 7)
Die Temperaturerhöh., welche d. Wasser erleidet mit δt,
„ „ „ d. Flüssigkeit „ mit δt'.

Die von dem Calorifer abgegebene Wärmemenge wird im ersten Falle verwendet zur Erwärmung des Wassers und des Calorimeters, im zweiten Falle zur Erwärmung der Flüssigkeit und des Calorimeters.

Das Wasser nimmt dabei die Wärmemenge auf $M \cdot \delta t$, das Calorimeter $C\sigma \cdot \delta t$, also ist die im ersten Falle insgesamt erzeugte Wärmemenge $= (M + C\sigma)\,\delta t$.

Analog ist die Wärmemenge im 2. Fall $= (M' c + C\sigma)\,\delta t'$.

Da in beiden Fällen dieselbe Wärmemenge mitgeteilt worden ist, so ist:

$$(M + C\sigma)\,\delta t = (M' \cdot c + C\sigma)\,\delta t', \qquad \text{also}$$

$$c = \frac{M\,\delta t + C \cdot \sigma\,(\delta t - \delta t')}{M'\,\delta t'}.$$

Beispiel.

Es soll die spezifische Wärme des Benzols bestimmt werden.

Masse des Calorimeters (mit Rührer) C = 94,65 g,
„ „ „ und Wasser 271,89 „

Masse des Wassers M = 177,24 g.

	Erster Versuch	Zweiter Versuch
Anfangstemperatur	17,43°	18,50°
Endtemperatur	18,51°	19,60°
Temperaturerhöhung	1,08°	1,10°

Mittel: $\delta t = 1{,}09^0$.

Masse des Calorimeters und Benzols		205,60 g,
„ „ „		94,65 „
	Masse des Benzols	$M' = 110{,}95$ g.

	Erster Versuch	Zweiter Versuch
Anfangstemperatur	17,31°	20,51°
Endtemperatur	20,90°	24,03°
Temperaturerhöhung	3,59°	3,52°

Mittel: $\delta t' = 3{,}56^0$.

Spez. Wärme des Messings: $\sigma = 0{,}093$ (aus Tabelle 7).

$$c = \frac{M\,\delta t + C\,\sigma(\delta t - \delta t')}{M'\,\delta t'},$$

$$= \frac{177{,}24 \cdot 1{,}09 - 94{,}65 \cdot 0{,}093 \cdot (3{,}56 - 1{,}09)}{110{,}95 \cdot 3{,}56},$$

$c = 0{,}394.$

---

§ 31. Verhältnis der spezifischen Wärmen der Gase.

Über spezifische Wärme siehe § 29.

Bei den Gasen darf man nicht von einer spezifischen Wärme schlechtweg sprechen, sondern muss unterscheiden zwischen einer solchen bei konstantem Druck (c_p) und einer solchen bei konstantem Volumen (c_v).

Wir wollen eine bestimmte Menge eines Gases in einen Zylinder mit (reibungsfrei) beweglichem Kolben eingeschlossen denken. Der Kolben sei durch Gewichte belastet. Erwärmen wir das Gas, so steigt seine Temperatur, gleichzeitig schiebt es aber den Kolben nach oben, leistet also Arbeit; dabei bleibt der Druck des Gases konstant. Die zugeführte Wärme wird also verwendet zur Temperatursteigerung und zur Arbeitsleistung.

Wir wollen nun den Kolben in seiner Anfangsstellung festhalten und die kleine Volumenänderung des Zylinders beim Erwärmen vernachlässigen. Er-

wärme ich das Gas, so wird die zugeführte Wärme ausschliesslich zur Temperaturänderung gebraucht. Um beide Mal dieselbe Menge des Gases um die gleiche Anzahl Grad zu erwärmen, werde ich im ersteren Fall eine grössere Wärmemenge brauchen, als im zweiten, es wird also $c_p > c_v$ sein. Das Verhältnis der beiden spezifischen Wärmen $\frac{c_p}{c_v}$ bezeichnet man mit $\varkappa$. Wir wollen $\varkappa$ für Luft bestimmen.

Beschreibung des Apparates (nach Clement und Desormes).

Auf einen ca. 10 l fassenden Glasballon (Fig. 23) ist ein Rotgusstück mit einem Hahn A mit weiter Bohrung aufgekittet. Unterhalb des Hahnes trägt es 2 seitliche Ansatzrohre. Das eine B ist durch einen Hahn verschliessbar, das andere endet in ein Quecksilbermanometer.

Fig. 23.

Bei geschlossenem Hahn A komprimiere ich durch B die Luft in dem Ballon mit Hilfe einer Kompressionspumpe (Stiefelpumpe) und schliesse dann den Hahn B; dadurch steigt die Temperatur der eingeschlossenen Luft; (adiabatische Kompression); ich warte einige Minuten, bis sich die Luft wieder auf die Zimmertemperatur abgekühlt hat und lese dann die Stellung des Quecksilbers an beiden Manometerschenkeln ab; die Differenz derselben sei h_1 mm; wie beim Barometer muss ich dieselbe auf 0^0 reduzieren (§ 3). Die auf 0^0 reduzierte Höhe ist

$$h = h_1 [1 - (\alpha - \beta) t],$$

wo α der Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers (siehe Tab. 8), β der lineare Ausdehnungskoeffizient des Manometermassstabes (in der Regel Messing) (siehe Tab. 7) und t die Zimmertemperatur ist. Dieselbe wird an einem in der Nähe aufgestellten $^1/_1{}^0$ zeigenden Thermometer abgelesen; $^1/_{10}{}^0$ schätzen!

Der Druck der eingeschlossenen Luft ist dann $b + h$, wo b der auf 0^0 reduzierte Barometerstand ist (§ 3).

Ich öffne dann den Hahn A für einen Augenblick, sodass die eingeschlossene Luft den Atmosphärendruck b annimmt, und schliesse den Hahn sofort wieder. Durch die (adiabatische) Expansion hat sich die Luft abgekühlt. Ich warte einige Minuten, bis sie sich wieder auf Zimmertemperatur erwärmt hat, dadurch steigt ihr Druck auf $b + h'$, wo h' die auf 0^0 reduzierte Höhe der Quecksilbersäule im Manometer ist (Differenz der Ablesung in beiden Schenkeln). — Unter einer adiabatischen Zustandsänderung verstehen wir eine solche, bei welcher keine Wärmezu- oder abfuhr erfolgt. Bleibt dagegen bei der Kompression oder Expansion die Temperatur konstant, so sprechen wir von einer isothermen Zustandsänderung.

Es sei	das Vol.	der Druck	die Temp.	
vor dem Öffnen des Hahnes A	V	$b + h$	t	1
im Moment des Hahnschlusses	V'	b	t—x	2
nach Eintritt der ursprüngl. Temp.	V'	$b + h'$	t	3

[Zwischen 1 und 2 hat sich das Volumen durch die Expansion geändert, zwischen 2 und 3 ist es konstant geblieben].

Da bei 1 und 3 die Temperatur konstant geblieben ist, gilt das Mariottesche Gesetz (§ 15), dass das Produkt aus Druck und Volumen konstant ist; also

$$V (b + h) = V' (b + h') \qquad \text{oder}$$

$$\frac{V}{V'} = \frac{b + h'}{b + h}.$$

Bei der (adiabatischen) Expansion aus dem Zustand 1 in 2 gilt das Poissonsche Gesetz, dass das Produkt aus dem Druck und dem Volumen, letzteres erhoben zur $\varkappa$ Potenz konstant ist, (eine elementare Ableitung dieser Gleichung findet sich in Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, Bd. II, 2); es gilt also

$$(b+h)\,V^{\varkappa} = b \cdot V'^{\varkappa}$$ oder

$$\left(\frac{V}{V'}\right)^{\varkappa} = \frac{b}{b+h}$$ oder

$$\left(\frac{b+h'}{b+h}\right)^{\varkappa} = \frac{b}{b+h'}$$ oder, wenn ich logarithmiere,

$$\varkappa \log \frac{b+h'}{b+h} = \log \frac{b}{b+h'},$$ woraus sich ergibt

$$\varkappa = \frac{\log b - \log(b+h)}{\log(b+h') - \log(b+h)}$$ oder

$$\varkappa = \frac{\log(b+h) - \log b}{\log(b+h) - \log(b+h')}.$$

Der Versuch ist für eine Reihe von verschiedenen Anfangsdrucken $(b+h)$ zu wiederholen.

Beispiel.

Barometerstand 759,5 mm bei 21,9°,
Korr. (Glasskala) 2,9 „

Barom. (korrig.) $b = 756{,}6$ mm, $\log b = 2{,}87887$.
Zimmertemperatur $t = 21{,}8^0$.

Reduktion der Manometerablesung auf 0° (Messingskala).

$$h = h_1 \,[1 - (\alpha - \beta)\, t]$$
$$= h_1 \,[1 - (0{,}000181 - 0{,}000019) \cdot 21{,}8]$$
$$= h_1 \,[1 - 0{,}000162 \cdot 21{,}8].$$

α und β aus Tabelle 8 und 7.

Ablesungen am Manometer in mm

Nr. d. Vers.	nach dem Komprimieren der Luft	nach dem Hinauslassen der Luft	auf 0° h	red. h'
1	151,4—131,2= 20,2	143,5—138,4= 5,1	20,1	5,1
2	160,1—122,2= 37,9	145,4—136,8= 8,6	37,8	8,6
3	170,1—112,7= 57,4	148,7—133,8=14,9	57,2	14,8
4	180,5—101,8= 78,7	151,1—131,0=20,1	78,4	20,0
5	191,0— 91,9= 99,1	152,2—130,0=22,2	98,7	22,1
6	201,2— 81,6=119,6	154,7—127,8=26,9	119,2	26,8

	b+h	b+h'	log (b+h)	log (b+h')	log (b+h) — log b
1	776,7	761,7	2,89025	2,88178	0,01138
2	794,4	765,2	90004	88377	02117
3	813,8	771,4	91052	88728	03165
4	835,0	776,6	92169	89020	04282
5	855,3	778,7	93212	89137	05325
6	875,8	783,4	94240	89398	06353

log (b+h) — log (b+h')	$\varkappa$
0,00847	1,3436
01627	3012
02324	3618
03149	3598
04075	3067
04842	3121

Mittel $\varkappa = 1,3309$.

Das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft ist 1,331.

---

§ 32. Ausdehnungskoeffizient fester Körper durch direkte Messung.

Unter dem Ausdehnungskoeffizienten a eines Stabes versteht man denjenigen Teil seiner ursprünglichen Länge l_0, um welche sich der Stab bei Erwärmung um 1^0 ausdehnt.

Bei Erwärmung um 1^0 wächst also die Länge eines Stabes der Länge 1 um a, die eines Stabes der Länge l_0 um $l_0 \cdot a$; bei Erwärmung um t^0 um $l_0 \cdot a \cdot t$. Die Stablänge ist dann also geworden $l_0 + l_0 \cdot a \cdot t$. Nenne ich die Stablänge bei t^0 l_t, so ist:

$$l_t = l_0 \cdot (1 + a \cdot t).$$

a heisst der lineare Ausdehnungskoeffizient, im Gegensatz zu dem kubischen β, der das analoge für den Volumenzuwachs mit der Temperatur bedeutet.

Habe ich einen Würfel der Kantenlänge l_0, die bei Erwärmung um t^0 auf l_t wächst, so ist nach dem obigen

$$l_t = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t), \qquad \text{also}$$
$$l_t^{\,3} = l_0^{\,3} \cdot (1 + \alpha \cdot t)^3 \qquad \text{oder}$$
$$v_t = v_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)^3,$$

wo v_t das Volumen bei t^0, v_0 das bei 0^0 bedeutet.

Nun ist α eine kleine Grösse, sodass ich die Klammer nach dem binomischen Satze entwickeln und 2. und höhere Potenzen von α vernachlässigen kann. Dann ist

$$v_t = v_0 (1 + 3\,\alpha \cdot t).$$

Es ist also $\beta = 3\,\alpha$,

d. h. der kubische Ausdehnungskoeffizient gleich dem dreifachen linearen.

Da für gleiche Massen sich die Dichten umgekehrt verhalten wie die Volumina, so gilt für die Dichte s_t bei t^0

$$s_t = \frac{s_0}{1 + \beta t} = s_0 (1 - \beta t),$$

falls s_0 die Dichte bei 0^0.

Ich kann α bestimmen, wenn ich die Verlängerung eines Stabes bei Erwärmung um eine bestimmte Anzahl Grad messe.

Beschreibung des Apparates: Ein über 1 m langes Rohr trägt eine Einspannvorrichtung für den zu untersuchenden Körper (Röhre), der auf zwei Rollen aufliegt. Am anderen Ende trägt der Körper eine feine Spitze, die über einer auf der Auflageröhre angebrachten 1/10 mm Skala spielt. Der Abstand von der Einspannstelle bis zur Spitze beträgt bei 0^0 genau 100,00 cm.

Ich sende jetzt durch das Auflager und die Röhre, hintereinandergeschaltet, Wasser, das aus einem auf dem Tisch stehenden Behälter im langsamen Strome in einen auf den Boden stehenden fliesst. Indem ich in beiden Behältern die Temperaturen des Wassers

mit einem 1/10° zeigenden Thermometer messe (1/100° schätzen!) und aus beiden Beobachtungen das Mittel nehme, erhalte ich die Temperatur der Röhre. Die beiden Temperaturen dürfen sich höchstens um $^1/_{10}{}^0$ unterscheiden, andernfalls ist unter beständigem Durchfliessen des Wassers so lange zu warten. Gleichzeitig lese ich die Stellung der Spitze auf der Skala ab. Ich lasse das Wasser dann nur durch das Auflagerohr fliessen, damit dieses seine Länge nicht ändert und dadurch der 0-Punkt der Skala verschoben wird. Durch die zu untersuchende Röhre leite ich den Dampf des siedenden Wassers, den ich in einem kleinen Dampfkessel entwickle. Der ausströmende Dampf wird durch eine Kühlschlange kondensiert, die sich in einem Gefäss mit kaltem Wasser befindet. Die Siedetemperatur ergibt sich aus dem Barometerstand (§ 3) mit Hilfe der Tabelle 11.

Nachdem der Dampf einige Minuten durch die Röhre gegangen, lese ich die Stellung der Spitze auf der Skala wieder ab. Aus der Differenz der beiden Ablesungen ergibt sich die Verlängerung.

Ich bezeichne

die Temperatur des Wassers mit . . . . t,
die Siedetemperatur mit . . . . T,
die Länge der Röhre bei 0° mit . . . . l_0,
„ „ „ „ „ t° „ . . . . l_t,
„ „ „ „ „ T° „ . . . . l_T,
die Verlängerung, gemessen in cm, mit . . . . . δl,
den Ausdehnungskoeffizienten mit . . . . α.

Es ist dann

$$l_T = l_0 \cdot (1 + \alpha T)$$
$$l_t = l_0 (1 + \alpha t)$$
$$l_T - l_t = l_0 \alpha (T - t).$$

$l_T - l_t$ ist aber die Verlängerung δl, also ist

$$\delta l = l_0 \alpha (T - t)$$ oder

$$\alpha = \frac{\delta l}{l_0 (T - t)}.$$

Beispiel.

Es ist der lineare Ausdehnungskoeffizient des Eisens zu bestimmen.

Temperatur im oberen Reservoir $= 11{,}58^0$
„ „ unteren „ $= 11{,}62^0$
Mittel $= 11{,}60^0 = t.$

Lage der Spitze bei t^0 3,65 mm
„ „ „ „ Siedetemperatur 4,85 „
Verlängerung $\delta l = 1{,}20$ mm $= 0{,}120$ cm.
Stablänge $l_0 = 100{,}0$ cm.

Barometerstand 753,00 mm bei 22,3°.
Korr. (Messingskala) 2,74 „
reduziert 750,26 mm,
Siedetemperatur 99,64°.

$$a = \frac{\delta l}{l_0 (T - t)}$$

$$= \frac{0{,}120}{100{,}0 \cdot (99{,}64 - 11{,}60)}$$

$$= 0{,}0_4 136.$$

Andere Körper analog.

---

§ 33. Ausdehnungskoeffizient mit dem Spiegelpyrometer.

Über den Begriff des Ausdehnungskoeffizienten siehe § 32.

Wie dort abgeleitet, besteht zwischen der durch Erwärmung von t^0 auf T^0 bewirkten Verlängerung δl eines Stabes, welcher bei 0^0 die Länge l_0 hat, und dem Ausdehnungskoeffizienten a die Beziehung:

$$a = \frac{\delta l}{l_0 (T - t)}.$$

Da die Grösse δl nur klein ist, so ist sie durch direkte Messung nur schwer mit der nötigen Genauig-

keit zu messen. Ich bestimme sie deshalb durch die Drehung eines Hebels, die durch die Verlängerung erfolgt. Die Drehung kann ich genau messen mit Hilfe eines an der Drehaxe befestigten Spiegels und eines Fernrohrs mit Skala.

Beschreibung des Apparates! Der zu untersuchende Stab liegt in einem Wasserbade (Blechkasten) mit dem einen Ende gegen ein festes Widerlager, mit dem anderen stösst er an einen Hebel, der durch eine Spiralfeder an ihn herangepresst wird. An der Hebelaxe ist der Spiegel befestigt.

Damit das Holzgestell, in welches der ganze Apparat eingebaut ist, nicht zu warm wird, wird der es innen umgebende Blechmantel mit Wasser gefüllt. (Dasselbe ist nach Beendigung des Versuchs zu entfernen!) Der Blechkasten, in welchem der Stab sich befindet, wird gehäuft voll mit Eis gefüllt, so dass der Stab völlig bedeckt ist.

Inzwischen ist das Fernrohr mit Skala eingestellt (siehe § 6). Die Lage des Fadenkreuzes auf der Skala wird, nachdem der Stab ca. 5 Min. in Eis gelegen hat, abgelesen (1/10 Skt. schätzen!).

Dann wird das Eis geschmolzen und das Wasser zum Sieden gebracht [die Siedetemperatur ergibt sich mit Hilfe des Barometerstandes aus der Tabelle 11 (§ 3)] und die Stellung des Fadenkreuzes auf der Skala abgelesen. Die Differenz der beiden Ablesungen ergibt die Anzahl Skalenteile, welche der Drehung des Spiegels entsprechen.

Schliesslich wird noch der Abstand vom Spiegel bis zur Skala (A) gemessen, und zwar in demselben Mass, in welchem n gemessen ist; am besten beide in cm.

Es sei (Fig. 24) S der Spiegel in der ersten Lage, SN die Spiegelnormale, F das Fernrohr mit Skala. Dreht sich der Spiegel in die Lage S' um den Winkel φ, so dreht sich die Spiegelnormale um denselben Winkel φ und der reflektierte Srahl nochmals um den Winkel φ. Es ist also

$\sphericalangle NSN' = 2\varphi$ und

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{n}{A}.$$

Da φ ein kleiner Winkel, so gilt

$$\operatorname{tg} 2\varphi = 2 \operatorname{tg} \varphi,$$

also

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{n}{2A}.$$

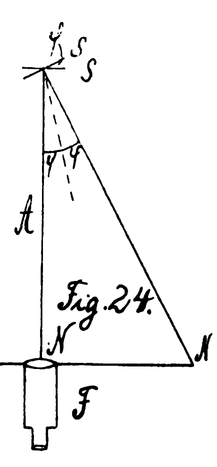


Fig. 24.

Sei ferner (Fig. 25) AB die Stablänge bei der ersten Messung; durch die Erwärmung habe er sich um das Stück BC ($= \delta l$) verlängert. Dadurch ist der Hebel BD in die Lage DC gedreht; da er mit dem Spiegel fest verbunden ist, ist seine Drehung ebenso gross als die des Spiegels, also Winkel $BDC = \varphi$. Aus dem Dreieck BDC folgt (Fig. 25):

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{BC}{BD} = \frac{\delta l}{L},$$

also

$$\delta l = \frac{n L}{2 A};$$

folglich ist

$$\alpha = \frac{n L}{2 A l_0 T}$$

(da t hier gleich 0).

Fig. 25.

Beispiel.

Es ist der lineare Ansdehnungskoeffizient des Kupfers zu bestimmen.

Konstanten des Apparates:

Stablänge bei 0^0 $l_0 = 50{,}0$ cm; Hebellänge $L = 3{,}0$ cm.

Barometerstand	755,50 mm bei 18,5°
Korrekt. (Messingskala)	2,28 „
red. Barometerstand:	753,22 mm,

also Siedetemperatur 99,75°.

Ablesung auf der Fernrohrskala zu Beginn	50,00 cm
„ „ „ „ zum Schluss	63,95 „
	n = 13,95 cm

Abstand Spiegel — Skala: A = 255,3 cm.

$$\alpha = \frac{nL}{2Al_0T} = \frac{13,95 \cdot 3,0}{2 \cdot 255,3 \cdot 50,0 \cdot 99,75}$$

$$\alpha = 0,0_4164.$$

Weitere Körper analog.

---

§ 34. Ausdehnungskoeffizient flüssiger Körper.

Über Ausdehnungskoeffizient siehe § 32.

Da Flüssigkeiten keine selbständige Gestalt haben, kann man bei ihnen nur den kubischen Ausdehnungskoeffizienten bestimmen. Das bietet insofern Schwierigkeiten, als auch das Gefäss, in dem sich die Flüssigkeit befinden muss, beim Erwärmen sein Volumen ändert. Es genügt auch nicht, den etwa in Tabellen angegebenen Ausdehnungskoeffizienten für das Gefässmaterial zu benutzen, da derselbe, namentlich bei Glas, zu sehr von der besonderen Art des Materials abhängt. Dieser wird deshalb zunächst mit einer Flüssigkeit von bekanntem Ausdehnungskoeffizienten (am besten Quecksilber) bestimmt.

Ausführung des Versuchs: Als Gefäss dient ein kleiner Ballon, der in eine Kapillare mit Marke und angeschmolzenem Trichter endet. Ich setze denselben in einen kleinen Fuss aus Messing und bestimme sodann seine Masse, einschliesslich der des Untersatzes U, auf der Wage (§ 8. Nur auf einer Seite wiegen, da es nur auf das Verhältnis zweier Wägungen ankommt; die Korrektion aufs Vakuum kann fortfallen, da angenähert immer dasselbe Volumen gewogen wird).

Ich fülle es dann mit der Aichflüssigkeit, indem ich durch die Kapillare eine feine Röhre gehen lasse und mit Hilfe dieser die Luft heraussauge. Unter dem Überdruck der äusseren Luft strömt dann die in den Trichter gebrachte Aichflüssigkeit ein. Um das Gefäss völlig zu füllen und etwa mitgerissene Luft zu entfernen, setze ich das Gefäss in ein Becher-

glas mit Wasser (unter diesem ein Drahtnetz) und bringe dasselbe zum Sieden. Durch die Ausdehnung steigt gleichzeitig die Aichflüssigkeit; nachdem ich auch den Trichter mit ein wenig derselben beschickt habe, lasse ich das Gefäss an der Luft erkalten, wodurch weitere Aichflüssigkeit eingesaugt wird. Dies Verfahren wird solange wiederholt, bis beim Erwärmen die Aichflüssigkeit in der Kapillaren bis in den Trichter hochsteigt. Ich gebe in diesen noch etwas von der Aichflüssigkeit und lasse dann das Gefäss an der Luft wieder langsam erkalten. Wenn es etwa auf Zimmertemperatur abgekühlt ist, entferne ich die Aichflüssigkeit aus dem Trichter, tauche das Gefäss in ein Becherglas mit Wasser, in das ich ein $^1/_{10}{}^0$ zeigendes Thermometer hinein bringe ($^1/_{100}{}^0$ schätzen!) Durch Eisstückchen kühle ich das Wasser in dem Becherglase langsam ab und lese die Temperatur in dem Augenblicke ab, wo das Quecksilber die Marke passiert. Das Gefäss war dann bei der abgelesenen Temperatur gerade bis zur Marke gefüllt. Ich bestimme dann die Masse des gefüllten Gefässes (+ U).

Das Gefäss wird dann in dem Becherglas wieder bis zum Sieden des Wassers erwärmt; die in den Trichter getretene Aichflüssigkeit wird mit einer kleinen Pipette entfernt. In dem Becherglase lasse ich dann langsam abkühlen und bestimme wieder die Temperatur, bei der die Aichflüssigkeit die Marke passiert. Diese soll sich gegen die vorige Temperatur um mindestens 50^0 unterscheiden. Ich wiege dann wieder.

Bei Flüssigkeiten, welche unter 100^0 sieden, darf selbstverständlich nur bis zu ihrem Siedepunkt erhitzt werden.

Nachdem die Aichflüssigkeit entfernt ist, wird mit der zu untersuchenden Flüssigkeit vorgespült (evtl. vorher das Gefäss gereinigt) und dann das Gefäss in der oben angegebenen Weise gefüllt. Das Gefäss mit der Flüssigkeit (+ U) wird wieder in beiden Fällen gewogen.

Ich bezeichne:

die Masse des Gefässes (+ U) leer mit . . . . . . p,
" " " " " + Aichflüssigkeit im 1. Fall mit . . . . P_1,
die Masse des Gefässes (+ U) + Aichflüssigkeit im 2. Fall mit . . . . P'_1.
die Masse des Gefässes (+ U) + unters. Flüssigkeit im 1. Fall mit . . . . P_2,
die Masse des Gefässes (+ U) + unters. Flüssigkeit im 2. Fall mit . . . . P'_2,
das Volumen des Gefässes bei 0⁰ mit . . . . . V_0,
den linearen Ausdehnungskoeffizienten des Gefässmaterials mit . . . . β,
den Ausdehnungskoeffizienten d. Aichflüssigk. mit γ,
(derselbe ist aus Tabelle 8 zu entnehmen)
den Ausdehnungskoeffizienten der untersuchten Flüssigkeit mit . . . . α,
die Temperatur der Aichflüssigkeit im 1. Fall mit t,
" " " " " 2. " " t',
" " " unters. Flüssigk. " 1. " " τ,
" " " " " " 2. " " τ',
die Dichte der Aichflüssigkeit bei 0⁰ mit . . . . q_0,
" " " untersuchten Flüssigk. bei 0⁰ mit ϱ_0.

Es ist im 1. Fall die Masse der Aichflüssigkeit (da Masse = Vol. · Dichte)

$$V_t \cdot q_t = P_1 - p,$$

wobei V_t und q_t Volumen und Dichte bei t^0 bedeuten. Zwischen diesen Grössen und den entsprechenden bei 0⁰ bestehen die Beziehungen (§ 32)

$$V_t = V_0 (1 + 3 \beta t)$$

und (da die Dichten sich umgekehrt wie die Volumina verhalten)

$$1/q_t = 1/q_0 (1 + \gamma t) \qquad \text{oder}$$

$$q_t = \frac{q_0}{1 + \gamma t} = q_0 (1 - \gamma t)$$

unter Vernachlässigung höherer Potenzen von γ. —

Also gilt

$$V_0 (1 + 3\beta t) q_0 (1 - \gamma t) = P_1 - p.$$

Analog gilt für den 2. Fall

$$V_0 (1 + 3\beta t') q_0 (1 - \gamma t') = P_1' - p.$$ Also ist

$$\frac{1 + 3\beta t'}{1 + 3\beta t} \frac{1 - \gamma t'}{1 - \gamma t} = \frac{P_1' - p}{P_1 - p}$$

oder, unter Vernachlässigung höherer Potenzen von β und γ,

$$[1 + 3\beta (t' - t)] [1 - \gamma (t' - t)] = \frac{P_1' - p}{P_1 - p}, \quad \text{also}$$

$$1 + 3\beta (t' - t) = \frac{P_1' - p}{P_1 - p} [1 + \gamma (t' - t)], \quad \text{folglich}$$

$$(1).\ \beta = \frac{\gamma}{3} \frac{P_1' - p}{P_1 - p} - \frac{P_1 - P_1'}{P_1 - p} \frac{1}{3 (t' - t)}.$$

Für die untersuchte Flüssigkeit gelten die beiden entsprechenden Gleichungen

$$V_0 (1 + 3\beta \tau) \varrho_0 (1 - \alpha \tau) = P_2 - p,$$
$$V_0 (1 + 3\beta \tau') \varrho_0 (1 - \alpha \tau') = P_2' - p, \quad \text{also}$$

$$[1 + 3\beta (\tau' - \tau)] [1 - \alpha (\tau' - \tau)] = \frac{P_2' - p}{P_2 - p} \quad \text{oder}$$

$$1 - \alpha (\tau' - \tau) = \frac{P_2' - p}{P_2 - p} [1 - 3\beta (\tau' - \tau)], \quad \text{also}$$

$$(2).\ \alpha = 3\beta \frac{P_2' - p}{P_2 - p} + \frac{P_2 - P_2'}{P_2 - p} \frac{1}{\tau' - \tau}.$$

Aus der Gleichung (1) ist β, der lineare Ausdehnungskoeffizient des Gefässmaterials, aus Gleichung (2) α, der Ausdehnungskoeffizient der untersuchten Flüssigkeit zu bestimmen.

Beispiel.

Es soll der Ausdehnungskoeffizient des Alkohols bestimmt werden.

Aichflüssigkeit: Quecksilber,
Ausdehnungskoeffizient: $\gamma = 0,000181$.

Masse d. Gefäss. leer (§ 8) $p = 44,3674$ g.
„ „ „ + Quecksilber $P_1 = 281,4838$ g bei $t = 17,40^0$
„ „ „ + „ $P_1' = 278,3979$ g „ $t' = 91,72^0$
„ „ „ + Alkohol $P_2 = 58,2658$ g „ $\tau = 18,25^0$
„ „ „ + „ $P_2' = 57,4576$ g „ $\tau' = 71,62^0$

Ausdehnungskoeffizient des Glases

$$\beta = \frac{\gamma}{3} \frac{P_1' - p}{P_1 - p} - \frac{P_1 - P_1'}{P_1 - p} \frac{1}{3(t' - t)}$$

$$= \frac{0,000181}{3} \frac{278,3979 - 44,3674}{281,4838 - 44,3674} - \frac{281,4838 - 278,3979}{281,4838 - 44,3674} \cdot \frac{1}{3(91,72 - 17,40)}$$

$$\beta = 0,0_5 128.$$

Ausdehnungskoeffizient des Alkohols.

$$\alpha = 3\beta \cdot \frac{P_2' - p}{P_2 - p} + \frac{P_2 - P_2'}{P_2 - p} \frac{1}{\tau' - \tau}$$

$$= 3 \cdot 0,0_5 128 \cdot \frac{57,4576 - 44,3674}{58,2658 - 44,3674} + \frac{58,2658 - 57,4576}{58,2658 - 44,3674} \cdot \frac{1}{71,62 - 18,25}$$

$$\alpha = 0,001093.$$

---

§ 35. Ausdehnungskoeffizient der Gase.

Über den Begriff des Ausdehnungskoeffizienten siehe § 32.

Nach dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetz ist (§ 15)

$$v \cdot p = v_0 \cdot p_0 \cdot (1 + \alpha t),$$

wo v_0 und p_0 zwei zusammengehörige Werte von Druck und Volumen bei 0^0, v und p zwei zusammengehörige Werte bei t^0 und α den Ausdehnungskoeffizienten bedeuten, der für alle Gase, die diesem Gesetze folgen, denselben Wert hat.

Für konstanten Druck ($p = p_0$) ist

$$v_t = v_0 (1 + \alpha t).$$

Für konstantes Volumen ($v = v_0$) ist

$$p_t = p_0 (1 + \alpha t).$$

Es ist also bei den idealen Gasen der Ausdehnungskoeffizient mit dem Spannungskoeffizienten identisch. Dabei ist der Spannungskoeffizient derjenige Teil des ursprünglichen Drucks, um den dieser bei Erwärmung um 1° steigt.

Wir wollen mit Hilfe des Luftthermometers den Spannungskoeffizienten bestimmen.

Beschreibung des Apparats (Fig. 26): Die Kugel a steht durch die Kapillare b mit der Glasröhre c und diese durch den Gummischlauch mit der Röhre d in Verbindung. Die Röhre d ist am Stativ verschiebbar und zwar grob und fein (nach Anziehung der Schraube e durch die Mikrometerschraube f). Durch Quecksilber ist ein gewisses Luftquantum in der Kugel abgesperrt. Um jederzeit ein bestimmtes Luftvolumen zu haben, wird das Quecksilber durch Heben oder Senken des beweglichen Schenkels so eingestellt, dass seine Oberfläche gerade das untere Ende der Spitze g berührt. Die Stellung derselben auf der am Stativ befestigten mm-Skala (1/10 mm schätzen!) wird zunächst abgelesen. Um die Parallaxe nach Möglichkeit zu vermeiden, besteht die Skala aus Spiegelglas; senkrecht darauf schauen!

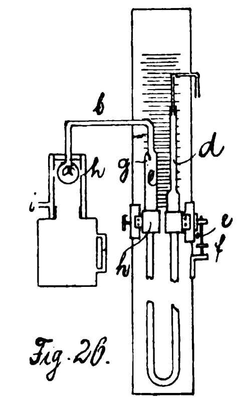


Fig. 26.

Ich bringe die eingeschlossene Luft zunächst auf die Temperatur des schmelzenden Eises. Das Eis wird fein geschabt und eine dicke Schicht desselben in ein Becherglas getan. Dieses wird von unten über die Kugel a geschoben und durch einen Tisch gehalten. Nach Einbringen der Kugel a wird das

Becherglas völlig mit Eis gefüllt. Da durch die Abkühlung die Luft sich zusammenzieht, steigt das Quecksilber in der Röhre c. Damit nun nicht dadurch Quecksilber durch die Kapillare in die Kugel a getrieben wird, wodurch das Luftvolumen verkleinert werden würde, stellt man den beweglichen Schenkel so ein, dass das Quecksilber in c möglichst tief steht, aber nicht unterhalb der Kittung h, damit nicht durch diese Luft ein- oder austreten kann. Umgekehrt wird man bei Erwärmung der Luft das Quecksilber in c möglichst hoch stehen lassen, damit es nicht unter die Kittstelle h sinkt. Es gilt also die Regel: bei Abkühlung der Luft tiefen, bei Erwärmung hohen Quecksilberstand in c.

Nachdem die Kugel einige Minuten in dem Eis gewesen und die Luft die Temperatur desselben angenommen hat, stelle ich durch Heben des beweglichen Schenkels das Quecksilber so ein, dass es in c grade die Spitze berührt. Der Druck der eingeschlossenen Luft hält dann das Gleichgewicht der Quecksilbersäule, gemessen von der Spitze g bis zur Stellung im beweglichen Schenkel, die ich bis auf 1/10 mm ablese, und dem Luftdruck, gemessen durch den Barometerstand (§ 3). Die Differenz der Ablesungen der Stellungen des Quecksilberniveaus in den beiden Schenkeln gibt die Höhe der Quecksilbersäule; den Gesamtdruck erhalte ich, wie gesagt, durch Addition des Barometerstandes zu dieser. Hierbei ist der Barometerstand nicht auf 0^0 zu korrigieren, da es bei der Berechnung nur auf das Verhältnis zweier Drucke ankommt und sich diese Korrektion zum grössten Teil forthebt.

Die Luft in der Kapillare b hat aber nicht die Temperatur von 0^0. Ich messe ihre Temperatur, indem ich ein $1/1^0$ zeigendes Thermometer ($1/10^0$ schätzen!) am Luftthermometerstativ so aufhänge, dass seine Kugel an der Kapillare anliegt.

Dann bringe ich die Kugel a auf die Temperatur des siedenden Wassers. Ein kleiner Kessel aus Zinkblech wird ca. zur Hälfte mit Wasser gefüllt und auf

diesen ein Dampfmantel aufgesetzt (Cavendishröhre). Der entwickelte Dampf steigt im Innern desselben hoch, geht dann durch die Löcher h in den äusseren Teil und entweicht durch das Auslassrohr i in die Kühlschlange, die in einem mit kaltem Wasser gefüllten Behälter steht; das Kondenswasser tropft aus der Kühlschlange in ein untergestelltes Gefäss. Zur Verbindung des Siedeapparates und des Kondensators wird Dampfschlauch benutzt. — Das Luftthermometer wird vorsichtig angehoben und dann so wieder auf den Tisch gesetzt, dass sich die Kugel a inmitten des Dampfmantels befindet. Die obere Öffnung desselben wird durch einen Kork verschlossen.

Damit nicht die Wärmestrahlung der Heizflamme und des Siedeapparates den Quecksilberstand ändert, wird zwischen diesen und das Luftthermometer ein beiderseits mit Staniol bezogener Pappschirm gesetzt. Analog wie oben wird der Druck der eingeschlossenen Luft bei der Siedetemperatur des Wassers bestimmt und auch die Temperatur der Kapillare gemessen.

Nach Beendigung des Versuchs wird das Luftthermometer wieder aus dem Siedeapparat herausgenommen (vorher das Quecksilber tief stellen!) und das Wasser aus diesem und dem Kondensator entfernt.

Ich bezeichne:

das Volumen der Kugel a bei 0° mit . . . . . V_0,
„ „ „ Kapillare bis zur Spitze mit . . v,
(beide sind für den Apparat bekannt)
den Ausdehnungskoeffizienten der Luft mit . . . α,
„ linearen „ des Glases mit . . β,
(der kubische Ausdehnungskoeffizient ist gleich 3β (§ 32); β ist aus der Tab. 7 zu entnehmen)
die Temperatur der Kapillare beim ersten Versuch (Eis) mit . . . . τ_1,
die Temperatur d. Kapillare beim zweiten Versuch (Dampf) mit . . . . τ_2,
den Druck der Luft beim ersten Versuch mit . . p_1,

den Druck der Luft beim zweiten Versuch mit . p_2,
(Druck=Höhe d. Quecksilbersäule+Barometerst.)
die Siedetemperatur des Wassers mit . . . . . . T
(dieselbe ergibt sich aus dem Barometerstand (§ 3), der zu diesem Zweck auf 0^0 zu reduzieren ist, mit Hilfe der Tabelle 11).

Bei dem Versuch ist das Volumen der eingeschlossenen Luft nicht konstant geblieben, da sich die Kugel a etwas beim Erwärmen ausgedehnt hat. Wohl aber ist die Masse der eingeschlossenen Luft konstant geblieben; nun ist Masse gleich Volumen mal Dichte. Die Dichte der Luft erhalte ich aus dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetz, das lautet (siehe oben)

$$\frac{v_{p,t}}{v_{760,0}} = \frac{760 \cdot (1 + \alpha t)}{p}.$$

Nun verhalten sich bei gleichen Massen die Dichten umgekehrt wie die Volumina (denn Dichte gleich Masse/Vol.). Also ist

$$\frac{\varrho_{p,t}}{\varrho_{760,0}} = \frac{p}{760 \cdot (1 + \alpha t)} \qquad \text{oder}$$

$$\varrho_{p,t} = \frac{\varrho_{760,0} \cdot p}{760 \cdot (1 + \alpha t)}.$$

Dabei bedeuten die Indices den Druck und die Temperatur, auf welche sich die Grössen beziehen, ϱ ohne Index die Dichte im Normalzustand (760 mm, 0^0).

Die Masse der Luft setzt sich nun zusammen aus der in der Kugel a und der in der Kapillare b befindlichen. Beim ersten Versuch (Eis) ist die Masse der Luft in a gleich $V_0 \cdot \varrho_{p_1,0} = \frac{V_0 \cdot \varrho \cdot p_1}{760}$, die in b gleich $v \cdot \varrho_{p_1,\tau_1} = \frac{v \cdot \varrho \cdot p_1}{760 \cdot (1 + \alpha \tau_1)}$. Da dieses Glied nur eine Korrektion ist, kann ich von der Veränderlichkeit von v mit der Temperatur absehen.

Beim zweiten Versuch (Dampf) ist die Masse der Luft in a $V_t \cdot \varrho_{p_2,T} = \frac{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot \varrho \cdot p_2}{760 \cdot (1 + a T)}$, die in b gleich $v \cdot \varrho_{p_2,\tau_2} = \frac{v \cdot \varrho \cdot p_2}{760 \cdot (1 + a \tau_2)}$. Also ist

$$\frac{V_0 \cdot \varrho \cdot p_1}{760} + \frac{v \cdot \varrho \cdot p_1}{760 \cdot (1 + a \tau_1)} = \frac{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot \varrho \cdot p_2}{760 \cdot (1 + a T)} + \frac{v \cdot \varrho \cdot p_2}{760 \cdot (1 + a \tau_2)}$$ oder

$$V_0 \cdot p_1 + \frac{v \cdot p_1}{1 + a \tau_1} = \frac{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot p_2}{1 + a T} + \frac{v \cdot p_2}{1 + a \tau_2}.$$

Dies ist für a eine Gleichung dritten Grades. Um aus derselben a zu berechnen, verfahre ich so: die Glieder mit v sind nur (verhältnismässig kleine) Korrektionsterme; ich erhalte also einen angenäherten Wert von a (a_1), wenn ich diese zunächst vernachlässige, also a bestimme aus der linearen Gleichung

$$V_0 \cdot p_1 = \frac{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot p_2}{1 + a_1 \cdot T}$$ oder

$$a_1 = 1/T \cdot \left[\frac{(1 + 3\beta T) \cdot p_2}{p_1} - 1\right].$$

Diesen angenäherten Wert a_1 setze ich in die Korrektionsterme ein, die ich nunmehr numerisch berechnen kann, und bestimme einen richtigeren Wert von a (a_2) aus der Gleichung

$$V_0 \cdot p_1 + \frac{v \cdot p_1}{1 + a_1 \tau_1} = \frac{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot p_2}{1 + a_2 T} + \frac{v \cdot p_2}{1 + a_1 \tau_2}$$ oder

$$\frac{1 + a_2 \cdot T}{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot p_2} = \frac{1}{V_0 \cdot p_1 + \frac{v \cdot p_1}{1 + a_1 \tau_1} - \frac{v \cdot p_2}{1 + a_1 \tau_2}}$$ oder

$$a_2 = 1/T \cdot \left[\frac{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot p_2}{V_0 \cdot p_1 + \frac{v \cdot p_1}{1 + a_1 \tau_1} - \frac{v \cdot p_2}{1 + a_1 \tau_2}} - 1\right].$$

Diesen schon richtigeren Wert α_2 setze ich jetzt in die Korrektionsterme ein und bestimme einen noch richtigeren Wert von α (α_3) aus der Gleichung

$$\alpha_3 = 1/T \cdot \left[\frac{V_0 \cdot (1 + 3\beta T) \cdot p_2}{V_0 \cdot p_1 + \frac{v \cdot p_1}{1 + \alpha_2 \tau_1} - \frac{v \cdot p_2}{1 + \alpha_2 \tau_2}} - 1 \right]$$

und so fahre ich fort, bis der Wert α_n von dem Wert α_{n-1} nicht mehr wesentlich abweicht, was meist schon für $n = 3$ erreicht sein dürfte.

Nimmt man α als bekannt an, so kann man auf diese Weise die Temperatur messen; daher rührt der Name Luftthermometer.

Beispiel.

Konstanten des Apparates: $V_0 = 55{,}929\ \text{cm}^3$, $v = 1{,}619\ \text{cm}^3$ gegeben; $\beta = 0{,}0_5 8$ (aus Tabelle 7).

Stand des Hg bei Eis	21,5 mm
„ der Spitze	0,0 „
Hg-säule	21,5 mm
Barometerstand (unk.)	762,7 „
Druck p_1 =	784,2 mm

Stand des Hg beim Sieden	301,0 mm
„ der Spitze	0,0 „
Hg-säule	301,0 mm
Barometerstand (unkor.)	762,7 „
Druck p_2 =	1063,7 mm

Temperatur der Kapillare bei Eis $\tau_1 = 20{,}2^0$,
beim Sieden $\tau_2 = 20{,}8^0$.

Barometerstand	762,70 mm bei 19,8°
Korr. (Messingskala)	2,46 „
Barometerstand, kor.	760,24 mm

Siedetemperatur 100,01°.

$$\alpha_1 = 1/T\left[\frac{(1+3\beta T)\,p_2}{p_1} - 1\right]$$
$$= 1/100{,}01 \cdot \left[\frac{(1+3\cdot 0{,}0_5 8\cdot 100{,}01)\cdot 1063{,}7}{784{,}2} - 1\right]$$
$$= 0{,}0035956.$$

$$\alpha_2 = 1/T\left[\frac{V_0\cdot(1+3\beta T)\cdot p_2}{V_0\cdot p_1 + \frac{v\cdot p_1}{1+\alpha_1\tau_1} - \frac{v\cdot p_2}{1+\alpha_1\tau_2}} - 1\right]$$
$$= 1/100{,}01 \cdot$$
$$\left[\frac{55{,}929\cdot(1+3\cdot 0{,}0_5 8\cdot 100{,}01)\cdot 1063{,}7}{55{,}929\cdot 784{,}2 + \frac{1{,}619\cdot 784{,}2}{1+0{,}0035956\cdot 20{,}2} - \frac{1{,}619\cdot 1063{,}7}{1+0{,}0035956\cdot 20{,}8}} - 1\right]$$
$$= 0{,}0037250.$$

$$\alpha_3 = 1/T\left[\frac{V_0\cdot(1+3\beta T)\,p_2}{V_0\cdot p_1 + \frac{v\cdot p_1}{1+\alpha_2\tau_1} - \frac{v\cdot p_2}{1+\alpha_2\tau_2}} - 1\right]$$
$$= 1/100{,}01 \cdot$$
$$\left[\frac{55{,}929\cdot(1+3\cdot 0{,}0_5 8\cdot 100{,}01)\cdot 1063{,}7}{55{,}929\cdot 784{,}2 + \frac{1{,}619\cdot 784{,}2}{1+0{,}0037250\cdot 20{,}2} - \frac{1{,}619\cdot 1063{,}7}{1+0{,}0037250\cdot 20{,}8}} - 1\right]$$
$$= 0{,}0037266.$$

Ausdehnungskoeffizient der Luft $\alpha = 0{,}00373$.

---

§ 36. Schmelzwärme.

Wenn man Eis durch Erwärmen zum Schmelzen bringt, so bleibt ein mit demselben in Berührung befindliches Thermometer konstant so lange auf 0° stehen, bis alles Eis geschmolzen ist; erst dann beginnt es wieder zu steigen.

Die zugeführte Wärmemenge wird also nicht verwendet zur Temperatursteigerung, sondern ausschliesslich zur Aggregatszustands-Änderung. Da sie durch das Thermometer nicht angezeigt wird, nannte man

sie früher latente Wärme; wir bezeichnen sie kennzeichnender als Schmelzwärme. Da die zum Schmelzen nötige Wärme proportional der Masse des Eises ist, so werden wir — genauer präzisiert — unter Schmelzwärme diejenige Wärmemenge verstehen, die gebraucht wird, um 1g Eis von 0^0 in Wasser von 0^0 zu verwandeln. Die Wärmemenge wird dabei gemessen in Calorieen (siehe darüber § 29). Die Bestimmung der Schmelzwärme erfolgt im Calorimeter (§ 29), dass sich diesmal in einem Holzkasten befindet, da wir auf den Temperaturausgleich mit der Umgebung Rücksicht nehmen müssen. Die Temperatur der Umgebung wird an einem in dem Holzkasten befindlichen $1/1^0$ zeigenden, die des Calorimeters an einem $1/10^0$ zeigenden Thermometer abgelesen (im ersten Fall $1/10^0$, im zweiten $1/100^0$ schätzen!).

Um die folgenden Erläuterungen präzisieren zu können, wollen wir annehmen, dass das Calorimeter die tiefere Temperatur habe. In erster Annäherung können wir annehmen, dass die dem Calorimeter pro Minute zugestrahlte Wärmemenge und damit die pro Minute im Calorimeter erfolgende Temperaturerhöhung δt proportional ist der Differenz der Temperatur der Umgebung (t_z) gegen die des Calorimeters (t_c), dass also ist

$$\delta t = p \cdot (t_z - t_c),$$

wo p ein Proportionalitätsfaktor ist.

Wenn wir also während des Versuchs alle Minuten die Temperatur an beiden Thermometern ablesen, so können wir die durch Zustrahlung von aussen für jede Minute bewirkte Temperaturerhöhung bestimmen, wenn wir den Proportionalitätsfaktor p kennen. Diesen bestimmen wir durch die sogenannte Vor- und Nachperiode.

Ausführung des Versuchs. Ich stelle die Masse des Calorimeters einschliesslich des Rührers (von dem man den Handgriff entfernt hat) zunächst leer, dann ca. $^2/_3$ mit Wasser gefüllt fest. Unter

langsamen Rühren lese ich am Ende einer vollen Minute die Temperatur an beiden Thermometern ab und so von Minute zu Minute, 3 Minuten lang; dabei ständig rühren! (Vorperiode).

Es seien die Ablesungen zu Beginn und zum Schluss einer Minute t_z' und t_z'', t_c' und t_c''; die Mittel aus den Beobachtungen seien t_z und t_c. Die pro Minute bewirkte Temperaturerhöhung ist dann $t_c'' - t_c'$. Also ist

$$t_c'' - t_c' = p \cdot (t_z - t_c),$$

woraus sich p bestimmt. Diese Bestimmung führe ich für jede der drei Minuten aus und nehme aus den so gefundenen p das Mittel.

Ich bringe dann, nachdem ich am Schluss einer halben Minute beide Thermometer abgelesen, ein etwa wallnussgrosses, gut abgetrocknetes Stück Eis in das Calorimeter (unter den Rührer), so dass das Schmelzen zum Schluss der vollen Minute beginnt, und lese unter ständigem Rühren alle halbe Minuten beide Thermometer ab, bis die Temperatur im Calorimeter nicht mehr fällt (Versuch). Die Temperatur, welche zu Beginn des Schmelzens herrscht, berechne ich aus der eine halbe Minute vorher abgelesenen, indem ich den während dieser halben Minute erfolgten Temperaturzuwachs bestimme aus der Formel $\delta t = \frac{1}{2} p (t_z - t_c)$; siehe Beispiel.

Dann lese ich wieder 3 Minuten lang von Minute zu Minute beide Thermometer ab (Nachperiode) und bestimme aus den Ablesungen analog wie bei der Vorperiode den Proportionalitätsfaktor p. Aus diesen beiden Bestimmungen ist das Mittel zu nehmen (die beiden Werte von p werden etwas verschieden ausfallen, da sich inzwischen die Masse des Calorimeterinhalts ein wenig geändert hat).

Ich wiege dann wieder das Calorimeter mit Inhalt; das Mehrgewicht gegen die letzte Bestimmung ergibt die Masse des eingebrachten Eises. Da jetzt der Proportionalitätsfaktor p bekannt ist, kann ich für jede halbe Minute des Versuchs die durch Strahlung be-

wirkte Temperaturerhöhung berechnen. Da der Faktor p sich auf eine Minute bezieht, so ist für diese Korrektion (pro $^1/_2$ Minute) nur der halbe Wert zu nehmen. Seien diese Temperaturerhöhungen δt_1, $\delta t_2, \ldots \delta t_n$ (n gleich der Dauer des Versuchs, gemessen in halben Minuten), so hat also das Calorimeter durch Strahlung eine Temperaturerhöhnng erlitten der Grösse $\delta t_1 + \delta t_2 + \ldots + \delta t_n$. Ohne diese Strahlung wäre die Temperatur des Calorimeters um eben so viel tiefer gewesen. Es ist also von der abgelesenen Minimaltemperatur die Grösse $\delta t_1 + \delta t_2 + \ldots + \delta t_n$ zu subtrahieren.

Am besten wird der Versuch mit demselben Wasser und einem frischen Stück Eis wiederholt. Beide Versuche sind getrennt zu berechnen und es ist erst aus den Resultaten das Mittel zu nehmen.

Ich bezeichne

die Masse des Wassers mit . . . . M,
„ „ „ Eises „ . . . . m,
„ „ „ Calorimeters, einschl. Rührer, mit . C,
„ spez. Wärme des Calorimeters mit . . . . . σ,
(zu entnehmen aus Tab. 7).
„ Schmelzwärme mit . . . . S,
„ Anfangstemperatur mit . . . . t_a,
„ Endtemperatur (korrigiert) mit . . . . t_e.

Bei dem Versuch hat das Wasser abgegeben die Wärmemenge $M(t_a - t_e)$, das Calorimeter $C\sigma(t_a - t_e)$. Das Eis hat die Wärmemenge aufgenommen m. S, um zu schmelzen, und $m(t_e - 0)$, um sich von 0^0 auf $t_e{}^0$ zu erwärmen. Da die von aussen zugeführte Wärmemenge durch die Korrektion der Endtemperatur bereits berücksichtigt ist, so muss die vom Wasser und Calorimeter abgegebene Wärmemenge gleich der vom Eis aufgenommen sein, es muss also gelten

$$(M + C \cdot \sigma) \cdot (t_a - t_e) = m \cdot S + m t_e, \qquad \text{also}$$

$$S = \frac{(M + C\sigma) \cdot (t_a - t_e) - m t_e}{m}.$$

Beispiel.

1. Versuch!

Calorimeter + Rührer leer		C = 185,50 g
„ „ + Wasser		349,03 „
	Masse des Wassers	M = 163,53 g.

Min.	t_z'	t_z''	t_c'	t_c''
0—1	21,0	21,0	17,81	17,87
1—2	21,0	21,0	17,87	17,92
2—3	21,0	21,0	17,92	17,99
0—1/2	21,0	21,0	18,05	18,08 (= t_a)
1/2—1	21,0	21,0	18,08	15,80
1—1 1/2	21,0	21,0	15,80	13,25
1 1/2—2	21,0	21,0	13,25	13,20 (= t_e, unkorr.)
2—2 1/2	21,0	21,0	13,20	13,27
0—1	21,0	21,0	13,35	13,48
1—2	21,0	21,0	13,48	13,60
2—3	21,0	21,0	13,60	13,72

$t_z = 1/2\,(t_z'' + t_z')$	$t_c = 1/2\,(t_c'' + t'_c)$	δt	p	Mitt.	Bem.
21,0	17,84	0,06	0,019	0,019	1.
21,0	17,90	0,05	0,016		
21,0	17,96	0,07	0,023		
21,0	18,07	0,03	0,018		2.
21,0	16,94	0,04			3.
21,0	14,53	0,06	0,018		
21,0	13,22	0,07			
21,0	13,42	0,13	0,017	0,016	4.
21,0	13,54	0,12	0,016		
21,0	13,66	0,12	0,016		

$$\text{Mittel von } p = \frac{0{,}019 + 0{,}016}{2} = 0.018.$$

Anfangstemperatur $t_a = 18{,}08^0$
Endtemperatur unkorrigiert $= 13{,}20^0$
Korr. $= \delta t_1 + \delta t_2 + \delta t_3 = 0{,}04 + 0{,}06 + 0{,}07 = 0{,}17$
Endtemperatur korrig. $t_e = 13{,}03^0$.

Bemerkungen:

1. Vorperiode: δt bekannt, p berechnet.
2. Einbringen des Eises; bekannt, p; berechnet δt, t_c'' und t_z'' aus
$$\delta t = {}^1/_2\, p\,(t_z - t_c);\quad t_c'' = t_c' + \delta t;$$
$$t_z'' = {}^1/_2\, [t_z' (\text{von } 0 - {}^1/_2) + t_z'' (\text{von } {}^1/_2 - 1)].$$
3. Versuch: δt berechnet aus
$$\delta t = {}^1/_2 \cdot p\ (t_z - t_c).$$
4. Nachperiode: δt bekannt, p berechnet.

Masse des Calorimeters + Rührer + Wasser nach dem Schmelzen . . . . 358,23 g
Masse des Calorimeters + Rührer + Wasser vor dem Schmelzen . . . . 349,03 „
Masse des Eises . . . . $m = 9{,}20$ g
(Spez. Wärme des Messings $\sigma = 0{,}093$ aus Tabelle 7).

$$S = \frac{(M + C\sigma) \cdot (t_a - t_e) - m \cdot t_e}{m}$$
$$= \frac{(163{,}53 + 185{,}50 \cdot 0{,}093) \cdot (18{,}08 - 13{,}03) - 9{,}20 \cdot 13{,}03}{9{,}20}$$
$S = 86{,}20 \backsim 86$ Calor.

Zweiter Versuch analog!

---

§ 37. Verdampfungswärme.

Wenn wir Wasser zum Sieden bringen, so bleibt das Thermometer von dem Zeitpunkt an, wo das Sieden beginnt, bis zur Beendigung desselben, bis also alles

Wasser versiedet ist, konstant stehen. Die zur Verdampfung nötige Wärmemenge wird also durch das Thermometer nicht angezeigt, man nannte sie deshalb latente Wärme. Wir wollen sie Verdampfungswärme nennen und darunter die Wärmemenge verstehen, gemessen in Calorieen (§ 29), die man braucht, um 1 g Wasser in Dampf von derselben Temperatur zu verwandeln; sie ist gleich der Kondensationswärme, d. i. die Wärmemenge, welche frei wird, wenn 1 g Dampf zu Wasser von derselben Temperatur kondensiert wird.

Die Verdampfungswärme hängt ab von der Temperatur, bei welcher der Prozess vor sich geht. Wir wollen die Verdampfungswärme bei 100° bestimmen.

Der Dampf strömt durch eine in ein Calorimeter eingebaute Spirale aus Messingrohr. Das Calorimeter steht Wärme-isoliert in einem weiteren Gefäss zum Schutz gegen Wärmestrahlung. Vor der Eintritts-öffnung des Dampfes befindet sich ein Wasser-Abscheider, ein gegen Wärmeverluste durch Einpacken in Watte geschütztes kleines Reagenzglas mit doppelt durchbohrtem Kork, in das zwei Röhren zum Dampfein- und -auslass hineinführen. Das vom Dampf mitgeführte Wasser sammelt sich unten.

Da es einige Zeit dauert, ehe der kondensierte Dampf aus der Spirale ausströmt, lasse ich denselben erst solange durchströmen, bis das Kondenswasser in regelmässigen Tropfen heraustropft, und beginne dann erst mit dem eigentlichen Versuch.

Man bestimmt zunächst die Masse des leeren Calorimeters einschliesslich Spirale und Rührer, das man auf zwei vorher gewogene Klötze setzt, dann die des beinahe völlig mit Wasser gefüllten. Das Calorimeter lässt sich aus dem Schutzmantel herausnehmen, nachdem die Schlauchspitze von der Spirale abgeschraubt ist. In das Calorimeter wird ein 1/10° zeigendes Thermometer hineingesetzt; 1/100° schätzen!

Man lässt dann unter ständigem Rühren zunächst solange Dampf ein, bis das Kondenswasser regelmässig

abtropft (Schale untersetzen!), setzt dann in einem bestimmten Augenblick ein vorher abgewogenes kleines Becherglas unter die Ausströmöffnung der Spirale und liesst in demselben Augenblick die Temperatur ab. Nachdem dieselbe um etwa 4^0 gestiegen, wird das Becherglas entfernt und wieder die Temperatur abgelesen. Ich wiege dann wieder das Becherglas; die Differenz gegen vorher gibt die Masse des kondensierten und während der Beobachtungszeit durchgeströmten Dampfes.

Ich bezeichne

d. Masse des Calorimet., einsch, Spirale u. Rührer mit C,
„ „ „ Wassers mit . . . . M
„ „ „ Dampfes „ . . . . m,
„ spezifische Wärme des Calorimeters mit . . . . σ,
(zu entnehmen aus Tab. 7.)
„ Verdampfungswärme mit . . . . V,
„ Anfangstemperatur mit . . . . t_a,
„ Endtemperatur mit . . . . t_e,
„ Siedetemperatur mit . . . . T.

Dieselbe ergibt sich aus Tab. 11 mit Hilfe des Barometerstandes (§ 3).

Das Wasser hat die Wärmemenge aufgenommen $M \cdot (t_e - t_a)$, das Calorimeter $C \cdot \sigma \cdot (t_e - t_a)$. Der Dampf hat abgegeben 1.) seine Kondensationswärme $m \cdot V$, 2.) Wärme bei der Abkühlung von der Siedetemperatur bis zur gemeinsamen Endtemperatur (er verlässt als Kondensat das Calorimeter mit der Temperatur, welche das Wasser in dem betreffenden Augenblick hat).

Das Wasser hat nun zu Beginn die Temperatur t_a, zum Schluss t_e; da wir nun in erster Annäherung annehmen können, dass die Temperatur proportional der Zeit ansteigt, ist die mittlere Temperatur während des Versuchs $1/2 \cdot (t_a + t_e)$. Der Dampf hat also noch 2.) abgegeben die Wärmemenge $m \cdot \left(T - \frac{t_e + t_a}{2}\right)$.

Da nun sonst weder Wärme zu- noch abgeführt ist,

muss die gesamte aufgenommene gleich der gesamten abgegebenen Wärmemenge sein; es muss also gelten

$$(M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a) = m \cdot V + m \cdot \left(T - \frac{t_a + t_e}{2}\right) \quad \text{oder}$$

$$V = \frac{(M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a) - m \cdot \left(T - \frac{t_e + t_a}{2}\right)}{m}$$

Der Versuch wird noch einmal wiederholt und aus den Resultaten das Mittel genommen.

Beispiel.

1. Versuch.

Masse der Klötze	157,61 g
„ „ „ + Masse des Calorim.	929,51 „
Masse des Calorimeters	C = 771,90 g
„ der Klötze + Calorim. + Wasser .	2865,13 „
„ des Wassers	M = 1935,62 g
Masse des Becherglases	53,75 g
„ „ „ + Kondensat .	63,65 „
„ „ Dampfes	m = 9,90 g

Anfangstemperatur $t_a = 18{,}05^0$
Endtemperatur $t_e = 21{,}08^0$
Spez. Wärme des Messings: $\sigma = 0{,}093$ (aus Tab. 7.)

Barometerstand	755,08 mm bei 20,5⁰
Korr. (Messingskala)	2,51 „
Barometerst. (kor.) =	752,57 mm,

Siedetemperatur 99,72⁰.

$$V = \frac{(M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a) - m \cdot \left(T - \frac{t_a + t_e}{2}\right)}{m}$$

$$= \frac{(1935{,}62 + 771{,}90 \cdot 0{,}093) \cdot (21{,}08 - 18{,}05) - 9{,}90 \cdot \left(99{,}72 - \frac{18{,}05 + 21{,}08}{2}\right)}{9{,}90}$$

$= 533{,}82 \backsim 534$ Cal.

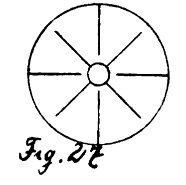
2. Versuch analog.

§ 38. Mechanisches Wärmeäquivalent.

Das wichtigste Gesetz der ganzen Physik ist, dass bei allen Umsetzungen in einem abgeschlossenen System die Energie konstant bleibt. Unter Energie versteht man das einem Körper innewohnende Vermögen, Arbeit zu leisten, z. B. infolge einer ihm erteilten Geschwindigkeit (kinetische Energie) oder einer bestimmten Erhebung über die Erde, die er frei durchfallen kann (potentielle Energie) u. s. f. Es gibt also verschiedene Formen der Energie, mechanische Energie, Wärme, elektrische Energie usw.

Es war schon lange bekannt, dass bei rein mechanischen Umsetzungen die Energie konstant blieb; J. R. Mayer, Joule und Helmholtz erweiterten das Gesetz auf alle Energieformen,

Nun messen wir mechanische Energie nach Erg (1 Erg ist die Arbeit einer Dyne (§ 8) auf dem Wege 1 cm), in der Technik vielfach nach mkg (die Arbeit, die ich aufwenden muss, um die Masse 1 kg gegen die Anziehung der Erde 1 m hoch zu heben). Wärme wird gemessen, nach Calorieen (§ 29). Wenn Wärme und mechanische Arbeit beides Energieformen sind, so müssen sie in einander umwandelbar sein, und ferner muss ein ganz bestimmtes Verhältnis zwischen den Einheiten, in denen sie gemessen werden, bestehen. Wir fragen uns, wieviel Erg müssen wir aufwenden, um 1 Calorie Wärme zu erzeugen? Eine Calorie ist äquivalent wieviel Erg? Wir nennen diese Zahl das mechanische Wärmeäquivalent.


Fig. 27

Zur Bestimmung derselben bedienen wir uns einer bereits von Joule angegebenen Vorrichtung (Fig. 27). Ein Hohlzylinder aus Messing ist mit 4 zu einander senkrecht stehenden ausgesparten Querwänden versehen. In den Aussparungen können die Zacken von 4 anderen gleichfalls ausge-

sparten an der Axe befestigten Wänden mit geringem Zwischenraum vorbeigleiten. Der Zylinder wird mit einer bekannten Menge Wasser gefüllt. Die Axe ist hohl, die Wandung ist mehrfach durchbohrt, damit das Wasser durch die Axe zirkulieren kann. Innerhalb derselben befindet sich das 1/10° zeigende Thermometer (1/100° schätzen!). Durch Rotation des Gefässes gerät das Wasser gleichfalls in Rotation gegen die festgehaltene Axe. Seine kinetische Energie wird durch den Stoss scheinbar vernichtet, tatsächlich in Wärme umgesetzt, die eine Temperaturerhöhung des Wassers bewirkt.

An der Axe ist ein leichter längerer Hebel befestigt, der am anderen Ende einen Kreisbogen mit einer Nut trägt. In dieser Nute ist ein Faden angebracht, der über eine Rolle geht und durch eine Wagschale und aufgelegte Gewichte gespannt wird. Zwei Anschlagsstifte beschränken die Bewegungsfreiheit des Hebels. — Die Rotation des Gefässes erfolgt durch eine Zentrifugalmaschine. Die Tourenzahl wird mit Hilfe eines Zählwerks gemessen.

Wenn das Gefäss in Rotation versetzt wird, würde es durch Vermittlung des Wassers auch die Axe mitnehmen. Das verhindert das an den Hebelarm angreifende Gewicht, das die Axe nach der anderen Seite zu drehen sucht. Ich drehe nun so schnell, dass der Hebel zwischen beiden Anschlägen einspielt, dass also das von dem Hebel ausgeübte Drehmoment dem durch die Zentrifugalmaschine ausgeübten das Gleichgewicht hält. Ich leiste also durch die Drehung eine solche Arbeit, als wenn ich das an dem Hebelarm angehängte Gewichte in Rotation versetzte.

Ich bezeichne

die Masse der Wagschale + der der aufgesetzten Gewichte mit . . . . P,
die Länge des Hebelarms mit . . . . L,
die Anzahl der gemachten Touren mit . . . . . . n,
die Masse des Wassers mit . . . . M,

die Masse des Gefässes mit . . . . C,
„ spezifische Wärme des Gefässes mit . . . . . σ,
(zu entnehmen aus Tab. 7).
die Temperatur zu Beginn des Versuchs mit . . t_a,
„ „ „ Schluss „ „ mit . . t_e,
das mechanische Wärmeäquivalent mit . . . . . A.

Die an dem Hebelarm angreifende Kraft ist das Gewicht der Masse P, also $= P \cdot g$. Bei jeder Umdrehung würde der Weg zurückgelegt werden $2 \cdot L \cdot \pi$, bei n Umdrehungen $2 \cdot L \cdot \pi \cdot n$, folglich ist die geleistete Arbeit $P \cdot g \cdot 2 \cdot L \cdot \pi \cdot n$. Diese wird verwendet zur Erwärmung des Wassers und des Gefässes. Zu erterem werden gcbraucht $M \cdot (t_e - t_a)$, zu letzterem $C \cdot \sigma \cdot (t_e - t_a)$ Calor.

Da eine Calorie äquivalent A Erg ist, so sind $(M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a)$ Cal. äquivalent $A \cdot (M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a)$ Erg. Zur Erzeugung dieser Calorien habe ich gebraucht $P \cdot g \cdot 2 \cdot L \cdot \pi \cdot n$ Erg, also gilt

$$A \cdot (M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a) = P \cdot g \cdot 2 \cdot L \cdot \pi \cdot n, \text{ folglich}$$

$$A = \frac{P \cdot g \cdot 2 L \cdot \pi \cdot n}{(M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a)}.$$

An diesem Ausdruck ist eine kleine Korrektion anzubringen aus dem folgenden Grunde: Auch wenn ich die Axe nicht festhalte, und das Gefäss drehe, muss ich bereits eine gewisse Arbeit aufwenden, deren Grösse aber schwer in Rechnung zu setzen ist. Diese Arbeit setzt sich aber auch in Wärme um, bewirkt eine kleine Temperaturerhöhung δt. Da ich nun die Arbeit nicht berücksichtigen kann, so muss ich diese Temperaturerhöhung von der durch den eigentlichen Versuch, d .h. durch die gemessene Arbeit geleisteten in Abzug bringen. Dabei verstehe ich unter δt die Erwärmung, welche während der Dauer des Versuchs erfolgt. Diese habe ich von der beobachteten Endtemperatur t_e' zu subtrahieren, um die ausschliesslich durch die gemessene Arbeit bewirkte Temperaturerhöhung auf die Endtemperatur t_e zu erhalten. Ich setze also

$$t_e = t_e' - \delta t.$$

Ausführung des Versuchs. Ich bestimme zunächst die Masse des Gefässes leer, indem ich es auf 2 vorher gewogene Klötze setze, dann mit Wasser gefüllt; ich stelle das Thermometer hinein, damit es die Temperatur des Wassers annimmt. Inzwischen messe ich mit einem in mm geteilten Massstab (1/10 mm schätzen!) die Länge des Hebelarms, indem ich den Durchmesser der Öffnung bestimme, mit welcher der Hebel auf die Axe aufgesetzt wird (d), und dann von dem in der Hebelfortsetzung liegenden Endpunkt des Durchmessers die Länge bis zum Kreisbogen, d. i. bis zur Nute, messe (l). Es ist dann

$$L = l + \frac{1}{2} d.$$

Ausserdem stelle ich die Masse der Schale und die der aufzulegenden Belastung fest.

Ohne den Hebel aufzusetzen, lese ich das Thermometer ($1/100^0$ schätzen!) und das Zählwerk ab und beginne zu Anfang einer vollen Minute das Gefäss mit einer Geschwindigkeit zu drehen, die etwa der gleich ist, die ich zum eigentlichen Versuch aufwenden muss, und die ich evtl. durch einen Vorversuch mit aufgesetztem Hebel ausprobiere. Am Schluss der Minute lese ich wieder die Temperatur und das Zählwerk ab Die bewirkte Temperaturerhöhung sei δt_1, die Tourenzahl n_1.

Ebenso verfahre ich 2 Minuten lang mit aufgesetztem Hebel und Gewicht und dann wieder 1 Min. lang ohne Hebel. Die in letzterem Falle erfolgte Temperaturerhöhung sei δt_2, die Tourenzahl n_2.

Durch $n_1 + n_2$ Umdrehungen trat also eine Temperaturerhöhung der Grösse $\delta t_1 + \delta t_2$ ein, für eine Umdrehung wäre dieselbe $\frac{\delta t_1 + \delta t_2}{n_1 + n_2}$, also für n Umdrehungen $\frac{n}{n_1 + n_2} (\delta t_1 + \delta t)$. Diese haben wir aber mit δt bezeichnet.

Es ist also

$$\delta t = \frac{n}{n_1 + n_2} (\delta t_1 + \delta t_2) \qquad \text{und}$$

$$t_e = t_e' - \delta t.$$

Bei den Versuchen ist das Thermometer ganz lose (ca. 1 cm Luft) in ein Stativ zu fassen, sodass es eine gewisse Beweglichkeit behält und doch nicht heraus geschleudert werden kann. — Nach Beendigung des Versuchs wird das Gefäss noch einmal gewogen. Aus den ermittelten Massen des Wassers ist das Mittel zu nehmen. Es geschieht dies deshalb, weil bei der Rotation etwas Wasser herausgeschleudert werden kann.

Der Versuch wird mit demselben Wasser noch einmal wiederholt. Nach Beendigung ist das Wasser zu entfernen. Auf keinen Fall darf das Gefäss geöffnet werden!

Aus der Formel erhalte ich A ausgedrückt in Erg und zwar bezogen auf Gramm-Calorieen. In der Technik ist es üblich, diese Grösse (A') anzugeben in mKg pro Kg-Cal. Nun ist 1 Kg-Cal. gleich 1000 g-Cal., also wäre der geforderte Wert zu multiplizieren mit 1000. Nun ist ferner 1 Kg-Gewicht gleich $1000 \cdot 981$ Dynen, und folglich 1 mKg gleich $1000 \cdot 981 \cdot 100 = 9{,}81 \cdot 10^7$ Erg ($= 9{,}81$ Joule). Will ich also übergehen von Erg zu mKg, so muss ich durch $9{,}81 \cdot 10^7$ dividieren.

Will ich also das mechanische Wärmeäquivalent angeben in mKg pro Kg-Cal., so muss ich A multiplizieren mit $1000/9{,}81 \cdot 10^7 = 1/9{,}81 \cdot 10^{-4}$.

Es ist also

$$A' = A/9{,}81 \cdot 10^{-4}.$$

Es ist das mechanische Wärmeäquivalent in beiden Masssystemen anzugeben.

Beispiel.

1. Versuch.

Masse der Klötze	. . . .	70,73 g
„ „ „	+ Calorimeter	1192,89 „
„ „ „	Masse des Calorimeters C =	1122,16 „
„ „ „	+ Cal. + Wasser (z. Beg.)	1637,50 „
Masse des Wassers	. . . .	444,61 g
Masse der Klötze + Cal. + Wasser (z. Schl.)		1634,10 „
Masse des Wassers	. . . .	441,21 g

Mittel $M = 442{,}91$ g.

Masse der Schale	25,85 g
„ „ Belastung	50,00 „
	P = 75,85 g.

Durchmesser der Hebelbohrung 0,0 bis 11,9 mm = 11,9 mm.

Länge des Hebels vom Durchmesser bis zur Nute 11,9 bis 253,2 mm = 240,3 mm.

$L = l + {}^1/_2\, d = 240{,}3 + {}^1/_2 \cdot 11{,}9 = 246{,}3$ mm $= 24{,}63$ cm.

		Temp.	Zählwerk	Temp.-Erhöh.	Umdreh.-Zahl
Vorperiode 1 Min.	Beg. d. Min.	22,55°	3860	0,02°	$n_1 = 474$
	Schl. „ „	22,57°	3386		
Versuch 2 Min.	Beg. „ „ t_a =	22,60°	3386	0,60°	$n = 1128$
	Schl. „ „ t_e' =	23,20°	2258		
Nachperiode 1 Min.	Beg. „ „	23,20°	2258	0,00°	$n_2 = 498$
	Schl. „ „	23,20°	1760		

$$\delta t = \frac{n}{n_1 + n_2}(\delta t_1 + \delta t_2) = \frac{1128}{474 + 498} \cdot 0{,}02 = 0{,}023^0.$$

$$t_e = t_e' - \delta t = 23{,}20 - 0{,}02 = 23{,}18^0.$$

$$A = \frac{P \cdot g \cdot 2\,L \cdot \pi \cdot n}{(M + C \cdot \sigma) \cdot (t_e - t_a)}$$

$$= \frac{75{,}85 \cdot 981 \cdot 2 \cdot 24{,}63 \cdot \pi \cdot 11{,}28}{(442{,}91 + 1122{,}16 \cdot 0{,}093) \cdot (23{,}18 - 22{,}60)}$$

$$= 409{,}2 \cdot 10^5 \text{ Erg.}$$

$$A' = \frac{A}{9{,}81 \cdot 10^4} = \frac{409{,}2 \cdot 10^5}{9{,}81 \cdot 10^4} = 417{,}1$$

A'=417 mKg.

2. Versuch analog.

---

§ 39. Thermometer-Kalibrieren.

Die Teilung der Thermometerskalen wird bekanntlich dadurch hergestellt, dass man die beiden Fundamentalpunkte (Schmelzpunkt des Eises und Siedepunkt des Wassers bei 760 mm Barometerstand) bestimmt und dann den Zwischenraum in 100 gleiche Teile teilt. Stillschweigende Voraussetzung ist hierbei, dass das Kaliber der Kapillare ein völlig gleichmässiges ist, würde sich dasselbe ändern, so würde dieselbe Quecksilbermenge an verschiedenen Stellen der Kapillare verschiedene Länge haben.

Ein zweiter Fehler kann daher rühren, dass sich die Fundamentalpunkte im Laufe der Zeit verschieben.

Bringt man nämlich das Thermometer nach seiner Anfertigung in schmelzendes Eis, so erreicht das Quecksilber einen tiefsten Stand, der aber nach einigen Minuten sich wieder hebt; dieses allmähliche Ansteigen kann bei ungeeigneten Glassorten jahrelang dauern. Man nennt diesen Eispunkt den zeitlichen Eispunkt. Setzt man nun das Thermometer einer höheren Temperatur aus und bestimmt dann wieder den Eispunkt, so ist derselbe deprimiert und erreicht erst nach einiger Zeit den zeitlichen Eispunkt wieder. Es gibt nun für jede Temperatur eine nicht zu überschreitende maximale Eispunkts-Depression (die sich allerdings nur kurze Zeit hält). Unmittelbar nach dem Sieden zeigt also das Thermometer den für 100° maximal deprimierten Eispunkt.

Ganz analoge Erscheinungen gelten für den Siedepunkt; nach (längerem) Sieden erhält man den für 100° maximal deprimierten Siedepunkt. Ausgedehnte

Untersuchungen haben nun ergeben, dass der Abstand zwischen diesem und dem für 100^0 maximal deprimierten Nullpunkt konstant ist. Diese beiden sind also die Fundamentalpunkte.

Die beschriebenen Erscheinungen erklären sich daraus, dass die durch die Temperaturerhöhung erfolgte Volumenänderung des Glases nicht sofort zurückgeht, dass das Glas also eine Art thermischer Nachwirkung zeigt, die mit der elastischen zu vergleichen ist.

Man muss also das Thermometer in Bezug auf 1.) Kaliber und 2.) Lage der Fundamentalpunkte untersuchen.

1.) Man trennt durch leichtes Aufklopfen einen kleinen Quecksilberfaden los. Die Länge desselben muss angenähert so gewählt sein, dass sie in 100 teilbar ist, also 5^0, 10^0, 20^0 oder 25^0 betragen. Am günstigsten sind Längen von 10^0 oder 20^0. Wir wollen im Folgenden mit einem Faden von der Länge a^0 rechnen. Der abgetrennte Faden wird meist nicht die gewünschte Länge haben, sondern z. B. um x^0 zu lang sein; ich lasse dann den Faden mit dem übrigen Quecksilber wieder zusammen laufen und merke mir die Lage seines oberen Endes im Augenblick des Zusammenstosses. Ich kühle dann das Thermometer um x^0 ab (durch kaltes Wasser, Eis oder, falls unter 0^0 nötig, durch Äther, den ich auf die mit wenig Watte umwickelte Thermometerkugel träufele). Durch leichtes Klopfen werde ich einen Faden der gewünschten Länge erhalten. War der Faden um x^0 zu kurz, so verfahre ich analog, nur erwärme ich um x^0 (vorsichtig über Spiritusflamme, Äther aus ihrer Nähe entfernen!).

Der Grund für das Verfahren ist der folgende: Das Abreissen eines Quecksilberfadens wird meist bedingt durch ein mikroskopisch kleines Luftbläschen, das aber nicht mit dem Quecksilberfaden mitgeht, sondern an der Wand fest haftet. Ist der Faden nun zu lang und kühle ich ab, so bleibt das Luftbläschen an derselben Stelle sitzen, das Abreissen des neuen Fadens erfolgt nun hier.

Habe ich einen Faden von a^0 Länge erhalten, so lege ich ihn mit seinem Anfangspunkte auf die Striche 0^0, a^0, $2a^0$, ... $(m-1)\,a^0$, falls die Thermometer-Teilung bis $m \cdot a^0$ reicht (was sich durch leichtes Klopfen erreichen lässt), und lese jedesmal die Lage seines Anfangs- und Endpunktes ab. Dann lege ich den Faden mit seinem Endpunkte auf $m \cdot a^0$, $(m-1)\,a^0$... bis a^0, und lese nun die Lage seiner beiden Enden ab. (Immer $1/10^0$ schätzen! Zur Vermeidung der Parallaxe beim Ablesen immer senkrecht auf das Thermometer schauen!) Aus den korrespondierenden Strecken, welche der Faden eingenommen hat, nehme ich das Mittel.

Ich bestimme dann die Fundamentalpunkte und zwar zunächst den Nullpunkt. Zu diesem Zweck bringe ich in einen Glastrichter geschabtes Eis (gehäuft voll), stelle das Thermometer hinein (in Stativ fassen), sodass sein Nullpunkt sich innerhalb des Eises befindet. Das Schmelzwasser tropft in ein untergestelltes Becherglas. Nach einigen Minuten entferne ich mit einem Stäbchen das Eis soweit, dass ich den Quecksilberfaden sehe und lese die Stellung desselben mit einer Lupe ab.

Zur Bestimmung des Siedepunktes bringe ich das Thermometer in den Dampf siedenden Wassers. Das Wasser wird in einem Kessel zum Sieden gebracht, der Dampf steigt in einer Cavendish-Röhre, innerhalb welcher sich das Thermometer befindet, empor und in einem diese umgebenden Mantel wieder herab. Der austretende Dampf wird in einer in einem Behälter mit kaltem Wasser befindlichen Kühlschlange kondensiert. Die Siedetemperatur des Wassers ergibt sich aus der Tabelle 11 mit Hilfe des Barometerstandes (§ 3). Auch hier muss der Quecksilberfaden sich völlig im Dampfraum befinden, nur zum Ablesen (nach einigen Minuten) wird das Thermometer ein wenig herausgehoben.

Es wird dann noch einmal der Nullpunkt bestimmt. Nach dem Eingangs Auseinandergesetzten wird nur der

letztere verwendet. Die anfängliche Bestimmung soll nur zeigen, wie weit das Thermometer die Eigenschaft der thermischen Nachwirkung besitzt.

Der Faden habe die folgende Anzahl von Teilstrichen eingenommen:

von $0 — a$ $a + \delta_1$, die Grössen δ können positiv
„ $a — 2a$ $a + \delta_2$, oder negativ sein.
. . . .
$(n — 1) a — 100$ $a + \delta_n$, Es ist $n = \frac{100}{a}$.

Die Temperatur 0^0 liege bei dem Skalenteil p_0,
„ „ 100^0 „ „ „ „ $100 + p_1$.

(Der Barometerstand wird in den meisten Fällen nicht 760,00 mm betragen, also die theoretische Siedetemperatur nicht auf 100^0 liegen. Da sie aber in der Nähe von 100^0 liegt, kann man annehmen, dass die Differenz zwischen dem abgelesenen Siedepunkt und dem aus dem Barometerstand folgenden gleich bleibt, wenn letzterer auch auf 100^0 rückt.)

Der Faden, n mal hintereinandergelegt, nimmt das Volumen vom Teilstrich $0 — 100$ ein, noch vermehrt um $\delta_1 + . . . \delta_n$ (dabei ist die Summe der δ nur zwischen 0 und 100 zu nehmen!) Nun liegt aber 0^0 bei $p_0{}^0$, 100^0 bei $(100 + p_1)^0$, also entspricht dem Volumenzuwachs des Quecksilbers von 0^0 bis 100^0 die Temperaturzunahme $(p_0 + 100 — p_1)\,^0$ [denn die Temperatur steigt nicht nur vom wirklichen 0-Punkt bis zum wirklichen Siedepunkt, sondern auch noch von dem auf dem Thermometer angegebenen bis zum wirklichen Nullpunkt (um $p_0{}^0$), dagegen nicht mehr vom am Thermometer angegebenen bis zum Siedepunkt (nicht mehr um $p_1{}^0$)]. Das Volumen des Fadens, n mal hintereinandergelegt, bedeutet also die Temperaturzunahme

$$100 + p_0 — p_1 + \delta_1 + . . . \delta_n,$$

also bedeutet das Volumen des Fadens selbst die Temperaturzunahme

$$1/n\,(100 + p_0 — p_1 + \delta_1 + \ldots \delta_n) = \frac{100}{n} + 1/n\,(p_0 — p_1 + \delta_1 + \ldots \delta_n)$$
$$= a + s,$$
$$s = 1/n\,(p_0 — p_1 + \delta_1 + . . . \delta_n).$$

Es entspricht also einem Steigen des Quecksilbers von

0^0 bis a^0 die Temperaturzunahme $a + s - \delta_1$

(denn dem Volumenzuwachs des Quecksilbers von 0^0 bis a^0 entspricht die Temperaturzunahme $a + s$, nun war aber der Faden in diesem Intervall um $\delta_1{}^0$ zu lang, also ist die Temperaturzunahme $a + s - \delta_1$). Von $a^0 - 2a^0$ die Temperaturzunahme $a + s - \delta_2$ u. s. f. oder, es entspricht einem Steigen des Quecksilbers vom

Teilstrich 0	die Temperaturerhöhung
bis a	$a + s - \delta_1$,
„ 2a	$2a + 2s - \delta_1 - \delta_2$,
. . . .	. . . .
bis m · a	$ma + ms - \delta_1 - \delta_2 \ldots - \delta_m$.

Die Ausdrücke $s - \delta_1$, $2s - \delta_1 - \delta_2$ u. s. f. wären die Thermometer-Korrektionen, wenn der Teilstrich 0^0 richtig wäre; da ihm aber die Temperatur $p_0{}^0$ entspricht, so ist von der Korrektion noch p_0 zu subtrahieren.

Es beträgt also die Korrektion für den Teilstrich:

0	$- p_0$
a	$s - p_0 - \delta_1$
2a	$2s - p_0 - \delta_1 - \delta_2$
. . . . .	. . . . . .
m · a	$ms - p_0 - \delta_1 - \delta_2 - \ldots - \delta_m$.

Es ist also die Korrektion für den Teilstrich m a, falls $\triangle_{m-1}$, die für den Teilstrich (m — 1) a ist

$$\triangle_m = \triangle_{m-1} + s - \delta_m.$$

Diese Korrektionen geben also, von den Ablesungen subtrahiert, den Stand, welchen das Thermometer mit richtigem Kaliber, 0- und Siedepunkt zeigen würde. Die Korrektion für dazwischenliegende Temperaturen erhält man am besten, wenn man auf Millimeterpapier die Temperaturen als Abscissen und die Korrektionen als Ordinaten aufträgt und die erhaltenen Punkte durch einen kontinuierlichen Kurvenzug verbindet (siehe Fig. 28, Seite 170).

Beispiel.

Thermometer von 0° bis 360°. Nr. 3.
Fadenlänge ca. 20°.

Derselbe bedeckte die Strecke:

Anfang		Ende	Ende		Anfang	Mitt.	Betrag über 20°
0,1	bis	20,7=20,6	19,8	bis	1,1=20,7	20,65	δ_1 =0,65
19,9	„	40,5=20,6	40,0	„	19,0=21,0	20,80	δ_2 =0,80
40,0	„	61,0=21,0	60,0	„	39,0=21,0	21,00	δ_3 =1,00
60,0	„	81,0=21,0	80,5	„	59,5=21,0	21,00	δ_4 =1,00
79,9	„	101.0=21,1	99,6	„	78,2=21,4	21,25	δ_5 =1,25
99,7	„	120.2=20,5	119,8	„	99,0=20,8	20,65	δ_6 =0,65
119,9	„	140,7=20,8	139,7	„	118,9=20,8	20,80	δ_7 =0,80
140.0	„	161,0=21,0	160,6	„	139,8=20,8	20,90	δ_8 =0,90
159,5	„	180,5=21,0	179,5	„	158,5=21,0	21,00	δ_9 =1,00
180,4	„	201,3=20,9	199,6	„	178,5=21,1	21,00	δ_{10}=1,00
200,0	„	221,0=21,0	219,7	„	198,9=20,8	20,90	δ_{11}=0,90
220,0	„	241,0=21,0	239,8	„	218,9=20,9	20,95	δ_{12}=0,95
239,7	„	260,6=20,9	260,1	„	239,7=20,4	20,65	δ_{13}=0,65
259,8	„	280,2=20,4	280,1	„	259,7=20,4	20,40	δ_{14}=0,40
279,7	„	300,0=20,3	301,0	„	280,3=20,7	20,50	δ_{15}=0,50
300,7	„	321,0=20,3	320,0	„	299.8=20,2	20,25	δ_{16}=0,25
320,4	„	340,8=20,4	340,2	„	320,0=20,2	20,30	δ_{17}=0,30
339,6	„	360,0=20,4	359,8	„	339,2=20,6	20,50	δ_{18}=0,50

Schmelzpunkt vor dem Sieden + 0,1°
„ nach „ „ + 0,3° $p_0 = 0,30°$.
Siedepunkt beobachtet 99,0°

Barometerstand 749,10 mm bei 21,0°
Korr. (Glasskala) 2,73
Barometerstand korrgt. 746,37 mm.

Siedetemperatur 99,50°. $p_1 = -0,50°$.

Es wird

$$s = 1/n\,(p_0 - p_1 + \delta_1 + \delta_2 + \dots \delta_n)$$
$$= 1/5\,(0,30 + 0,50 + 0,65 + 0,80 + 1,00 + 1,00 + 1,25)$$
$$= 1,10.$$

Es ist für

den Teilstrich	die Korrektion	
0	—0,30	
$m \cdot 20$	$\triangle_m = \triangle_{m-1} + s - \delta_m$.	Danach ist

für den Teilstrich	Die Korrektion	
0°	—0,30	= —0,30
20°	— 0,30 + 1,10 — 0,65	= + 0,15
40°	0,15 + 1,10 — 0,80	= 0,45
60°	0,45 + 1,10 — 1,00	= 0,55
80°	0,55 + 1,10 — 1,00	= 0,65
100°	0,65 + 1,10 — 1,25	= 0,50
120°	0,50 + 1,10 — 0,65	= 0,95
140°	0,95 + 1,10 — 0,80	= 1,25
160°	1,25 + 1,10 — 0,90	= 1,45
180°	1,45 + 1,10 — 1,00	= 1,55
200°	1,55 + 1,10 — 1,00	= 1,65
220°	1,65 + 1,10 — 0,90	= 1,85
240°	1,85 + 1,10 — 0,95	= 2,00
260°	2,00 + 1,10 — 0,65	= 2,45
280°	2,45 + 1,10 — 0,40	= 3,15
300°	3,15 + 1,10 — 0,50	= 3,75
320°	3,75 + 1,10 — 0,25	= 4,60
340°	4,60 + 1,10 — 0,30	= 5,40
360°	5,40 + 1,10 — 0,50	= 6,00

(Figur 28 siehe Seite 170).

---

§ 40. Luftfeuchtigkeit.

Wenn Wasser in einer offnen Schale steht, so verdunstet dasselbe allmählich, geht in den gasförmigen Aggregatszustand über.

Würden wir die Schale in einen völlig geschlossenen, evakuierten oder lufterfüllten Raum bringen, so würde das Verdunsten nach einiger Zeit aufhören. Für eine bestimmte Temperatur kann ein gegebener Raum nur eine bestimmte Menge Wasser in Form von Wasserdampf enthalten. Wenn er die

maximal mögliche Menge enthält, nennen wir ihn gesättigt. Je nach der Menge des in dem Raum vorhandenen Wasserdampfes wird auch der von demselben ausgeübte Druck verschieden sein, und zwar können wir in erster Annäherung (für einen gegebenen Raum) den Druck oder die Spannkraft des Wasserdampfes proportional der Dampfmenge setzen. Diese Spannkraft hängt (in komplizierter Weise) von der Temperatur ab und zwar wächst sie mit der Temperatur. Sie beträgt bei 0° 4,6 mm, bei 100° 760 mm. Bei 100° vermag die Spannkraft des Wasserdampfes den Atmosphären-Druck zu überwinden, d. h. das Wasser siedet.

Die Spannkraft des Wasserdampfes ist im lufterfüllten Raume dieselbe wie im Vakuum (Dalton'sches Gesetz), nur geht im ersteren das Verdampfen langsamer vor sich.

Auch die atmosphärische Luft enthält stets Wasserdampf. Man versteht nun unter der absoluten Luftfeuchtigkeit die in 1 m³ Luft befindliche Wassermenge, gemessen in g. Diese ist aber für den Menschen weniger wichtig. Ist die absolute Luftfeuchtigkeit an einem kalten Winter- und einem heissen Sommertage dieselbe, so ist am ersten die Luft vielleicht gesättigt, sodass eine geringe Abkühlung bereits eine Kondensation (Niederschlag) bewirkt. Die Luft erscheint uns feucht. An letzterem aber vermag die Luft noch weit mehr Wasser aufzunehmen, sie erscheint

trocken. Es kommt also für uns weniger in Betracht der absolute Feuchtigkeitsgehalt, als darauf, wie weit der vorhandene Gehalt an Wasserdampf von dem für die betreffende Temperatur maximal möglichen entfernt ist.

Ist E die Dampfmenge, welche dem Sättigungszustande entspricht, e die wirklich vorhandene, so bezeichnet man als relative Feuchtigkeit φ den Bruch $\frac{100\,e}{E}$, d. h. die Feuchtigkeit wird angegeben in % der maximal möglichen. Die relative Feuchtigkeit kann also höchstens gleich 100 sein. Wie gesagt, können wir die Dampfmengen proportional den Spannkräften setzen. Bezeichne ich diese entsprechend mit F u. f, so gilt also auch

$$\varphi = \frac{100\,f}{F}.$$

Durch eine Reihe sorgfältiger Versuche ist die zu jeder Temperatur gehörige maximale Spannkraft bestimmt. Eine Zusammenstellung der Resultate liefert die Tabelle 12.

Ausführung des Versuchs.

1. Bestimmung der absoluten Feuchtigkeit.

Ein mit Phosphorpentoxyd (das Wasser begierig absorbiert) gefülltes U-Rohr (durch Gummischlauch und Glasstopfen verschlossen) wird, an einem Draht aufgehängt, gewogen (siehe § 8). Unter Vorschaltung einer Chlorcalciumröhre wird es an eine Glasröhre angeschlossen, die dicht durch den Stopfen einer mit Wasser gefüllten (ca. 5 l fassenden) Flasche bis nahe zum Boden hindurch geht. Die Verbindung geschieht durch dickwandigen Gummischlauch, der an der Ansatzstelle mit Gummischnur umwickelt wird. Die Trockenröhren werden in Stative gespannt und sind nach Möglichkeit geschlossen zu halten. Aus einer in der Nähe des Bodens in der Flaschenwand eingesetzten und durch einen Gummischlauch verlängerten

Röhre kann das Wasser in eine untergestellte Mensur (am Besten von 1 l Inhalt) fliessen. Der Ausfluss wird durch einen Quetschhahn reguliert, resp. abgesperrt.

Nachdem man den Glasstopfen von der Trockenröhre entfernt, lässt man langsam 4 l Wasser ausfliessen, die durch die Mensur gemessen werden; der Ausfluss muss so reguliert werden, dass die Luft im Wasser nur in einzelnen Blasen emporsteigt.

Die Phosphorpentoxyd-Röhre wird dann wieder gewogen (mit denselben Gummischläuchen und Glasstopfen). Ist das Mehrgewicht x g, so enthalten also 4 l Luft x g Wasser, also befinden sich in einem $m^3 \frac{1000\,x}{4} = 250\,x$ g Wasser. Es ist also die absolute Feuchtigkeit $e = 250\,x$. Die relative Feuchtigkeit erhalte ich, wenn ich zu der (auf $^1/_{10}{}^0$) abgelesenen Zimmertemperatur die Sättigungsdampfmenge E in der Tabelle aufsuche. Es ist dann $\varphi = \frac{100 \cdot e}{E}$.

2. Bestimmung der relativen Feuchtigkeit.

a) Das Taupunkt-Hygrometer nach Daniell (Fig. 29).

Ein zweimal rechtwinklig gebogenes, auf einem Stativ befestigtes Glasrohr ist durch zwei Glaskugeln verschlossen. In dem längeren Schenkel, in die Kugel hineinragend, und am Stativ befindet sich je ein Thermometer. Die beiden Kugeln und das Rohr sind z. T. mit Äther gefüllt und dann evakuiert, sodass also der übrige Raum mit Ätherdampf gefüllt ist.

Fig. 29.

Die linke Kugel trägt einen in das Glas eingebrannten polierten Goldring.

Die maximale Dampfspannung F für die an dem am Stativ befestigten Thermometer abgelesene Temperatur ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!) entnehme ich aus der Tabelle 12.

Die durch den wirklich vorhandenen Wasserdampf ausgeübte Spannkraft bestimme ich durch Messung derjenigen Temperatur, für welche die Luft bei dem verhandenen Wassergehalt gesättigt wäre.

Die rechte Kugel wird mit Mousseline umgeben, auf diesen Äther geträufelt und dieser durch Fächeln mit einem Stückchen Pappe zum Verdunsten gebracht. Dadurch kühlt sich die rechte Kugel ab, und in ihr kondensiert der Ätherdampf. Die Folge davon ist, dass in der linken Kugel frischer Äther verdampft, die dazu nötige Wärme entzieht er der Glaskugel und dem Thermometer. Ich führe diese Abkühlung so lange aus, bis sich auf dem Goldbelag eine Wasserhaut bildet. Um dieselbe gut wahrnehmen zu können, stelle ich das Hygrometer so auf, dass der Goldring vom hellen Himmelslicht beleuchtet ist. In dem Augenblick, wo der Niederschlag sich bildet, lese ich die Temperatur t' (die Taupunkts-Temperatur) ab. Für diese ist die Luft durch den vorhandenen Wasserdampf gerade gesättigt, und ich erhalte also die Dampfspannung f, wenn ich in der Tabelle 12 für t' die maximale Spannung aufsuche. Es ergibt sich dann φ aus der Gleichung

$$\varphi = \frac{100\,f}{F}.$$

Nachdem sich der Niederschlag gebildet, höre ich mit dem Ätherverdampfen auf. Infolge der von aussen zustrahlenden Wärme erwärmt sich der Apparat, und der Flüssigkeitsniederschlag verschwindet wieder. Theoretisch sind die Temperaturen des Entstehens und Verschwindens identisch. Bei einiger Geschicklichkeit wird der Versuch so weit gelingen, dass zwischen beiden nur ein Unterschied von wenigen $^1/_{10}{}^0$ besteht.

Aus den beiden Ablesungen wird das Mittel genommen. Der Versuch wird noch einmal wiederholt.

Mit dem Daniell'schen Hygrometer bestimme ich also eigentlich den Taupunkt.

b. Das Psychrometer nach August.

Das Augustsche Psychrometer besteht aus 2 in einem Stativ montierten, $^1/_{10}{}^0$ zeigenden Thermometern ($^1/_{100}{}^0$ schätzen!) Die Kugel des einen wird mit Mousseline umwickelt und dieser mit Wasser getränkt. Zu der Verdunstung desselben wird Wärme gebraucht, die dem Thermometer entzogen wird. Damit sich nicht um dasselbe eine mit Wasserdampf gesättigte Luftschicht bildet, wird die Luft durch langsames Fächeln mit einem Stück Pappe bewegt. Der tiefste Stand des benetzten Thermometers wird abgelesen und gleichzeitig die Stellung des anderen, welches die Temperatur der Luft anzeigt. Ausserdem bestimme ich den Barometerstand (§ 3).

Die Tabelle 12 liefert die maximale Spannkraft F für die Temperatur t. Zur Bestimmung von f gehe ich von der folgenden Überlegung aus: Die Verdunstung erfolgt um so schneller und es wird also die Abkühlung t — t' um so grösser, je mehr die Spannkraft f unter der maximalen Spannkraft S für die Temperatur t' liegt. Ich werde also die Abkühlung t — t' in erster Annäherung proportional der Differenz S — f setzen können. Die Verdunstung erfolgt ferner um so schneller, je geringer der Barometerstand B ist. In erster Annäherung kann ich also weiter t — t' umgekehrt proportional B setzen. Ich kann also schreiben

$$t - t' = \frac{1}{K} \frac{S - f}{B},$$

wo 1/K ein Proportionalitätsfaktor, der empirisch bestimmt ist zu 1/0,00095 (Mittelwert). Daraus ergibt sich

$$f = S - K(t - t')B.$$

t, t' und B sind beobachtet, S ergibt sich als zur Temperatur t' gehörige maximale Spannkraft aus der Tabelle 12.

Beispiel.

1) Absolute Bestimmung.

(siehe § 8) { Masse der Trockenröhre vor dem Vers. $78{,}5641_6$ g
„ „ „ nach „ „ $78{,}5894_7$ „

Masse des Wasserdampfes in 4 Litern x = $0{,}0253_1$ g.

Zimmertemperatur 19,0°.

Absolute Feuchtigkeit $e = 250 \cdot x = 6{,}33$ g/m³.
Sättigungsdampfmenge für $19{,}0^0$ $E = 16{,}2$ g (aus Tab. 12).

Relative Feuchtigkeit $\varphi = \frac{100\,e}{E} = \frac{100 \cdot 6{,}33}{16{,}3} = 38{,}8\,\%$.

2) Hygrometer nach Daniell.

	Entstehen	Verschwinden	Lufttemp. t.
	des Niederschlags.		
1. Versuch	$5{,}5^0$	$5{,}7^0$	$19{,}4^0$
2. „	$5{,}5^0$	$5{,}6^0$	$19{,}6^0$
Mittel	$5{,}5^0$	$5{,}6_5{}^0$	

Gesamt-Mittel $t' = 5{,}6^0$, $t = 19{,}5^0$.
Maxim. Dampfspannung $f = 6{,}71$, $F = 16{,}89$ (aus Tab. 12).

$$\varphi = \frac{100\,f}{F} = \frac{100 \cdot 6{,}71}{16{,}89} = 39{,}7\,\%.$$

3) Psychrometer nach August.

Benetztes Thermometer: $t' = 13{,}97^0$
$S = 11{,}92$
Trocknes Thermometer: $t = 20{,}19^0$
$F = 17{,}62$ (aus Tabelle 12).

Barometerstand 756,18 mm bei $20{,}9^0$
Korr. (Messingskala) 2,57 „
Barom. korr. $B = 753{,}61$ mm

$$f = S - K\,(t - t')\,B$$
$$= 11{,}92 - 0{,}00095\,(20{,}19 - 13{,}97)\,753{,}61$$
$$= 7{,}47.$$

$$\varphi = \frac{100\,f}{F} = \frac{100 \cdot 7{,}47}{17{,}62} = 42{,}4\,\%.$$

(Infolge der Anwesenheit vieler Menschen in einem Zimmer wird allmählich der Feuchtigkeitsgehalt grösser).

---

§ 41. Molekulargewicht.

Unter dem Atomgewicht eines Elements versteht man die kleinste Zahl, welche angibt, wie viel Gramm desselben sich mit 16 g Sauerstoff verbinden. Es können sich 16 g Sauerstoff auch mit einer Menge des be-

treffenden Körpers verbinden, die ein ganzes Vielfaches seines Atomgewichts ist (Gesetz der multiplen Proportionen). Man hat also das Atomgewicht des Sauerstoffs willkürlich = 16 gesetzt. (Danach würde dem Wasserstoffe das Atomgewicht 1,008 zukommen; früher setzte man das Atomgewieht des Wasserstoffs = 1,000).

Unter dem Molekulargewicht versteht man die Summe über die Produkte aus dem Atomgewicht und der Häufigkeit des Vorkommens aller in der betreffenden Verbindung enthaltenen Elemente. —

Unter sonst gleichen Umständen ist der Gefrier- und Siedepunkt eines Körpers konstant. Löse ich aber in demselben irgend einen anderen Körper auf, so tritt eine Gefrierpunktserniedrigung, resp. Siedepunktserhöhung ein, die umgekehrt proportional dem Molekulargewicht des gelösten Körpers und proportional der Konzentration ist. Dabei versteht man unter der Konzentration die in 1000 g des Lösungsmittels gelöste Anzahl g des Körpers.

Bezeichne ich

die Gefrierpunktserniedrigung (resp. Siedepunktserhöhung) mit . . . . τ,
die Konzentration mit . . . . p,
das Molekulargewicht des gelösten Körpers mit . M,
so gilt also

$$\tau = G\,p/M.$$

G ist eine Konstante, die vom Lösungsmittel abhängt und für die beiden Temperaturänderungen verschiedene Werte hat. Sie lässt sich theoretisch berechnen oder wird (besser) empirisch bestimmt. Einige Werte sind in Tab. 8 angegeben.

Setze ich $p = M$, so ist $\tau = G$; der Proportionalitätsfaktor G hat also die Bedeutung, dass er gleich der molekularen Gefrierpunktserniedrigung (resp. Siedepunktserhöhung) ist, d. h. gleich der Gefrierpunktserniedrigung, welche eintritt, wenn die dem Molekulargewicht entsprechende Anzahl Gramm (1 Gramm-

Molekül) des Körpers in 1000 g des Lösungsmittels gelöst wird.

Ist C die Masse des Lösungsmittels, m die des gelösten Körpers, so sind in 1 g $\frac{m}{C}$ g, also in 1000 g $\frac{1000\,m}{C}$ g des Körpers gelöst. Es ist also die Konzentration $p = \frac{1000\,m}{C}$.

a) Methode der Gefrierpunktserniedrigung.

Das Lösungsmittel befindet sich in dem Glasgefäss a (Fig. 30). Durch einen doppelt durchbohrten Kork ragt in dasselbe ein $^1/_{10}{}^0$ zeigendes Thermometer ($^1/_{100}{}^0$ schätzen!) und der Rührer. Es wird von einem weiteren Gefäss b, das als Luftmantel dient, umgeben. Das Ganze wird in ein Glasgefäss gesetzt, in dem sich die Kältemischung (Eis; falls der Gefrierpunkt des Lösungsmittels unter ca. + 1° liegt, eine Mischung von Eis und Viehsalz) befindet. Auch in diesem befindet sich ein Rührer. Der Luftmantel hat den Zweck, eine weitere Abkühlung des gefrorenen Lösungmittels nach Möglichkeit zu vermeiden.

Es wird zunächst das Glasgefäss a leer (mit 2 Korken verschlossen), dann ca. $^1/_3$ mit dem Lösungsmittel gefüllt, gewogen; es genügt Wägung bis auf $^1/_{100}$ g. Die Differenz der Wägungen gibt die Masse des Lösungsmittels C.

Inzwischen ist auf einer genauen Wage die Masse eines Wägegläschens festgestellt (siehe § 8), (nur auf einer Seite wiegen, da es sich nur um die kleine Differenz zweier Wägungen handelt). In demselben wird der zu lösende Körper gewogen. Damit beim Transport desselben nichts verloren geht, muss man ihn in feste Stückchen bringen. Das geschieht entweder durch eine Pastillenpresse oder auf folgende

Weise: In einem Reagenzglase wird ein wenig des Körpers geschmolzen, eine Glasröhre von ca. 5 mm Durchmesser hineingesteckt und, indem ich dieselbe oben mit dem Finger verschliesse, ein Teil des geschmolzenen Körpers herausgehoben. In der Glasröhre lässt man diesen erstarren und stösst ihn dann durch ein engeres Glasrohr aus derselben heraus. Von dem erhaltenen Zylinder bricht man 2 ca. 1 cm lange Stückchen ab und stellt die Masse jedes derselben durch Wägung in dem Wägegläschen fest (m_1 und m_2).

Das Gefäss mit dem reinen Lösungsmittel wird zunächst in der Kältelösung bis nahe zum Erstarren vorgekühlt (ständig rühren!) und dann in den Luftmantel gesetzt. Unter langsamen Rühren in beiden Gefässen wartet man, bis das Lösungsmittel erstarrt. Das Thermometer sinkt allmählich und bleibt beim Erstarren konstant stehen. Häufig tritt eine Unterkühlung ein; im Augenblick des Erstarrens steigt dann das Thermometer und bleibt einige Zeit konstant stehen. Dieser konstante Stand liefert den Gefrierpunkt.

Das Lösungsmittel wird dann durch Erwärmen mit der Hand wieder aufgetaut, durch das seitliche Ansatzrohr das erste Stückchen des Körpers (immer mit der Pinzette anfassen!) hineingetan und jetzt ebenso wie vorher der Gefrierpunkt bestimmt.

Nachdem wird das zweite Stück hineingetan und ebenso verfahren.

Die Konzentration ist im 1. Fall $p_1 = \frac{1000\, m_1}{C}$, im 2. $p_2 = \frac{1000\,(m_1 + m_2)}{C}$. Das Molekulargewicht ergibt sich also aus den Gleichungen

$$M = \frac{G\, p_1}{\tau_1} = \frac{1000\, G\, m_1}{C\, \tau_1} \quad \text{und}$$

$$M = \frac{G\, p_2}{\tau_2} = \frac{1000\, G\,(m_1 + m_2)}{C\, \tau_2}.$$

Aus den beiden so bestimmten Werten für M wird das Mittel genommen. Es ist übrigens p/M die in 1000 g gelöste Anzahl von Gramm-Molekülen.

Beispiel.

Es ist das Molekulargewicht des Naphtalins ($C_{10}H_8$) zu bestimmen.

Lösungsmittel: Benzol. Molekulare Gefrierpunktserniedrigung $\tau = 5{,}1^0$ (aus Tabelle 8).

Masse des Gefässes	43,92 g
„ „ „ + Benzol	63,17 „
Masse des Benzols	C = 19,25 g.

Masse des Wägegläschens (siehe § 8)	9,0075 g
„ „ „ + Naphtalin I	9,4180 „
Masse des Naphtalins I	m_1 = 0,4105 g
„ „ Wägegläschens + Napht. II	9,3962 „
Masse des Naphtalin II	m_2 = 0,3887 g
	$m_1 + m_2$ = 0,7992 g

	Gefrierpunkt	Erniedrigung
Reines Benzol	4,95⁰	
„ „ $+ m_1$	4,10⁰	$\tau_1 = 0{,}85^0$
„ „ $+ m_1 + m_2$	3,30⁰	$\tau_2 = 1{,}65^0$

$$\text{Molekulargewicht } M = \frac{1000\,G\,m}{C\,\tau}.$$

$$\text{1. Versuch: } M = \frac{1000 \cdot 5{,}1 \cdot 0{,}4105}{19{,}25 \cdot 0{,}85} = 127{,}95$$

$$\text{2. Versuch: } M = \frac{1000 \cdot 5{,}1 \cdot 0{,}7992}{19{,}25 \cdot 1{,}65} = 128{,}03$$

Mittel M = 127,99.

Aus der Formel $C_{10}H_8$ würde folgen

$$10 \cdot 12 + 8 \cdot 1 = 128.$$

b) Methode der Siedepunktserhöhung.

Das Lösungsmittel befindet sich in einem ähnlichen Gefäss (Fig. 31) wie bei der vorigen Methode; nur ist in dem Boden desselben ein Platindraht ein-

geschmolzen, um den Siedeverzug, der leicht unangenehm werden kann, zu verhindern. Zu demselben Zweck tut man in das Gefäss einige Granaten, die leicht Luft abgeben. Das Siedegefäss wird in ein es umgebendes Hohlgefäss gesetzt, welches gleichfalls mit dem Lösungsmittel und zur Aufhebung des Siedeverzuges mit einigen Glasperlen beschickt wird. In diesem Gefäss, das gleichfalls einen seitlichen Ansatz trägt, braucht das Lösungsmittel nicht völlig rein zu sein. Es dient als Dampfmantel, um eine Abkühlung des Dampfes im Siedegefäss zu vermeiden, weiterhin auch dazu, um eine Überhitzung der Flüssigkeit in letzterem nach Möglichkeit auszuschliessen.

Das Ganze wird auf einen unten offenen Kasten aus Asbest gesezt und durch 2 Stative gehalten. In zwei Ecken desselben befindet sich je ein kleiner Schornstein. Die Heizflammen (zwei niedrig brennende Bunsenflammen) werden in die beiden anderen Ecken gesetzt.

Auf die seitlichen Ansätze der beiden Gefässe werden Liebigsche Kühler oder Glasspiralen gesetzt, die als Rückflusskühler dienen. Die Flammen sind so zu regulieren, dass die Flüssigkeit, namentlich im inneren Gefäss, nur gerade siedet, also aus den Kühlern nur in einzelnen Tropfen zurücktropft, da sonst die Konzentration geändert werden würde.

Als Thermometer dient ein solches nach Beckmann. Dieses umfasst im Ganzen nur ein Intervall von 5—6 Grad, weist aber eine Teilung in $^1/_{100}{}^0$ auf ($^1/_{1000}{}^0$ schätzen!). Um nun auf eine beliebige Temperatur innerhalb des Intervalls einstellen zu können, ist die

Thermometer-Kapillare oben umgebogen und erweitert. In diese Erweiterung, die mit einer Hilfsteilung versehen ist, lässt sich Quecksilber hinein transportieren oder aus derselben entfernen. Um das Thermometer auf die gewünschte Temperatur einstellen zu können, wird es vorsichtig erwärmt, bis das Quecksilber bis in die Erweiterung steigt, umgekehrt, und durch leises Klopfen das Quecksilber mit dem in der Erweiterung befindlichen in Kontakt gebracht. Liegt die gewünschte Einstellung über der jetzt an der Hilfsteilung abgelesenen Temperatur, so lässt man das Thermometer in seiner Stellung und treibt durch vorsichtiges Erwärmen solange Quecksilber in die Erweiterung, bis das Quecksilber an der Hilfsteilung die gewünschte Temperatur anzeigt. Dann kehrt man das Thermometer schnell um, trennt durch leichtes Klopfen wieder das Quecksilber an der Ansatzstelle der Erweiterung, so dass ein Teil in die Erweiterung zurückfällt, der andere in die Thermometerkugel zurückfliesst.

Im entgegengesetzten Fall (liegt die gewünschte Temperatur unter der an der Hilfsteilung abgelesenen) dreht man das Thermometer nach der Vereinigung der beiden Quecksilberportionen wieder etwas herum. Durch die eintretende Abkühlung fliesst das Quecksilber in die Kugel zurück und nimmt infolge der Kapillarität Quecksilber aus der Erweiterung mit fort. Fällt die an der Hilfsteilung abgelesene Temperatur mit der gewünschten zusammen, so wird wieder durch leichtes Klopfen ein Teil des Quecksilbers in die Erweiterung zurückgeworfen.

Der Versuch beginnt mit den Wägungen, wie bei der Gefrierpunkts-Erniedrigung angegeben. Man bestimmt zunächst den Siedepunkt des reinen Lösungsmittels, lässt dann abkühlen, bis die Flüssigkeit im inneren Gefäss nicht mehr siedet, wirft durch das seitliche Ansatzrohr, nachdem der Kühler abgenommen ist, das erste der gewogenen Körperstückchen hinein (immer mit Pinzette anfassen!), und bestimmt jetzt wieder den Siedepunkt. Genau so verfährt man mit

dem 2. Stück. Das Thermometer muss stets in die Flüssigkeit eintauchen; wenn es sich nur im Dampf befindet, zeigt es stets den Siedepunkt des reinen Lösungsmittels an. Man wartet mit den Ablesungen, bis das Thermometer einen konstanten Stand zeigt; höchstens darf es um einige $^1/_{1000}{}^0$ schwanken; man nimmt dann die mittlere Stellung.

Die Berechnung erfolgt genau wie bei der Gefrierpunktserniedrigung.

Beispiel.

Zu bestimmen des Molekulargewicht des Naphtalins ($C_{10}H_8$).

Lösungsmittel: Benzol. Molek. Siedepunktserhöhung $G = 2{,}7^0$ (aus Tab. 8).

Masse des Siedegefässes	40,01 g
„ „ „ + Benzol	58,42 „
Masse des Benzols C =	18,41 g.

Masse des Wägegläschens (§ 8)	9,0060 g
„ „ „ + Naphtalin I	9,2124 „
Masse des Naphtalin I	$m_1 = 0{,}2064$ g
Masse des Wägegläschen + Napht. II	9,1812 „
Masse des Naphtalin II	$m_2 = 0{,}1752$ g
	$m_1 + m_2 = 0{,}3816$ g.

	Siedepunkt.	Erhöhung.
Reines Benzol	4,730°	
„ „ $+ m_1$	4,966°	$\tau_1 = 0{,}236^0$.
„ „ $+ m_1 + m_2$	5,168°	$\tau_2 = 0{,}438^0$.

$$\text{Molekulargewicht } M = \frac{1000\,G\,m}{C\,\tau}.$$

1. Versuch $M = \dfrac{1000 \cdot 2{,}7 \cdot 0{,}2064}{18{,}41 \cdot 0{,}236} = 128{,}27$

2. Versuch $M = \dfrac{1000 \cdot 2{,}7 \cdot 0{,}3816}{18{,}41 \cdot 0{,}438} = 127{,}78$

Mittel $M = 128{,}03$.

Aus der Formel $C_{10}H_8$ würde folgen

$$10 \cdot 12 + 8 \cdot 1 = 128.$$

§ 42. Dampfdichte.

Über Dichte siehe § 9.

Dampf bei einer Temperatur, die verhältnismässig hoch über seiner Kondensationstemperatur liegt, verhält sich wie ein Gas, folgt also dem Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetz. Man versteht deshalb unter Dampfdichte dasselbe wie unter Gasdichte, das heisst, die Masse des Dampfes, bezogen auf die des gleichen Volumens Luft bei demselben Druck und derselben Temperatur als Einheit (siehe § 15).

Die Chemiker bezogen früher die Dampfdichte auf Wasserstoff als Einheit. Nun ist die Dichte des Wasserstoffs (bezogen auf Luft als Einheit) 0,06964. Ich erhalte also die auf Wasserstoff bezogene Dichte eines Gases, wenn ich die auf Luft bezogene durch 0,06964 dividiere.

Neuerdings pflegt man die Dampfdichte auf Sauerstoff zu beziehen, indem man seine Dichte $=16{,}000$ setzt. (Es würde dann die des Wasserstoffs nicht 1,000, sondern 1,008 sein.) Ich erhalte folglich die Dampfdichte bezogen auf Sauerstoff $=16$, wenn ich die auf Luft bezogene mit $\frac{1{,}008}{0{,}06964}=14{,}474$ multipliziere.

Nach der Avogadroschen Regel enthalten gleiche Volumina von Gasen unter gleichen Umständen (d. h. gleichem Druck und gleicher Temperatur) dieselbe Anzahl von Molekülen; es verhalten sich folglich die Dampfdichten wie die Molekulargewichte. Nun ist das Molekulargewicht des Sauerstoffs (nach den neueren Festsetzungen) gleich 32,000 $(=2\cdot 16)$, ich erhalte folglich das Molekulargewicht eines Körpers, wenn ich seine auf Luft bezogene Dampfdichte mit $2.14{,}474=28{,}95$ multipliziere.

Zur Bestimmung der Dampfdichte stehen uns prinzipiell zwei Wege offen, indem ich entweder ein bekanntes Dampfvolumen wiege (Dumas) oder das Volumen einer bekannten Dampfmasse feststelle (Gay-Lussac, V. Meyer).

1. Methode nach Dumas.

Der Hals eines sorgfältig gereinigten und getrockneten Glasballons wird zu einer zwei Mal rechtwinklig gebogenen feinen Röhre ausgezogen. Die Masse des Ballons wird auf der Wage bestimmt (§ 8; nur auf einer Seite wiegen, da es nur auf das Verhältnis zweier Wägungen ankommt). Inzwischen wird in einem Kochtopf Wasser zum Sieden gebracht. Die Flüssigkeit, deren Dampfdichte bestimmt werden soll, wird in ein kleines Becherglas getan. Der Ballon wird an einem geeigneten Halter so in das Wasser gebracht, dass die ausgezogene Röhre in die Flüssigkeit taucht. Durch die Erwärmung tritt die Luft aus dem Ballon aus nud steigt in Blasen empor. Wenn keine Blasen mehr aufsteigen, wird der Ballon herausgenommen, jedoch immer so gehalten, dass die Röhre in die Flüssigkeit taucht. Infolge der Abkühlung an der Luft wird die Flüssigkeit in den Ballon eingesaugt (einige cm^3 einsaugen lassen). Der Ballon wird dann in das siedende Wasser zurückgebracht, sodass die Flüssigkeit verdampft wird; der Dampf kondensiert in der in dem Becherglase vorhandenen Flüssigkeit, in welche die Röhre wieder eintauchen muss. Wenn keine Dampfblasen mehr aufsteigen (darauf achten, dass der Ballon in dem Kochtopf völlig mit Wasser bedeckt ist!), wird die ausgezogene Röhre mit einem Bunsenbrenner erwärmt und abgeschmolzen, sodass der Ballon verschlossen wird. In diesem Augenblick wird der Barometerstand abgelesen (§ 3), mit Hilfe dessen ich aus Tab. 11 zugleich die Siedetemperatur des Wassers erhalte. [Für höher siedende Flüssigkeiten sind andere Bäder zu nehmen, deren Temperatur durch ein $^1/_{10}{}^0$ zeigendes Thermometer ($^1/_{100}{}^0$ schätzen) gemessen wird].

Man nimmt den Ballon aus dem Bade heraus und kehrt ihn um, sodass sich der Dampf in der abgeschmolzenen Röhre kondensiert. Falls der Ballon nicht ordentlich zugeschmolzen ist, steigen Luftblasen empor; es ist dann der Versuch von neuem zu beginnen.

Der Ballon mit dem abgeschmolzenen Glasrohr wird wieder gewogen; ausserdem wird der Barometerstand bestimmt und die Temperatur im Wagekasten an einem in diesen hineingestellten $^1/_1{}^0$ zeigenden Thermometer ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!). Aus diesen Beobachtungen ergibt sich mit Hilfe der Tab. 4 die Dichte der Luft, welche diese bei der Wägung hat, und von welcher der Auftrieb, den der Ballon erleidet, abhängt.

Inzwischen wird das Wasser in dem Bade (im ganzen mindestens 15 Minuten) weiter im Sieden erhalten, um aus demselben die Luft zu entfernen. Ein Teil des Wassers (etwa das Doppelte des zur Füllung des Ballons notwendigen) wird in ein Gefäss getan und dieses in einen grösseren Behälter mit kaltem Wasser gestellt. Nachdem das Wasser bis auf mindestens 30° abgekühlt ist, wird der Ballon mit dem zugeschmolzenen Rohr nach unten hineingehalten und dieses mit einer Tiegelzange abgebrochen, sodass sich der Ballon unter dem Überdruck der äusseren Luft völlig mit Wasser füllt. Die Temperatur des Wassers wird an einem $^1/_1{}^0$ zeigenden Thermometer abgelesen ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!).

Der Ballon, zusammen mit dem abgeschmolzenen und dem soeben abgebrochenem Stück, wird dann auf einer gröberen Wage wieder gewogen, um sein Volumen zu bestimmen. Nach der Wägung ist das Wasser zu entfernen.

Ich bezeichne

die Masse des Ballons, mit Luft gefüllt, mit . . . p,
„ „ „ „ „ Dampf „ „ . . . P_2,
„ „ „ „ „ Wasser „ „ . . . P_1,
die Temperatur bei der Wägung des mit Dampf gefüllten Ballons mit . . . . t,
die Temperatur beim Zuschmelzen des Ballons (d. h. die Temperatur des Dampfes) mit . . . T,
den auf 0° korrigierten Barometerstand bei der Wägung des mit Dampf gef. Ballons mit . . b,

den auf 0^0 korrigierten Barometerstand beim Zuschmelzen mit . . . . b',
die Dichte der Luft beim Baromesterstand b und der Temp. t mit . . . . λ,
(zu entnehmen aus Tabelle 4)
die Dichte des Dampfes, bezogen auf Wasser als Einheit, mit . . . . d,
die Temperatur des Wassers mit . . . . τ,
die Dichte des Wassers mit . . . . q_τ,
(zu entnehmen aus Tabelle 3)
den linearen Ausdehnungskoeff. d. Glases mit . . β,
(zu entnehmen aus Tabelle 7).

Es ist dann (siehe § 11)

$$d = \lambda + \frac{P_2 - p}{P_1 - p}(q_\tau - \lambda)[1 - 3\beta(T - t)].$$

Wollen wir aus der auf Wasser als Einheit bezogenen Dichte des Dampfes d die Dampfdichte δ, auf Luft als Einheit bezogen, erhalten, so muss ich mit der Dichte der Luft λ' (bezogen auf Wasser als Einheit) beim Barometerstand b' und der Temperatur T dividieren. — Ist λ_0 die Dichte der Luft bei 760 mm Barometerstand und 0^0, so gilt (§ 15)

$$\lambda' = \frac{\lambda_0 b'}{760(1 + \alpha T)} \quad \text{und}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0 b}{760(1 + \alpha t)}, \quad \text{also}$$

$$\lambda' = \frac{\lambda b'(1 + \alpha t)}{b(1 + \alpha T)}. \quad \text{Folglich ist}$$

$$\delta = \frac{d}{\lambda'} = \frac{b(1 + \alpha T)}{b'(1 + \alpha t)} + \frac{P_2 - p}{P_1 - p} \, \frac{q_\tau - \lambda}{\lambda} \, \frac{b(1 + \alpha T)}{b'(1 + \alpha t)}. \; [1 - 3\beta(T - t)]$$

oder unter Vernachlässigung des kleinen Produktes

$$\frac{b(1 + \alpha T)}{b'(1 + \alpha t)} 3\beta(T - t)$$

$$\delta = \left[\frac{P_2 - p}{P_1 - p} \frac{q_\tau - \lambda}{\lambda} + 1 \right] [1 - 3\beta(T - t)] \frac{b(1 + \alpha T)}{b'(1 + \alpha t)}.$$

Dabei ist der Ausdehnungskoeffizient der Gase $\alpha = 0{,}00367$.

Das Molekulargewicht ergibt sich durch Multiplikation mit 28,95.

Beispiel.

Es ist die Dampfdichte des Alkohols (C_2H_5OH) zu bestimmen.

Masse des Ballons mit Luft gefüllt $p = 92{,}9564$ g (siehe § 8).
„ „ „ „ Dampf „ $P_2 = 93{,}0683$ „
„ „ „ „ Wasser „ $P_1 = 394{,}08$ „

Bei der Wägung des mit Dampf gefüllten Ballons war der

Barometerstand	760,40 mm bei 23,0°	Temperatur
Korr. (Messingskala)	2,84 „	$t = 22{,}1^0$.
Barometerst. korr. b =	757,56 mm	

Dichte der Luft $\lambda = 0{,}001189$ (aus Tab. 4).

Beim Zuschmelzen des Ballons war der

Barometerstand	760,38 mm bei 23,0°	Siedetemp.
Korr. (Messingskala)	2,84 „	$T = 99{,}91^0$.
Barometerstand korr.	757,54 mm	

Temperatur des Wassers $\tau = 24{,}1^0$

Dichte $q_\tau = 0{,}99730$ (aus Tabelle 3).

Ausdehnungkoeffizient des Glases: $\beta = 0{,}0_58$ (aus Tab. 7).

$$\delta = \left[\frac{P_2 - p}{P_1 - p} \frac{q_\tau - \lambda}{\lambda} + 1 \right] [1 - 3\beta(T - t)] \frac{b(1 + \alpha T)}{b'(1 + \alpha t)}$$

$$= \left[\frac{93{,}0683 - 92{,}9564}{394{,}08 - 92{,}96} \cdot \frac{0{,}99730 - 0{,}00119}{0{,}001189} + 1 \right] \cdot [1 - 3 \cdot 0{,}0_58\,(99{,}9 - 22{,}1)] \cdot \frac{757{,}56\,(1 + 0{,}00367 \cdot 99{,}91)}{757{,}54\,(1 + 0{,}00367 \cdot 22{,}1)}$$

$= 1{,}6546.$

Molekulargewicht $M = 1,6546 \cdot 28,95 = 47,90$.

Aus der Formel C_2H_6O würde folgen

$$2 \cdot 12 + 6 \cdot 1 + 1 \cdot 6 = 46.$$

b) Methode nach Gay-Lussac.

Ein kleines (Hoffmann'sches) Fläschchen wird zunächst leer gewogen. (§ 8, nur auf einer Seite wiegen!) Mit Hilfe einer kleinen Pipette wird es völlig mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und wieder gewogen (darauf achten, dass sich keine Luftblasen in derselben befinden).

Inzwischen hat man sich ein Barometerrohr hergestellt; eine an einem Ende zugeschmolzene, etwa 80 cm lange Röhre wird nach einander mit Salpetersäure, Wasser, Alkohol und Äther ausgespült. An ein bis an das Ende der Röhre reichendes Glasrohr wird eine Trockenröhre (Chlorcalcium) und ein Handgebläse angeschlossen und einige Minuten zur Entfernung der Ätherdämpfe trockene Luft eingeblasen, während gleichzeitig die Röhre vorsichtig erwärmt wird, [am besten in einer Cavendishröhre (§ 35)]. Durch einen Trichter mit feiner Öffnung wird die Röhre dann bis auf ein kleines Stück mit Quecksilber gefüllt. Um die am Glase anhaftenden Luftblasen zu entfernen, wird die Röhre unten mit dem Finger verschlossen, man lässt die darin befindliche grössere Luftblase aufsteigen und von dieser alle kleinen aufnehmen; so verfährt man so lange, bis alle Luftblasen entfernt sind. Erst dann füllt man die Röhre völlig mit Quecksilber (Meniskus), verschliesst mit dem Finger, setzt sie in eine kleine mit Quecksilber gefüllte Wanne und entfernt den Finger unterhalb des Quecksilbers. Es stellt sich dann die Quecksilbersäule in Barometerhöhe ein. Über die Röhre, auf die man vorher unten einen Kork gesetzt hat, wird der Dampfmantel geschoben und dieser durch ein Stativ gefasst (Figur 32).

Fig 32

Man lässt das Fläschchen mit der Flüssigkeit in der Röhre aufsteigen. Damit durch die im Torricellischen Vakuum plötzlich eintretende Verdampfung nicht die Röhre zertrümmert wird, neigt man sie soweit, dass das Quecksilber oben anliegt.

In den Dampfmantel leitet man dann oben den Dampf siedenden Wassers, den man in einem kleinen Dampfkessel entwickelt. Unten wird derselbe zur Kondensation in eine in einem Gefäss mit kaltem Wasser befindliche Kühlschlange geleitet.

Durch die Erwärmung dehnt sich der Dampf aus, die Quecksilbersäule sinkt. Die Höhe derselben wird an einem senkrecht daneben gestellten mm-Massstab (dessen 0-Punkt mit dem Quecksilberniveau in der Wanne zusammen fällt) abgelesen, indem man einen Theodoliten (§ 45) auf das Quecksilberniveau einstellt und ihn dann um seine vertikale Axe so dreht, dass man den Massstab sieht ($^1/_{10}$ mm schätzen!). Das von dem Dampf eingenommene Volumen wird, falls die Röhre eine Teilung in cm^3 besitzt, an dieser direkt abgelesen ($^1/_{10}$ der Teilung schätzen!). Andernfalls misst man auch die Länge der Röhre vom zugeschmolzenen Ende bis zum Quecksilberniveau, markiert dasselbe nach dem Herausnehmen aus dem Dampfmantel, wiegt die Röhre leer (mit einem Kork verschlossen), dann bis zur Marke mit Wasser gefüllt. Die Differenz der Wägungen gibt unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Dichte des Wassers von der Temperatur ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!) das Volumen.

Die Siedetemperatur des Wassers erhalte ich aus dem Barometerstand (§ 3) mit Hilfe der Tabelle 11.

Ich bezeichne

die Masse der verdampften Flüssigkeit mit . . . m
das Volumen des Dampfes bei 18^0 mit . . . . . v,
die Temperatur des Dampfes (Siedetemperatur des Wassers) mit . . . . T
den auf 0^0 korrigierten Barometerstand mit . . . b,

die auf 0^0 korrigierte Höhe d. Quecksilbersäule mit h, die Dampfspannung des Quecksilbers bei T^0 mit . e, (zu entnehmen aus Tab. 13; über Dampfspannung s. § 39).

Ist das bei der Temperatur T abgelesene Volumen v', , so ist (§ 39)

$$v = v' [1 - 3\beta (T - 18)]$$

(wo β der aus der Tab. 7 zu entnehmende lineare Ausdehnungskoeftizient des Glases ist), weil die Teilung in cm^3 in der Regel bei einer Temperatur von 18^0 erfolgt.

Ist ferner h' die bei der Temperatur T abgelesene Höhe der Quecksilbersäule, so ist (§ 3)

$$h = h' [1 - (\gamma - \beta) T],$$

wo γ der aus Tab. 8 zu entnehmende Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers ist und β die obige Bedeutung hat. —

Es ist die Dichte des Dampfes, bezogen auf Wasser als Einheit, gleich $\frac{m}{v}$. Um die auf Luft als Einheit bezogene Dampfdichte zu erhalten, muss ich noch durch die Dichte der Luft, bezogen auf Wasser als Einheit, gemessen bei dem Druck und der Temperatur des Dampfes, dividieren. Der Atmosphärendruck b hält nun beim Versuch das Gleichgewicht dem Drucke des Dampfes, der Dampfspannung des Quecksilbers e und der Quecksilbersäule h; es ist also der Druck des Dampfes gleich b — h — e. Bezeichne ich nun die Dichte der Luft beim Normaldruck und Normaltemperatur (760 mm, 0^0) mit λ, so ist die Dichte beim Druck b — h — e, gemessen in mm, und der Temperatur T^0 (§ 15)

$$\lambda' = \frac{\lambda}{1 + \alpha T} \quad \frac{b - h - e}{760}$$

und folglich die Dampfdichte

$$d = \frac{m}{v} \quad \frac{1 + \alpha T}{\lambda} \quad \frac{760}{b - h - e}.$$

Es ist $\lambda = 0{,}001293$ und der Ausdehnungskoeffizient der Luft $\alpha = 0{,}00367$.

Beispiel.

Es soll die Dampfdichte des Alkohols (C_2H_5OH) bestimmt werden.

Masse des Fläschchens (§ 8)		0,4035 g.
„ „ „	+ Alkohol	0,4490 „
Masse des Alkohols	m =	0,0455 g.

Volumen des Dampfes: $v' = 38{,}08$ cm³,
Höhe der Quecksilbersäule: $h' = 160{,}0$ mm.

Barometerstand	763,24 mm	bei 22,0°
Korr. (Messingskala)	2,73 „	
Barometerst. (korr.) b =	760,51 mm	

Siedetemperatur $T = 100{,}02°$.

Ausdehnungskoeff. des Glases $\beta = 0{,}0_58$ aus Tab. 7
„ „ Quecks. $\gamma = 0{,}000181$ „ „ 8

Dampfvolumen bei 18°

$$v = v'[1 - 3\beta(T - 18)]$$
$$= 38{,}08[1 - 3 \cdot 0{,}0_58(100{,}02 - 18)]$$
$$= 38{,}00_5 \text{ cm}^3.$$

Höhe der Quecksilbersäule bei 0°

$$h = h'[1 - (\gamma - \beta)T]$$
$$= 160{,}0[1 - (0{,}0_3181 - 0{,}0_58) \cdot 100{,}02]$$
$$= 157{,}23 \text{ mm}.$$

Dampfspannung des Quecksilbers bei 100,02°: $e = 0{,}28$ mm (aus Tabelle 13).

Dampfdichte

$$d = \frac{m}{v} \frac{1 + \alpha T}{\lambda} \frac{760}{b - h - e}$$
$$= \frac{0{,}0455}{38{,}005} \frac{1 + 0{,}00367 \cdot 100{,}02}{0{,}001293} \cdot \frac{760}{760{,}51 - 157{,}23 - 0{,}28}$$
$$= 1{,}5954.$$

Molekulargewicht

$$M = d \cdot 28{,}95 = 1{,}5954 \cdot 28{,}95$$
$$= 46{,}19.$$

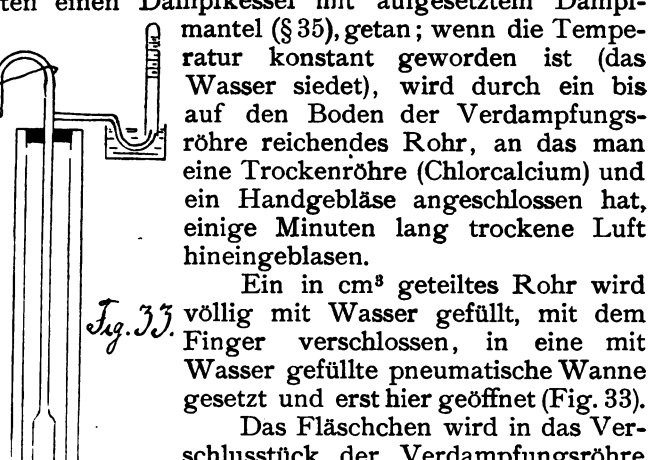
Aus der Formel C_2H_6O würde folgen

$$2 \cdot 12 + 6 \cdot 1 + 1 \cdot 16 = 46.$$

c) Methode nach Victor Meyer.

Ein Hoffmannsches Fläschchen wird leer gewogen (§ 8), mit einer kleinen Pipette völlig mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt (darauf achten, dass keine Luftblasen auftreten!) und wieder gewogen.

Inzwischen wird die Verdampfungsröhre, in die man ein wenig Glaswolle getan hat, in den Ofen, am besten einen Dampfkessel mit aufgesetztem Dampfmantel (§ 35), getan; wenn die Temperatur konstant geworden ist (das Wasser siedet), wird durch ein bis auf den Boden der Verdampfungsröhre reichendes Rohr, an das man eine Trockenröhre (Chlorcalcium) und ein Handgebläse angeschlossen hat, einige Minuten lang trockene Luft hineingeblasen.


Fig. 33.

Ein in cm³ geteiltes Rohr wird völlig mit Wasser gefüllt, mit dem Finger verschlossen, in eine mit Wasser gefüllte pneumatische Wanne gesetzt und erst hier geöffnet (Fig. 33).

Das Fläschchen wird in das Verschlusstück der Verdampfungsröhre gebracht, das an diese mit Gummischlauch angesetzt und durch einen Draht in geneigter Lage gehalten wird.

Wenn keine Luftblasen mehr aus dem unter Wasser befindlichen gebogenen Teil der Verdampfungsröhre aufsteigen, wird das graduierte Rohr über die Öffnung desselben gebracht, das Verschlussstück senk-

recht gestellt, sodass das Fläschchen herabfällt. Die Glaswolle verhindert ein Durchschlagen der Verdampfungsröhre. Durch den entstehenden Dampf wird ein seinem Volumen entsprechendes Luftvolumen verdrängt und steigt in der Auffangröhre empor. Es dauert in der Regel einige sec, ehe die Luftblasen aufsteigen, was dann aber regelmässig erfolgt. Falls die Verdampfungsröhre nicht im Dampfmantel, sondern in einem Luftofen geheizt wird, entfernt man das Auffangerohr von der Ausströmöffnung, nachdem die Luft aufgefangen ist, damit nicht durch Temperaturschwankungen evtl. entstehende Luftblasen nach Beendigung des eigentlichen Versuchs noch aufgefangen werden.

Das Luftvolumen in dem graduierten Rohr wird abgelesen, ebenso der Barometerstand, die Höhe der Wassersäule an einem senksecht neben der Auffangröhre aufgestellten in mm ($^1/_{10}$ mm schätzen!) geteilten Massstab, dessen 0-Punkt mit dem Wasserniveau in der pneumatischen Wanne zusammenfällt, und die Temperatur des Wassers an einem $^1/_1{}^0$ zeigenden Thermometer ($^1/_{10}{}^0$ schätzen!).

Ich bezeichne

die Masse der verdampften Flüssigkeit mit . . . m,
das Volumen der verdrängten Luft mit . . . . . v,
die Höhe der Wassersäule mit . . . . h,
den auf 0^0 korrigierten Barometerstand mit . . . b,
die Temperatur des Wassers mit . . . . t.

Die Temperatur t ist zugleich die der verdrängten Luft, da dieselbe innerhalb des Wassers emporsteigt und dabei die Wassertemperatur annimmt. — Nun ist die Dampfdichte nach der Definition (§ 15)

$$= \frac{\text{Masse des Dampfes}}{\text{Masse des gleichen Volumens Luft (v) unter denselben Umständen.}}$$

Die Masse der letzteren ist $v \cdot \lambda'$, wo λ' die Dichte der Luft bei t^0 und dem Druck, unter welchem sie in dem

Auffangrohr stand, bedeutet. — Es hält nun der Atmosphärendruck b das Gleichgewicht dem Druck der Luft und der Wassersäule h; es ist also der Druck der Luft $= b - \frac{h}{13,6}$; (da die Dichte des Quecksilbers $= 13,6$, entspricht einer Quecksilbersäule von 1 mm eine Wassersäule von 13,6 mm).

Bezeichne ich die Dichte der Luft bei 0° und 760 mm Barometerstand mit λ, so ist (§ 15)

$$\lambda' = \frac{\lambda \cdot \left(b - \frac{h}{13,6}\right)}{(1 + \alpha t)\, 760},$$

folglich die Masse des gleichen Volumens Luft

$$\frac{v\,\lambda \left(b - \frac{h}{13,6}\right)}{(1 + \alpha t)\, 760}$$

und also die Dampfdichte

$$d = \frac{m\,(1 + \alpha t) \cdot 760.}{v \cdot \lambda \left(b - \frac{h}{13,6}\right)}$$

Dabei ist $\lambda = 0,001293$; für α genügt es, den Wert 0,004 (statt 0,00367) zu nehmen, da die Luft nicht trocken, sondern ca. $^2/_3$ mit Wasserdampf gesättigt ist.

Beispiel.

Es soll die Dampfdichte des Chloroforms ($C\,H\,Cl_3$) bestimmt werden.

Masse des Fläschchens (§ 8)	0,3925 g
„ „ „ und Chloroform	0,4826 „
Masse des Chloroforms m =	0,0901 g.

Volumen der Luft $v = 17,64$ cm³.

Höhe der Wassersäule $h = 37,65$ cm $= 376,5$ mm.

Temperatur des Wassers $t = 22,5^0$.

Barometerstand 761,14 mm bei 24,0°
Korr. (Messingskala) 2,97 „
Barometerst. (korr.) b = 758,17 mm.

$$\text{Dampfdichte } d = \frac{m(1+\alpha t)\,760}{v \cdot \lambda \left(b - \frac{h}{13,6}\right)}$$

$$d = \frac{0,0901 \cdot (1 + 0,004 \cdot 22,5) \cdot 760}{17,64 \cdot 0,001293\left(758,17 - \frac{376,5}{13,6}\right)}$$

$$= 4,136.$$

Molekulargewicht

$$M = d \cdot 28,95 = 4,136 \cdot 28,95 = 119,7.$$

Aus der Formel $CHCl_3$ würde folgen

$$1 \cdot 12 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 35,4 = 119,2.$$

---

§ 43. Wärmetönung.

Jeder chemische Prozess (Synthese und Analyse) sowie jede Mischung zweier Stoffe oder Lösung eines Stoffes in einem anderen ist mit gewissen Wärmeumsetzungen verbunden. Die erzeugte Wärmemenge (Wärmetönung) kann positiv oder negativ sein.

Wir wollen die Wärmetönung an zwei spez. Beispielen bestimmen, nämlich 1. bei der Mischung von 1 Grammmolekül Schwefelsäure mit 1 Grammmolekül Wasser und 2. bei Herstellung von 1/10-Normal Kalisalpeterlösung.

Unter 1 Grammmolekül versteht man die Anzahl Gramm, welche dem Molekulargewicht des Körpers entspricht. Unter einer Normallösung versteht man eine solche, welche ein Grammmolekül auf ein Liter Wasser enthält; eine 1/10 Normallösung also eine solche, welche 1/10 Grammmolekül auf 1 Liter Wasser enthält. Die Mischung erfolgt in einem Calorimeter aus starkwandigem Glas.

1. Ich kann nicht direkt die durch die Mischung von 1 G M. Schwefelsäure und 1 G M. Wasser frei werdende Wärmemenge messen, da dieselbe zu gross ist. Ich verfahre deshalb so, dass ich zunächst 1 G M. Schwefelsäure mit 400 G M. Wasser mische (erzeugte Wärmemenge W_1) und dann ein Gemisch von 1 G M. Schwefelsäure und 1 G M. Wasser mit 399 G M. Wasser mische (erzeugte Wärmenge W_2). Der Minderbetrag $W_1 - W_2$ im zweiten Fall ist die bei der Mischung von 1 G M. Schwefelsäure mit 1 G M. Wasser frei werdende gesuchte Wärmenge W.

Das Molekulargewicht der Schwefelsäure H_2SO_4 ist

$$2 \cdot 1 + 32 + 4 \cdot 16 = 98,$$

das Molekulargewicht des Wassers H_2O ist

$$2 \cdot 1 + 16 = 18.$$

Ich will nun nicht 1 G M. Schwefelsäure nehmen, sondern nur 1/16 G M. $= \frac{98}{16} = 6{,}13$ g und muss diese folglich vermischen mit $\frac{400}{16}$ G M. $= \frac{400 \cdot 18}{16} = 450{,}0$ g Wasser. Sei die gefundene Wärmenge w_1, so ist folglich

$$W_1 = 16 w_1.$$

Im zweiten Falle stelle ich dann eine Mischung von 1/16 G M. Schwefelsäure + 1/16 G M. Wasser = 6,13 g Schwefelsäure + 1,13 g Wasser her und mische diese mit $\frac{399}{16}$ G M. $= 448{,}87$ g Wasser.

Ist die gefundene Wärmemenge w_2, so ist

$$W_2 = 16 w_2 \text{ und } W = W_1 - W_2.$$

A u s f ü h r u n g d e s V e r s u c h s. Ich wiege das Calorimeter und gebe dann in dasselbe 450 g Wasser hinein, was mit Hilfe der Wage festgestellt wird. Ferner bestimme ich die Masse des Rührers und eines Reagenzglases.

Ich lege jetzt auf die Wagschalen die beiden Linoleumplatten (damit sie durch etwa herabtropfende Schwefelsäure nicht beschädigt werden), korrigiere evtl. ihre Ruhelage und bestimme jetzt die Masse des Reagenzglases mit dem Aufhängedraht. In dieses bringe ich 6,13 g Schwefelsäure mit Hilfe einer feinen Pipette.

Das Reagenzglas wird dann in das Calorimeter gesetzt, in das Reagensglas der Glasstab, der zum Durchstossen dient, langsam gerührt und nach etwa 5 Minuten (wenn ich sicher bin, dass alles gleiche Temperatur hat) die Temperatur am $1/10^0$ Thermometer abgelesen; $1/100^0$ schätzen! Das Reagenzglas wird dann durchstossen und unter beständigem Rühren die höchste Temperatur abgelesen, welche das Thermometer zeigt.

Die erzeugte Wärmemenge messen wir im Calorimeter (§ 29). Bei diesem Prozess haben sich erwärmt die Schwefelsäure, das Wasser und auch der Rührer und das Reagenzglas, da sie rings vom Wasser umgeben sind. Da der Prozess sehr schnell verläuft, so können wir annehmen, dass das Calorimeter selbst nicht erwärmt worden ist.

Ich bezeichne

die Masse des Wassers mit . . . . M,
„ „ der Schwefelsäure mit . . . . . . m,
„ „ des Rührers (aus Glas) mit . . . . C_1,
„ „ „ Reagenzglases mit . . . . . . C_2,
„ spezifische Wärme der Schwefelsäure mit c,
„ „ „ des Glases mit . . . σ,
(zu entnehmen aus Tab. 8 und 7)
Anfangs- und Endtemperatur mit . . . . . . t_a u. t_e.

Das Wasser hat aufgenommen die Wärmemenge

$$M(t_e - t_a),$$

die Schwefelsäure hat aufgenommen die Wärmemenge

$$mc(t_e - t_a),$$

Rührer und Reagenzglas haben aufgenommen die Wärmemenge $(C_1 + C_2)\sigma(t_e - t_a)$, also ist

$$w_1 = (t_e - t_a) \cdot [M + mc + (C_1 + C_2)\sigma] \quad \text{und}$$

$$W_1 = 16\, w_1.$$

Ganz analog verfahre ich jetzt bei dem zweiten Teil des Prozesses. Ich wiege im Calorimeter 448,87 g Wasser ab, ferner ein Reagenzglas; ich lege dann wieder die Linoleumteller auf die Wage, wiege das Reagenzglas mit seinem Aufhängedraht und in demselben 6,13 g Schwefelsäure ab. Indem ich dieses in ein grösseres Gefäss mit Wasser halte, gebe ich zu der Schwefelsäure 1,13 g Wasser (die ich in einer kleinen Mensur abgemesssen habe), vorsichtig hinzu.

Nun bringe ich das Reagenzglas, nachdem ich es abgetrocknet habe, wieder vorsichtig in das Calorimeter und verfahre wie oben.

Die gesamte Masse des Wassers, sowie die der Schwefelsäure, ist dieselbe geblieben, nur werde ich andere Temperaturen t'_a und t'_e finden und wahrscheinlich auch eine andere Masse für das Reagenzglas C_2'. Es gilt dann

$$w_2 = (t'_e - t_a') \cdot [M + m \cdot c + (C_1 + C'_2) \cdot \sigma],$$

$$W_2 = 16 \cdot w_2,$$

$$W = W_1 = W_2.$$

Voraussetzung ist dabei, dass die spezifische Wärme des Schwefelsäure-Wassergemisches sich aus der der Bestandteile gemäss den in der Mischung vorhandenen Mengen zusammensetzt, eine Annahme, welche in erster Annäherung zulässig.

2. Ein GM-Kalisalpeter ist gleich $39 + 14 + 3 \cdot 16 = 101{,}0$ g, also 1/10 GM gleich 10,1 g. Dieses hätte ich zu lösen in 1000 g Wasser. Nun hält aber das Calorimeter nur $450 = 9/20 \cdot 1000$ g Wasser. Ich werde deshalb nur $9/20 \cdot 10{,}1 = 4{,}55$ g Kalisalpeter lösen. Ist die dabei entwickelte Wärmemenge w, so ist die bei Herstellung von 1/10 Normallösung auftretende

$$W = 20/9 \cdot w = 2{,}22 \cdot w.$$

Ich wiege in dem Calorimeter zunächst wieder 450 g Wasser ab, ferner ein Reagenzglas (C_2). Auf einem auf der Wage vorher austarierten Stückchen Papier wiege ich dann m = 4,55 g Kaisalpeter (spez. Wärme = c) ab, tue sie in das Reagenzglas und setze dieses mit dem Stab zum Durchstossen (der vorher gut abgespült und abgetrocknet) in das Calorimeter. Im übrigen verfahre ich genau wie oben. Es gilt dann

$$w_2 = (t_e - t_a) \cdot [M + m \cdot c + (C_1 + C_2)\sigma].$$
$$W = 2{,}22 \cdot w.$$

Auf Grund der eben auseinandergesetzten Beispiele wird es leicht sein, irgend welche anderen bei Lösung oder Mischung auftretenden Wärmemengen zu bestimmen.

Beispiel.

1. Mischung von Schwefelsäure und Wasser.

	1. Versuch	2. Versuch	
Calorimeter	349,84 g	349,84 g	
Wasser	M = 450,00 „	M = 448,87 „	(soll abgew. w.).
Cal. u. Wasser	799,84 g	798,71 „	(muss wiegen).
Rührer	C_1 = 16,54 g	C_1 = 16,54 g	
Reagenzgl.	C_2 = 7,45 „	C'_2 = 7,55 „	
„ m. Draht	8,07 „	8,17 „	
Schwefelsäure	m = 6,13 „	m = 6,13 „	(soll abgew. w).
Glas + H_2SO_4	= 14,20 g	14,30 g	(muss wiegen).
Anfangst.	$t_a = 14{,}71^0$	$t'_a = 14{,}69^0$	
Endtemp.	$t_e = 17{,}05^0$	$t'_e = 16{,}49^0$	

Spez. Wärme der Schwefelsäure $c = 0{,}33$ } (aus Tab.
„ „ des Glases $\sigma = 0{,}19$ } 8 und 7).

$$w_1 = (t_e - t_a) \cdot [M + m \cdot c + (C_1 + C_2)\sigma]$$
$$= (17{,}05 - 14{,}71) \cdot [450{,}00 + 6{,}13 \cdot 0{,}33 + (16{,}54 + 7{,}45) \cdot 0{,}19]$$
$$= 1068{,}4 \text{ Cal.}$$

$W_1 = 16 \cdot w_1 = 16 \cdot 1068{,}4 = 17095$ Cal.

$w_2 = (t_e' - t_a') \cdot [M + m \cdot c + (C_1 + C_2')\sigma]$

$= (16{,}49 - 14{,}69) \cdot [448{,}87 + 6{,}13 \cdot 0{,}33 + (16{,}54 + 7{,}55) \cdot 0{,}19]$

$= 819{,}8$ Cal.

$W_2 = 16 \cdot w_2 = 16 \cdot 819{,}8 = 13118$ Cal.

$W = W_1 - W_2 = 17095 - 13118 = 3977$ Cal.

2. Herstellung von 1/10-Normal Kalisalpeterlösung.

Calorimeter	349,84 g
Wasser (abzuwiegen)	450,00 „
Cal. und Wasser muss wiegen	799,84 g

Papier	2,23 g
Kalisalpeter (abzuwiegen)	4,55 „
Pap. + Salp. muss wiegen	6,78 g

Rührer	$C_1 = 16{,}54$	
Reagenzglas	$C_2 = 8{,}80$	
spez. Wärme d. KNO_3	$c = 0{,}23$	aus
„ „ „ Glases	$\sigma = 0{,}19$	Tab. 7.

Anfangstemperatur	$t_a = 19{,}94^0$,
Endtemperatur	$t_e = 19{,}41^0$.

$w = (t_e - t_a) \cdot [M + m \cdot c + (C_1 + C_2)\sigma]$

$= (19{,}41 - 19{,}94) \cdot [450{,}00 + 4{,}55 \cdot 0{,}23 + (16{,}54 + 8{,}80) \cdot 0{,}19]$

$= -241{,}6$ Cal.

$W = 2{,}22\, w = 2{,}22\,(-241{,}6) = -536{,}4$ Cal.

---

§ 44. Höhenmessung.

Bei Erhebung um 10,5 m fällt das Barometer um eine Quecksilbersäule von 1 mm. Da nun der Siedepunkt des Wassers vom Barometerstand abhängt, wird sich auch jener mit der Höhe ändern, und zwar sinkt

er bei Erhebung um 1 m um $^1/_{286}{}^0$ (vorausgesetzt, dass es sich um geringe Höhenunterschiede handelt).

Ausführung des Versuchs: Ich bringe ein auf 100^0 eingestelltes Beckmann-Thermometer (§ 41 B) oder ein solches, dass in der Nähe des Siedepunktes in $^1/_{100}{}^0$ geteilt ist, in einen Dampfkessel, am besten einen solchen mit Dampfmantel (§ 35) und bestimme den Siedepunkt des Wassers an den beiden Orten, deren Höhenunterschied h gemessen werden soll ($^1/_{1000}{}^0$ schätzen!) Ist die Differenz der Siedepunkte τ^0, so ist $h = 286 \cdot \tau$ m.

Ebenso kann man den Höhenunterschied zweier Orte feststellen durch Ablesung des Barometerstandes an denselben an einem Instrument, welches möglichst noch $^1/_{100}$ mm abzulesen gestattet. Beträgt die Differenz d mm, so gilt für (sehr) geringe Höhenunterschiede $h = d \cdot 10{,}5$ m.

Für grössere hätte man nach der Formel zu rechnen

$$h = 18467\,(1 + 0{,}0039 \cdot t)\,(\log b_0 - \log b_1).$$

Dabei ist t das Mittel der Temperaturen der beiden Orte, an denen die Barometerstände b_0 und b_1 herrschen.

Beispiel.

Es soll die Höhe eines Gebäudes bestimmt werden.

	Siedepunkt.	Barometerstand.	Temp
Keller	$2{,}110^0$	$b_0 = 761{,}13$ mm	$19{,}4^0$
Boden	$2{,}050^0$	$b_1 = 759{,}47$ „	$20{,}6^0$
	$\tau = 0{,}060^0$	$d = 1{,}66$ mm	Mittel $t = 20{,}0^0$

Aus der Siedepunktsänderung:

$$h = 286 \cdot \tau = 286 \cdot 0{,}060 = 17{,}2 \text{ m}.$$

Aus der Barometerstandsänderung:

$$h = 10{,}5\,d = 10{,}5 \cdot 1{,}66 = 17{,}4 \text{ m}.$$

Nach der genauen Formel

$$h = 18467 \cdot (1 + 0{,}0039 \cdot t)\,(\log b_0 - \log b_1)$$
$$= 18467\,(1 + 0{,}0039 \cdot 20{,}0)\,(\log 761{,}13 - \log 759{,}47)$$
$$= 18{,}8 \text{ m}.$$

§ 45. Krümmungshalbmesser.

A) Durch Spiegelung.

Die optischen Linsen (welche meist aus Glas bestehen), sind Körper, die von 2 Kugelflächen begrenzt werden. Es ist unsere Aufgabe, den Krümmungsradius dieser Kugelflächen zu bestimmen. Bei einer Linse sind neben dem Krümmungsradius ihre Brennweiten am wichtigsten. Im Abstande der Brennweite vom Linsenmittelpunkte liegen die Brennpunkte, die dadurch definiert sind, dass axenparallel einfallende Strahlen durch den Brennpunkt des Bildraums gehen, und umgekehrt von einem Brennpunkt ausgehende Strahlen axenparallel weitergehen. Unter der Axe verstehen wir die Mittelsenkrechte auf die die Linse schneidende Ebene E (Fig. 34).

Diese Definition gilt auch sofort für die sphärischen Spiegel. Falls die Linse auf beiden Seiten von demselben Medium begrenzt wird (Luft), ist ihre vordere gleich ihrer hinteren Brennweite.

Um den Krümmungsradius zu bestimmen, lasse ich 2 brennende Kerzen sich in der Linse spiegeln. Wir benutzen hier also die Linsenfläche als sphärischen Spiegel und wollen zunächst bei einem solchen für ein gegebenes Objekt das Bild konstruieren, und zwar will ich einen Hohlspiegel betrachten.

Es sei (Fig. 35) F der Kugelscheitel, O der Krümmungsmittelpunkt. Ein von O nach einem beliebigen Punkte E gezogener Strahl steht als Radius senkrecht zur Kugelfläche, bildet also das Einfallslot. Ein vom Punkte C kommender den Spiegel in E treffender Strahl wird (nach dem Reflexionsgesetz) so reflektiert, dass der reflektierte Strahl ED mit dem Einfallslot EO einen Winkel bildet, der gleich dem

Einfallswinkel ist; ausserdem liegen EC, EO und ED in einer Ebene.

Es ist Winkel CEO = OED. Folglich verhält sich

$$CO : DO = EC : ED.$$

Wir wollen nun annehmen (was in praxi immer der Fall), dass die Öffnung des Spiegels nur klein ist, dann kann ich in erster Annäherung setzen:

$$CE = CF \text{ und } DE = DF.$$

Dann ist

$$CO : DO = CF : DF.$$

Ich will nun CF (den Abstand des leuchtenden Punktes auf der Axe) = a und DF (den Abstand des dazu gehörigen Bildes auf der Axe) = b setzen und den Radius OF = OE = r. Dann ist

$$(a - r) : (r - b) = a : b,$$

$$ab - br = ar - ab,$$

$$2ab = r(a + b),$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}.$$

Rückt der leuchtende Punkt ins Unendliche ($a = \infty$), d. h. fallen die Strahlen parallel auf, so wird $b = \frac{r}{2}$, d. h. nach obiger Definition, es ist die Brennweite gleich dem halben Krümmungsradius. Die Spiegelformel geht also in die Form über

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

Dasselbe gilt auch für die Konvexspiegel, nur sind hier r und f negativ. Zur Konstruktion beachte ich, dass zur Axe senkrechte Objekte senkrecht zur Axe abgebildet werden. Es sei (Fig. 36) S der Scheitel, F der Brennpunkt, M der

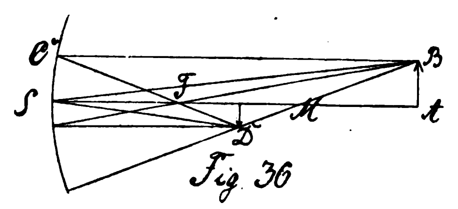


Fig. 36

Krümmungsmittelpunkt, A B ein zur Axe senkrechtes Objekt. Um das Bild zu konstruieren, kann ich folgendermassen verfahren:

1. Ich zeichne B M; da dieses senkrecht zum Spiegel, ist der reflektierte Strahl M B.
2. Ich zeichne durch B eine Parallele zur Axe B C, der reflektierte Strahl ist CF.
3. Ich zeichne B F; der reflektierte Strahl ist parallel zur Axe.
4. Ich zeichne B S. Der reflektierte Strahl bildet mit der Axe den gleichen Winkel.

Diese sämtlichen Strahlen schneiden sich in einem Punkt D. Die Senkrechte von D auf die Axe liefert das Bild. Selbstverständlich brauche ich zur Konstruktion nur zwei der angegebenen Graden zu zeichnen. Wir sehen, dass in diesem Falle (Objekt ausserhalb M) das Bild umgekehrt, verkleinert und reell ist (es lässt sich auf einem Schirm auffangen). Der Praktikant möge sich die Bilder für andere Objekte und für Konvexspiegel konstuieren. Schneiden sich die Strahlen nicht selbst, sondern nur ihre rückwärtigen Verlängerungen, so nennt man das Bild virtuell; man kann es nicht auf einen Schirm auffangen.

Ich lasse also die beiden Kerzen (Fig. 37) im Abstande L (ihr Axenabstand vom Spiegel sei A) sich spiegeln und suche nach einer der obigen Methoden ihre Bilder auf, die den Abstand λ haben mögen. Ich zeichne die beiden von den Kerzen nach S gehenden Strahlen, die ja nach obigem durch die Bilder gehen. Von C aus denke ich λ auf die Spiegelfläche projiziert. Die Grösse der Projektion sei l. Es gilt dann

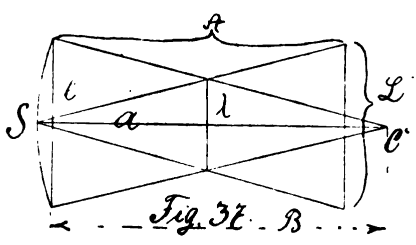


Fig. 37.

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{A}{a} \text{ und } \frac{\lambda}{l} = \frac{B-a}{B}, \text{ also } \frac{L}{l} = \frac{A}{B} \cdot \frac{B-a}{a}, \quad \text{also}$$

$$a \cdot l \cdot B = l(B-a)A,$$

$$a = \frac{A \cdot B \cdot l}{L \cdot B + l \cdot A}.$$

Nach der Gleichung:

$$\frac{1}{\text{Objektabstand}} + \frac{1}{\text{Bildabstand}} = \frac{2}{\text{Krümmungsrad.}}$$

ist

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{a} = \frac{2}{r} \quad \text{oder}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{L \cdot B + l \cdot A}{l \cdot A \cdot B} = \frac{2}{r} \text{ oder } \frac{L \cdot B + l \cdot (A+B)}{l \cdot A \cdot B} = \frac{2}{r},$$

$$r = \frac{2 \cdot l \cdot A \cdot B}{L \cdot B + l \cdot (A+B)}.$$

Die Grössen L und A sind leicht zu bestimmen. Unbekannt ist noch l. Dieses bestimmen wir, indem wir auf die Linse eine Glasskala (die geteilte Seite nach vorn) kleben und mit einem Fernrohr den Abstand der beiden Bilder ablesen ($^1/_{10}$ mm schätzen), oder indem wir den Winkel messen, unter dem l von dem auf der Axe gelegenen Punkte C erscheint. Ist der Winkel gleich φ, so gilt

$$\operatorname{tg} \varphi/2 = \frac{l/2}{B}$$

oder, da der Winkel klein ist, $2 \operatorname{tg} \varphi/2 = \operatorname{tg} \varphi$,

$$\operatorname{tg} \varphi = l/B, \; l = B \operatorname{tg} \varphi; \quad \text{also}$$

$$r = \frac{2 \cdot A \cdot B \cdot \operatorname{tg} \varphi}{L + (A+B) \cdot \operatorname{tg} \varphi}.$$

(Für eine konkave Linse würde gelten

$$r = \frac{2 \cdot A \cdot B \cdot \operatorname{tg} \varphi}{L - (A+B) \cdot \operatorname{tg} \varphi}\Bigg).$$

Ausführung des Versuchs.

Die Messung des Winkels φ erfolgt mit dem Theodoliten. Der Theodolit besteht aus einem Fernrohr mit Fadenkreuz (§ 50), dessen Drehung um eine vertikale und horizontale Axe an einer Kreisteilung mit Nonius ablesbar ist (siehe darüber § 2). Die Drehung kann nach Anziehen der Arretierschrauben durch Mikrometerschraube erfolgen. Zum Schutze gegen Beschädigungen liegen die Teilungen häufig verdeckt. Zum Ablesen sind kleine Lupen angebracht. Die Hauptskala ist meist in halbe Grade geteilt. 29 Teile derselben sind in 30 Teile des Nonius geteilt. Diese gibt also $\frac{30-29}{30}=\frac{1}{30}$ der Hauptteilung, das sind 1/30 von $1/2^0 = 1/60^0 = 1$ Minute.

Der Theodolit wird etwas hinter den Kerzen symmetrisch zu denselben aufgestellt. Mit Hilfe der Fussschrauben wird er horizontal gestellt (an der im Fuss eingelassenen Dosenlibelle kontrollieren), mit Hilfe der Mikrometerschraube wird das Fernrohr gleichfalls horizontal gestellt (durch die an diesem angebrachten Libelle zu kontrollieren).

Den Kerzen wird der Abstand von ca. 1 m gegeben. In ca. 2 m Abstand wird die Linse aufgestellt, die eine gewisse Beweglichkeit um eine vertikale und horizontale Axe besitzen soll.

Die brennenden Kerzen werden nun nicht nur von der Vorderfläche gespiegelt, sondern auch von der von vorn konvex erscheinenden Hinterfläche der Linse. (Wir wollen eine bikonkave Linse betrachten; auf andere lassen sich die Beobachtungen leicht übertragen). Die an der Hinterfläche entstehenden Bilder sind aufrecht. Durch das (astronomische) Fernrohr des Theodoliten werden sie aber in umgekehrte verwandelt, während die umgekehrten der Vorderfläche dadurch in aufrechte verwandelt werden. Die durch den Theodoliten aufrecht erscheinenden Bilder sind also die richtigen. Auf diese stelle ich den Theodoliten ein.

Die 4 entstehenden Bilder sollen in einer Graden und symmetrisch zu einander liegen. Ersteres erreicht man durch eine kleine Drehung der Linse um die Horizontale, letzteres durch Drehung um die Vertikale.

Ich stelle den Theodoliten so ein, dass sein Fadenkreuz erst durch das eine, dann durch das andere aufrechte Bild geht, und lese beidemal den Winkel an den beiden (um 180° von einander entfernten) Nonien ab. Es wird an beiden Nonien abgelesen, um eine etwaige geringe Exzentrizität unschädlich zu machen. Wenn ich aus den beiden korrespondierenden Beobachtungen die Differenz bilde und aus den Differenzen das Mittel nehme, so fällt der dadurch verursachte Fehler fort.

Ich messe dann noch mit dem Bandmass die Entfernung der Kerzen L (mm schätzen!), den senkrechten Abstand ihrer Verbindungslinie von der Linse A und den Abstand des Drehpunktes des Theodoliten von der Linse B.

Die Messungen werden für ein etwas kleineres L wiederholt. Aus den Resultaten für den Krümmungsradius ist das Mittel zu nehmen.

Beispiel.

Bikonkave Linse P. 0. 16.

1. Stellung des Theodoliten

1. Bild	120°	00′	300°	00′
2. „	119°	20′	299°	20′
Differenz	0°	40′	0°	40′

Mittel 0° 40,0′.

Abstand der Kerzen	L =	84,5 cm
„ „ „ von Linse	A =	189,8 „
„ des Theodol. „ „	B =	206,5 „

$$r = \frac{2 \cdot A \cdot B \cdot tg\,\varphi}{L + (A + B) \cdot tg\,\varphi} = \frac{2 \cdot 189{,}8 \cdot 206{,}5 \cdot tg\,40{,}0'}{84{,}5 + (189{,}8 + 206{,}5) \cdot tg\,40{,}0'}$$

$$= 10{,}21 \text{ cm.}$$

2. Stellung des Theodoliten

1. Bild	119°	56'	299°	56'
2. „	119°	27'	299°	27'
Differenz	0°	29'	0°	29'

Mittel 0° 29,0'.

$$L = 57{,}2 \text{ cm.}$$

$$r = \frac{2 \cdot 189{,}8 \cdot 206{,}5 \cdot \operatorname{tg} 29{,}0'}{57{,}2 + (189{,}8 + 206{,}5) \operatorname{tg} 29{,}0'} = 10{,}93 \text{ cm.}$$

Mittel $r = 10{,}6$ cm.

B) Mit dem Sphärometer.

Das Sphärometer ist eine Art Schraubenmikrometer, gewöhnlich ohne Gefühlsschraube (§ 4). Die Ganghöhe beträgt meist $^1/_2$ oder 1 mm. Die Trommel ist in der Regel in 50, resp. 100 Teile geteilt, liefert also $^1/_{100}$ mm ($^1/_{1000}$ mm schätzen!).

Drei in Spitzen auslaufende, an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks angeordnete Metall-Füsse sind miteinander starr verbunden. Im Mittelpunkt des dem gleichseitigen Dreieck umschriebenen Kreises befindet sich die gleichfalls in eine Spitze auslaufende Mikrometerschraube mit der geteilten Trommel. Die ganzen Umdrehungen werden an einer kleinen vertikalen Säule abgelesen.

Wie mit dem Schraubenmikrometer kann man auch mit dem Sphärometer die Dimensionen kleiner Gegenstände messen (§ 4).

Zu diesem Zweck kontrolliert man den 0-Punkt des Sphärometers zu Beginn und zum Schluss der Messung, indem man es auf eine möglichst plane Glasplatte setzt und solange dreht, bis die Schraubspitze mit derselben in Berührung ist. Am besten beobachtet man dazu den Augenblick, wo sich die Spitze und ihr Spiegelbild berühren. Dieses wird 3 mal gemacht, sowie überhaupt jede Messung 3 mal ausgeführt wird. Aus den 3 Beobachtungen wird das Mittel genommen.

Um z. B. die Dicke eines Körpers zu messen, lege ich ihn auf die Glasplatte, auf welcher die Füsse des Sphärometers stehen bleiben, und bringe die Schraubspitze mit der Körperoberfläche in Berührung (3 Messungen, Mittel nehmen!).

Seine Hauptanwendung findet es aber bei der Bestimmung des Krümmungsradius, indem ich durch dasselbe die Höhe einer Kugelkalotte messe, die begrenzt ist durch den dem gleichseitigen Dreieck umschriebenen Kreis. Ich bestimme zunächst 3 mal den 0-Punkt des Sphärometers, dann 3 mal die Einstellung nach dem Aufsetzen auf die Linse und dann wieder 3 mal den 0-Punkt. Über die Anbringung der Korrektion an der Ablesung der Höhe der Kugelkalotte siehe § 4.

Ich messe dann noch die Abstände je zweier benachbarter Füsse, indem ich sie auf Papier eindrücke und die Abstände der erhaltenen Marken mit einer in mm geteilten Glasskala messe ($^1/_{10}$ mm schätzen!). Das Mittel ihrer Abstände gibt die Seite des gleichseitigen Dreiecks.

Ich bezeichne

die Höhe der Kugelkalotte mit . . . . h,
den Kugelradius (= Krümmungsradius der Linse) mit r,
den Radius des dem gleichseitigen Dreieck umschriebenen Kreises mit . . . . ϱ,
die Seite des gleichseitigen Dreiecks mit . . . . a.

In dem gleichseitigen Dreieck zeichne ich die Mittelsenkrechten (die mit den Mitteltransversalen identisch sind) und sich im Verhältnis 1:2 teilen.

Es ist (Fig. 38)

$$CD^2 = AC^2 - AD^2 = a^2 - a^2/4 = 3/4\, a^2,$$

$$CD = a/2 \cdot \sqrt{3},$$

$$CD = 1/3\, CD = \frac{a}{2\sqrt{3}},$$

Fig. 38.

$$\varrho^2 = AO^2 = OD^2 + AD^2 = \frac{a^2}{12} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{3}, \quad \varrho = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Es sei ferner (Fig. 39) HGI die Linsenfläche, GE ihr Krümmungsradius; dann ist

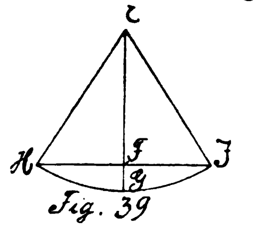


Fig. 39

$$EH^2 = EF^2 + FH^2 \quad \text{oder}$$

$$r^2 = (r - h)^2 + \varrho^2$$

$$= r^2 - 2rh + h^2 + \frac{a^2}{3},$$

$$r = \frac{h^2 + 1/3\,a^2}{2h}.$$

Dies Verfahren ist für Sammel- und Zerstreuungslinsen anwendbar.

Beispiel.

1. Bestimmung der Dicke einer kleinen Glasplatte.

	1. 0-Punkt	2. Dicke d. Platte	3. 0-Punkt
	+ 0,008 mm	7,846 mm	+ 0,009 mm
	+ 0,009 „	7,848 „	+ 0,009 „
	+ 0,009 „	7,845 „	+ 0,010 „
Mittel	+ 0,009 mm	7,846 mm	+ 0,009 mm
		Korr. 0,009 „	Korr. + 0,009 „

Plattendicke = 7,837 mm = 0,7837 cm.

2. Bestimmung des Krümmungsradius einer bikonkaven Linse (Nr. 2).

	1. 0-Punkt	2. Höhe der Kugelkalatte (h)	3. 0-Punk
	+ 0,010 mm	2,088 mm	+ 0,011 mm
	+ 0,010 „	2,082 „	+ 0,010 „
	+ 0,011 „	2,088 „	+ 0,010 „
Mittel	+ 0,010 mm	2,086 mm	+ 0,010 mm
		Korr. 0,010 „	Korr. + 0,010 „

h = 2,076 mm = 0,2076 cm.

Seiten des gleichseitigen Dreiecks (a)

3,55 cm
3,52 „
3,57 „

Mittel a = 3,547 cm.

$$r = \frac{h^2 + 1/3\,a^2}{2\,h} = \frac{0{,}2076^2 + 1/3 \cdot 3{,}547^2}{2 \cdot 0{,}2076} = 10{,}20 \text{ cm.}$$

---

§ 46. Brennweite mit der Optischen Bank.

Über Brennweite siehe § 45.

Wie bei dem sphärischen Spiegel (§ 45) besteht zwischen dem Abstand eines leuchtenden Punktes auf der Achse von der Linse (a), dem Abstande seines Bildes von der Linse (b) und der Brennweite (f) die Beziehung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Diese Formel gilt nur, falls das Medium zu beiden Seiten der Linse dasselbe ist (Luft).

Wir wollen das Bild eines zur Axe senkrechten Gegenstandes konstruieren, das gleichfalls senkrecht zur Axe steht, und zwar für eine Sammellinse. F_1 und F_2 seien der vordere und der hintere Brennpunkt. Es ist dies auf folgende Weise möglich (Fig. 40):

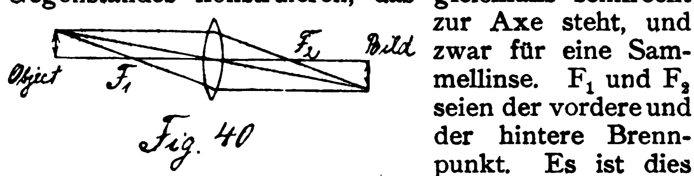


Fig. 40

Ich ziehe durch den Endpunkt des gegebenen Objektes

1. eine Parallele zur Axe, der Strahl geht im Bildraum durch F_2.
2. eine Grade durch F_1, der Strahl geht im Bildraum parallel zur Axe.
3. eine Grade durch den Linsenmittelpunkt M, die ungebrochen hindurchgeht.

Die 3 Bildstrahlen schneiden sich natürlich in einem Punkte. Zur Konstruktion genügen 2 derselben.

Das Bild ist im gegebenen Falle (Objekt ausserhalb der Brennweite) umgekehrt und reell. Der

Praktikant möge sich das Bild für andere Objektlagen und andere Linsen konstruieren. (Bei Zerstreuungslinsen darauf achten, dass der vordere und hintere Brennpunkt ihre Lage vertauschen!).

Die Bestimmung der Brennweite kann geschehen auf Grund der obigen Formel, die ich schreiben kann:

$$f = \frac{a \cdot b}{a + b}.$$

Sie ist zunächst nur verwendbar für Sammellinsen. Als Objekt dient eine Kerze, zum Auffangen des Bildes ein Schirm. Schirm, Kerze und Linse sind in Schlitten auf der Optischen Bank verschiebbar; alle 3 müssen in gleicher Höhe liegen.

Ich suche zuerst eine solche Stellung auf, dass das entstehende Bild etwa dieselbe Grösse hat, wie die Kerze. Ich lasse dann Schirm und Kerze ungeändert stehen, verschiebe die Linse ein wenig und stelle dann wieder auf ein scharfes Bild ein. So verfahre ich 3 mal, messe jedesmal den Objekt- und Bildabstand (a und b) mit dem Bandmass (mm schätzen!) und nehme zur Rechnung aus den 3 beobachteten Grössen a und b das Mittel.

Ich suche dann ein vergrössertes und schliesslich ein verkleinertes Bild auf und verfahre analog, mache also bei jedem 3 Messungen von a und b. Aus den berechneten Brennweiten wird das Mittel genommen.

Besselsche Methode.

Ich müsste eigentlich die Strecken a und b vom Linsenmittelpunkte aus messen, was praktisch nicht möglich ist. Den dadurch hervorgerufenen Fehler vermeidet die Besselsche Methode.

Lasse ich Schirm und Kerze im Abstande l ungeändert stehen, so gibt es 2 Linsenstellungen 1 und 2, bei welchen beiden ich ein scharfes Bild, dass eine Mal ein verkleinertes, das andere Mal ein vergrössertes, erhalte. Die Verschiebung, welche ich zu diesem Zweck mit der Linse vornehmen muss, sei e. Aus der Linsen-

formel geht hervor, dass diese beiden Stellungen symmetrisch sein müssen. (Fig. 41.) Ich betrachte die Stellung 1. Es ist der Objektabstand $a = \frac{l+e}{2}$, der Bildabstand $b = \frac{l-e}{2}$, also lautet die Linsenformel

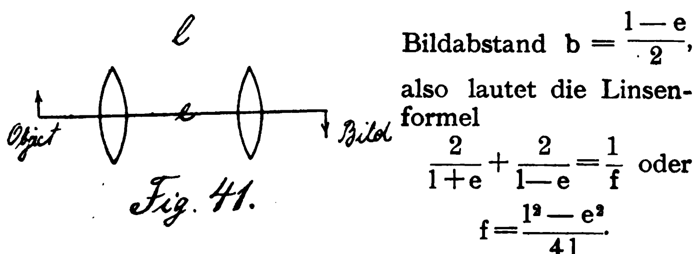


Fig. 41.

$$\frac{2}{l+e} + \frac{2}{l-e} = \frac{1}{f} \quad \text{oder}$$

$$f = \frac{l^2 - e^2}{4l}.$$

Die Länge l wird mit dem Bandmass gemessen (mm schätzen!). Ich stelle wie oben 3 mal in der Stellung 1 ein, messe die Abstände zwischen einer Kante des Schirm- und Linsenschlittens und nehme aus den Messungen das Mittel. Analog verfahre ich für die Stellung 2. Die Differenz der Mittel ist die Verschiebung e.

Zerstreuungslinsen.

Bei Zerstreuungslinsen kann ich nicht so verfahren, da diese kein reelles Bild liefern.

Ich kombiniere sie deshalb mit einer starken Sammellinse, indem ich sie mit wenig Klebwachs auf diese klebe, die Randpartieen werden durch eine Blende abgeblendet.

Ich bestimme die Brennweite der Kombination f_{12} nach der ersten Methode, doch genügt es, nur eine Linsenstellung zu nehmen und für sie 3 Ablesungen zu machen.

Ist die Brennweite der Sammellinse f_1, die der Zerstreuungslinse f_2 (neg.), so gilt

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_{12}} \quad \text{oder}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_{12}} - \frac{1}{f_1} \quad \text{oder}$$

$$f_2 = \frac{f_1 \cdot f_{12}}{f_1 - f_{12}}.$$

Für f_1 ist der aus der Besselschen Methode folgende Wert (als der genauere) einzusetzen.

Beispiel.

1. Sammellinse.

Bild und Objekt gleich gross.

	a	b
	60,0 cm	54,1 cm
	60,1 „	53,9 „
	60,4 „	53,6 „
Mittel	60,2 cm	53,9 cm

$$f = \frac{a\,b}{a+b} = \frac{60{,}2 \cdot 53{,}9}{60{,}2 + 53{,}9} = 28{,}44 \text{ cm.}$$

Bild verkleinert.

	a	b
	110,9 cm	42,0 cm
	110,7 „	42,1 „
	110,8 „	42,1 „
Mittel	110,8 cm	42,1 cm

$$f = \frac{110{,}8 \cdot 42{,}1}{110{,}8 + 42{,}1} = 30{,}51.$$

Bild vergrössert,

	a	b
	38,8 cm	114,4 cm
	39,4 „	113,8 „
	38,6 „	114,5 „
Mittel	38,9 cm	114,2 cm

$$f = \frac{38{,}9 \cdot 114{,}2}{38{,}9 + 114{,}2} = 29{,}02.$$

Mittel $f = 29{,}32$ cm.

2. Besselsche Methode.

Abstand Schirm-Kerze: $l = 184{,}5$ cm.

Abstand Kante Schirmschlitten bis Kante Linsenschlitten:

Linsenstellung		1		2
	1.	38,0 cm	1.	148,0 cm
	2.	37,8 „	2.	147,8 „
	3.	37,8 „	3.	147,5 „
Mittel:		37,87 cm		147,77 cm.

$$e = 147{,}77 - 37{,}87 = 109{,}90 \text{ cm.}$$

$$f = \frac{l^2 - e^2}{4l} = \frac{184{,}5^2 - 109{,}9^2}{4 \cdot 184{,}5}$$

$$f = 29{,}76 \text{ cm.}$$

3. Sammel- und Zerstreuungslinse kombiniert.

	a	b
	a = 63,8 cm	b = 142,5 cm
	a = 64,2 „	b = 142,1 „
	a = 64,0 „	b = 142,3 „
Mittel:	a = 64,0 cm	b = 142,3 cm.

$$f_{12} = \frac{a \cdot b}{a + b} = \frac{64{,}0 \cdot 142{,}3}{64{,}0 = 142{,}3} = 44{,}15 \text{ cm.}$$

$$f_2 = \frac{f_1 \cdot f_{12}}{f_1 - f_{12}} = \frac{29{,}76 \cdot 44{,}15}{29{,}76 - 44{,}15} = -91{,}30 \text{ cm.}$$

---

§ 47. Brennweite nach Abbe.

Über Brennweite siehe § 45 und 46.

Die Abbesche Methode hat mit der Besselschen den Vorzug gemein, dass es auch nur auf die Messung einer Verschiebung ankommt. Ausserdem wird die Vergrösserung der Linse für 2 Stellungen bestimmt, die sich genau messen lässt. Es sei B das von der Linse entworfene Bild des Objektes A, das ich auf eine der bekannten Weisen (§ 46) konstruieren kann. Ich zeichne nur den durch den Linsenmittelpunkt gehenden Strahl. Unter der Vergrösserung verstehen wir das Verhältnis der Bild- zur Objektgrösse $\frac{B}{A} = v$. (Fig. 42).

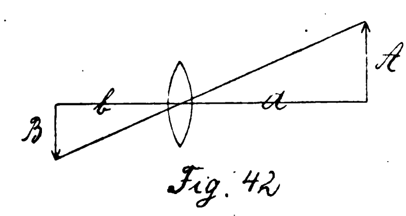


Fig. 42

Es ist nach der Linsenformel:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$ Nun ist

$$v = B/A = b/a, \text{ folglich } b = a\,v,$$ also

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a\,v} = \frac{1}{f} \text{ oder } 1 + 1/v = \frac{a}{f}.$$

Verschiebe ich das Objekt um die Strecke d, wird also der Objektabstand a — d, und ist die Vergrösserung in diesem Falle = v', so gilt analog

$$1 + 1/v' = \frac{a - d}{f},$$ also

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} = \frac{d}{f}$$ oder

$$f = \frac{d}{1/v - 1/v'} = \frac{d \cdot v \cdot v'}{v' - v}.$$

Ausführung des Versuchs.

An das eine Ende eines ca. 2 m langen Tisches stelle ich als Objekt eine mm Skala (horizontal) auf, etwa 1/3 vom anderen Ende entfernt die Linse. Das Bild, welches die Linse von der Skala entwirft, ist in der Regel so klein, dass man es nicht mit blossem Auge sehen kann. Ich suche es deshalb mit Hilfe einer in einem Stativ montierten und mit Fadenkreuz versehenen Lupe (Fresnelschen Lupe) auf. Zu diesem Zweck stelle ich Skala, Linse und Lupe in einer Graden und in gleicher Höhe auf. Ich bringe die Lupe zunächst in die Nähe der Linse und entferne sie langsam so weit von dieser, bis ich das Bild deutlich sehe.

Mit Hilfe einer Mikrometerschraube ist die Lupe horizontal in dem Stativ verschiebbar. Wir haben hier eine Art Schraubenmikrometer (§ 4), nur fehlt die Gefühlsschraube. Die Ganghöhe beträgt 1 oder $^1/_2$ mm, die Schraubentrommel ist in 50 oder 100 Teile geteilt. Wir wollen eine Ganghöhe von $^1/_2$ mm und

eine Trommelteilung von 100 Teilen annehmen, dann ist 1 Skalenteil gleich 1/200 mm (1/2000 mm schätzen!). Auf toten Gang achten; immer die Einstellung von derselben Seite aus vornehmen; ist darüber hinaus gedreht, mindestens um $^1/_2$ mm zurückdrehen!

Ich stelle nun durch Drehen der Schraube das Fadenkreuz der Reihe nach auf 10 mm Striche ein und lese jedesmal die Stellung des Schraubenmikrometers ab. Aus den Ablesungen berechne ich die Grösse eines mm im Bilde, d. h. die Vergrösserung auf bekannte Weise (§ 1 B).

Ich messe dann den Abstand der Linsenfassung von der Skala, verschiebe die Linse um ca. $^1/_2$ m und messe jetzt wieder den Abstand. Die Differenz der Messungen ergibt die Verschiebung d.

Für diese neue Stellung bestimme ich wie oben die Vergrösserung.

Diese Methode ist auch verwendbar, wenn es sich um die Bestimmung der Brennweiten von Mikroskopobjektiven und -okularen handelt. Da die Vergrösserungen in der Regel nur klein sind, benutzt man als Objekt 3 im Abstande von etwa 3 cm auf Glas geklebte Papierkreise, deren Durchmesser ca. 3 cm beträgt. (Fig. 43.) Man stellt das Fadenkreuz der Fresnelschen Lupe auf die Enden der horizontalen Durchmesser ein, und berechnet aus den Ablesungen die Grösse der (angenähert gleichen) Stücke 1 — 3, 2 — 4, 3 — 5 und 4 — 6, aus denen man das Mittel nimmt. (Immer dieselbe Seite des Fadenkreuzes zur Einstellung benutzen!). Die wirkliche Grösse derselben bestimmt man, indem man eine in mm geteilte Glasskala auf das Objekt legt und die Länge der horizontalen Durchmesser auf derselben abliest (1/10 mm schätzen!); man berechnet daraus auch die Grösse der 4 oben genannten Stücke und nimmt aus diesen das Mittel.

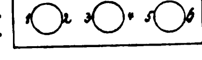


Fig. 43

Statt der Fresnelschen Lupe verwendet man wegen der Kleinheit des Bildes mit Vorteil ein Mikroskop

mit Mikrometerskala (wie wir dies schon bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls (§ 18), kennen gelernt haben). Man stellt auf dieser (genau wie mit der Fresnelschen Lupe) die Lagen der Endpunkte der horizontalen Durchmesser fest, berechnet daraus die obigen Intervalle in Skalenteilen des Mikrometers und nimmt aus diesen das Mittel. Die Umwertung in mm erfolgt genau so, wie in § 18 angegeben.

Im Übrigen ist genau so wie bei der Linse angegeben zu verfahren.

Beispiel.

Bikonvex Linse P. O. 22.

1. Stellung

Einstellung der Lupe.

a_1	$= 17{,}5 +$	$1/200$	$\cdot\, 61{,}0$	$= 17{,}805$	mm
a_2	$= 18{,}0 +$	„	$\cdot\, 4{,}0$	$= 18{,}020$	„
a_3	$=$	„	$\cdot\, 25{,}0$	$= 18{,}125$	„
a_4	$=$	„	$\cdot\, 71{,}4$	$= 18{,}357$	„
a_5	$= 18{,}5 +$	„	$\cdot\, 2{,}8$	$= 18{,}519$	„
a_6	$=$	„	$\cdot\, 36{,}1$	$= 18.681$	„
a_7	$=$	„	$\cdot\, 68{,}8$	$= 18{,}844$	„
a_8	$= 19{,}0 +$	„	$\cdot\, 5{,}2$	$= 19{,}026$	„
a_9	$=$	„	$\cdot\, 34{,}3$	$= 19{,}172$	„
a_{10}	$=$	„	$\cdot\, 71{,}2$	$= 19{,}356$	„

$a_6 - a_1 = 0{,}876$ mm
$a_7 - a_2 = 0{,}824$ „
$a_8 - a_3 = 0{,}901$ „
$a_9 - a_4 = 0{,}815$ „
$a_{10} - a_5 = 0{,}837$ „
Mittel: $= 0{,}850$ mm

$v = 0{,}850/5 = 0{,}1700.$

Entfernung Rand der Linsenfassung-Skala:
1. Stellung 191,2
Entfernung Rand der Linsenfassung-Skala:
2. Stellung 141,0
Verschiebung $d = 50{,}2$ cm.

2. Stellung.

Einstellung der Lupe.

$a_1 = 19,0 + 1/200 \cdot 45,2 = 19,226$ mm
$a_2 = 19,5 +$ „ $6,8 = 19,534$ „
$a_3 =$ „ $46,0 = 19,730$ „
$a_4 =$ „ $98,1 = 19,991$ „
$a_5 = 20,0 +$ „ $40,1 = 20,201$ „
$a_6 =$ „ $93,1 = 20,466$ „
$a_7 = 20,5 +$ „ $35,9 = 20,680$ „
$a_8 =$ „ $89,1 = 20,946$ „
$a_9 = 21,0 +$ „ $28,5 = 21,143$ „
$a_{10} =$ „ $82,2 = 21,411$ „

$a_6 - a_1 = 1,240$ mm
$a_7 - a_2 = 1,146$ „
$a_8 - a_3 = 1,216$ „
$a_9 - a_4 = 1,152$ „
$a_{10} - a_5 = 1,210$ „
Mittel $= 1,193$ mm

$v' = 1,193/5 = 0,2386$

$$f = \frac{d \cdot v \cdot v'}{v' - v} = \frac{50,2 \cdot 0,1700 \cdot 0,2386}{0,2386 - 0,1700} = 29,68 \text{ cm.}$$

2. Mikroskopobjektiv Nr. 1. Mikroskop von Hartmann.

Grösse des Objekts.

1 0,00 cm
2 3,42 „
3 6,68 „
4 10,07 „
5 13,37 „
6 16,81 „

3 — 1 = 6,68 cm
4 — 2 = 6,65 „
5 — 3 = 6,69 „
6 — 4 = 6,74 „
Mittel = 6,690 cm = 66,90 mm.

1. Stellung.

Einstellung der Lupe.

1 $14,0 + 1/200 \cdot 49,2 = 14,246$ mm
2 „ $12,2 = 14,061$ „
3 $13,5 +$ „ $64,8 = 13,824$ „
4 „ $20,9 = 13,605$ „
5 $13,0 +$ „ $74,9 = 13,375$ „
6 „ $25,0 = 13,125$ „

1 — 3 = 0,422 mm
2 — 4 = 0,456 „
3 — 5 = 0,449 „
4 — 6 = 0,480 „
Mittel = 0,452 mm

$v = 0,452/66,90 = 0,00676.$

Entfernung Objektiv-Objekt	1. Stellung	161,5	cm
„ „ „	2. „	109,8	„
	Verschiebung	d = 51,7	cm

2. Stellung.

Einstellung der Lupe.

1	12,0 + 1/200 · 85,7 = 12,429 mm		
2	„ 14,9 = 12,075 „	1 — 3 = 0,682 mm	
3	11,5 + „ 49,4 = 11,747 „	2 — 4 = 0,690 „	
4	11,0 + „ 77,0 = 11,385 „	3 — 5 = 0,665 „	
5	„ 16,3 = 11,082 „	4 — 6 = 0,685 „	
6	10,5 + „ 39,9 = 10,700 „	Mittel = 0,681 mm	

$$v' = 0{,}681/66{,}90 = 0{,}01020.$$

$$f = \frac{d \cdot v \cdot v'}{v' - v} = \frac{51{,}7 \cdot 0{,}00676 \cdot 0{,}01020}{0{,}01020 - 0{,}00676} = 1{,}034 \text{ cm.}$$

3. Okular Nr. 1. Mikroskop von Hartmann.

1. Stellung.

Einstellung der Lupe.

1	11,0 + 1/200 · 40,7 = 11,204 mm	
2	10,0 + „ 45,2 = 10,226 „	1 — 3 = 1,984
3	9,0 + „ 43,9 = 9,220 „	2 — 4 = 2,105
4	8,0 + „ 24,2 = 8,121 „	3 — 5 = 2,060
5	7,0 + „ 32,0 = 7,160 „	4 — 6 = 1,988
6	6,0 + „ 26,6 = 6,133 „	Mittel = 2,034

$$v = 2{,}034/66{,}90 = 0{,}0304.$$

Entfernung Okular-Objektiv	1. Stellung	141,0	cm
„ „ „	2. „	91,8	„
	Verschiebung	d = 49,2	cm

2. Stellung.

Einstellung der Lupe.

1	29,5 + 1/200 · 48,4 = 29,742	
2	27,5 + „ 81,0 = 27,905	1 — 3 = 3,176
3	26,5 + „ 13,2 = 26,566	2 — 4 = 3,091
4	24,5 + „ 62,7 = 24,814	3 — 5 = 3,054
5	23,5 + „ 2,4 = 23,512	4 — 6 = 3,134
6	21,5 + „ 35,9 = 21,680	Mittel = 3.114

$$v' = 3{,}114/66{,}90 = 0{,}0465.$$

$$f = \frac{d \cdot v \cdot v'}{v' - v} = \frac{49{,}2 \cdot 0{,}0304 \cdot 0{,}0465}{0{,}0465 - 0{,}0304} = 4{,}325 \text{ cm.}$$

---

§ 48. Mikroskopvergrösserung.

Ein Mikroskop besteht im Wesentlichen aus 2 von einander getrennten Linsen-Systemen (Objektiv und Okular). Jedes von diesen besteht in der Regel aus mehreren Linsen, die aber nur den Zweck haben, das Bild zu verbessern (namentlich die sphärische und chromatische Aberration aufzuheben), im Wesentlichen aber keine Änderung bedingen. Über Brennweite und Konstruktion des Bildes für ein gegebenes Objekt siehe § 45 und 46.

Die Brennweiten des Objektivs betragen in der Regel einige mm, die des Okulars einige cm. Das Objekt wird ein wenig ausserhalb der Objektivbrennweite gelegt. Ich konstruiere nun nach einer der bekannten Methoden das durch das Objektiv entworfene Bild. Das Okular wird soweit in den Tubus geschoben, das dieses innerhalb seiner Brennweite fällt, d. h. ich benutze das Okular als Lupe, um das Bild zu betrachten. Das durch das Okular entstehende Bild ist ein virtuelles; man wird dem Okular eine solche Lage geben, dass das von ihm entworfene Bild in die deutliche Sehweite (in der Regel 25 cm vom Auge entfernt) fällt. Die deutliche Sehweite ist die Entfernung vom Auge, in welcher ein normales Auge gewöhnliche Druckschrift am besten liest. An der Stelle, wo das durch das Objektiv entworfene Bild entsteht, kann man ein Fadenkreuz oder ein Skalenmikrometer anbringen.

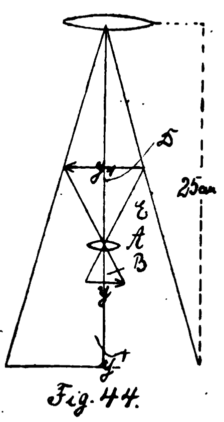


Fig. 44.

Zur Konstruktion (Fig. 44) sind hier nur die durch den Mittelpunkt gehenden Strahlen gezeichnet. Um das Bild des Objektes zu finden, ist dem am Fuss des Mikroskops befindlichen Spiegel eine solche Lage zu geben, dass das Gesichtsfeld hell wird. Durch Änderung des Abstandes des Mikroskops vom Objekt werde ich dieses dann deutlich sehen.

Unter der Vergrösserung versteht man die Grösse des von einem Gegenstand entworfenen Bildes, dividiert durch die Objektgrösse.

1. Methode.

Ich könnte die Vergrösserung bestimmen, wenn ich etwa als Objekt eine mm Skala nehme, 25 cm vom Auge entfernt eine zweite Skala aufstelle, und sehe, wieviel mm auf dieser das durch das Mikroskop von der ersten Skala entworfene Bild eines mm einnimmt. Die praktische Ausführung scheitert daran, dass das Mikroskop gewöhnlich nicht eine Höhe von 25 cm hat.

Ich bringe deswegen auf dem Okular unter 45° geneigt, einen kleinen Spiegel an, dessen Belegung in der Mitte fortgenommen ist. Stelle ich 25 cm seitlich von diesem eine Skala auf, so fällt das von dem Spiegel von ihr entworfene Bild nach unten und zwar gleichfalls in die deutliche Sehweite.

Ich stelle nun aber nicht eine Skala auf, sondern befestige an einem stabilen Klotz mit wenig Klebwachs oder ein paar Reiszwecken einen Streifen weissen Papiers, den ich gleichfalls im Spiegel erblicke. Durch die unbelegte Stelle des Spiegels sehe ich das unter dem Mikroskop liegende Objekt, am besten eine auf Glas geteilte 1/10 mm Skala. Mit einem gut angespitzten Bleistift fahre ich auf dem Papier längs einer Vertikalen entlang, im Spiegel sehe ich die Bleistiftspitze. Wenn diese scheinbar mit einem Strich der 1/10 mm-Skala koinzidiert, markiere ich ihre Stellung auf dem Papier durch einen Punkt und so fort, bis

ich möglichst 10 solcher Punkte erhalten habe. Auf das Papier lege ich nun eine auf Glas geteilte mm Skala (1/10 mm schätzen!), und lese die Lage der Punkte auf derselben ab. Nach § 1 B berechne ich dann die Grösse des Bildes eines 1/10 mm, die ich natürlich auch in 1/10 mm angeben muss. Diese Zahl ist die Vergrösserung.

Dieses Verfahren wird für verschiedene Objektive und Okulare durchgeführt.

Beispiel.

Mikroskop Nr. 1.
Objektiv 1. Okular 1.

Bildgrösse.

$a_1 = 8,5$
$a_2 = 14,5$
$a_3 = 20,8$
$a_4 = 27,6$
$a_5 = 34,4$
$a_6 = 41,5$
$a_7 = 49,0$
$a_8 = 56,0$
$a_9 = 63,5$
$a_{10} = 70,5$

$a_6 - a_1 = 33,0$
$a_7 - a_2 = 34,5$
$a_8 - a_3 = 35,2$
$a_9 - a_4 = 35,9$
$a_{10} - a_5 = 36,1$

Mittel $= 34,94$

Bildgrösse $34,94/5 = 6,99$ mm

$= 69,9 \cdot 1/10$ mm.

Vergrösserung $V = 70$.

Weiteres analog.

2. Methode.

Aus der reduzierten Tubuslänge.

Ich bezeichne die Brennweite des Objektivs mit f_1, die des Okulars mit f_2. Aus Fig. 42 folgt

$$\frac{y_1}{y} = \frac{AC}{AB}.$$

In erster Annäherung kann ich die Punkte B und C als mit dem Brennpunkte zusammenfallend annehmen; dann ist $AC = AD = AE + ED = ED + f_1$ und $AB = f_1$, also

$$\frac{y_1}{y} = \frac{T + f_1}{f_1}.$$

Da f_1 klein ist, so kann ich es gegen T vernachlässigen. Man nennt T (das ist der Abstand des hinteren Brennpunktes des Objektivs vom vorderen des Okulars) die reduzierte Tubuslänge.

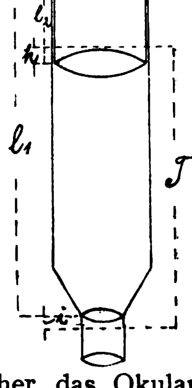
Bezeichne ich die deutliche Sehweite mit D, so gilt unter obiger Annahme

$$\frac{y'}{y_1} = \frac{D}{f_2},$$

also ist die Vergrösserung

$$v = \frac{y'}{y} = \frac{T \cdot D}{f_1 \cdot f_2}.$$

f_1 und f_2 bestimme ich nach der Abbeschen Methode (§ 47), D ist 25 cm. Ich muss also noch T bestimmen. Das bereitet insofern Schwierigkeiten, als Okular und Objektiv aus mehreren Linsen zusammengesetzt sind, bei denen die Brennpunkte meistens innerhalb des Systems liegen.



Nach Fig. 45 ist

$$T = l_1 - l_2 + k + i,$$

wo bedeutet l_1 die Rohrlänge des Mikroskops, l_2 die Länge des Okulars (beide werden mit einem mm Massstab gemessen, $^1/_{10}$ mm schätzen!). k bedeutet den Abstand des Brennpunktes von der unteren Okularfläche, i den Abstand des Brennpunktes von der oberen Objektivfläche. i und k bestimme ich auf folgende Weise:

Ich montiere Objektiv und nachher das Okular wie bei der Abbeschen Methode zur Bestimmung der Brennweite (§ 47) und lasse durch dieselben das Bild eines entfernt aufgestellten Gegenstandes (Fensterkreuz oder Landschaft) entwerfen. Die Entfernung muss so gross gewählt werden, dass sie gegenüber der Brennweite als unendlich gross angesehen werden kann, also mindestens zwei Meter betragen. Dann fällt das vom

Objektiv-System entworfene Bild praktisch in den Brennpunkt.

Auf die obere Fläche des Objektivs, resp. die untere des Okulars klebe ich mit ein wenig Klebwachs eine auf Glas geteilte Skala, die die geteilte Seite dem System zuwendet.

Auf einem Tisch mit Glasplatte [den ich einnivelliert habe (siehe § 19)] bringe ich ein Mikroskop an, das längs einer auf dem Tisch mit Klebwachs befestigten mm Teilung beweglich ist. Eine an dem Mikroskop angebrachte Papiermarke spielt über der Teilung (1/10 mm schätzen).

Ich stelle nun dieses Mikroskop so ein, dass ich einmal die Teilung auf der Glasskala, dann das in dem Brennpunkt liegende Bild sehe. Jede Einstellung wird dreimal gemacht und aus den Ablesungen das Mittel genommen. Die Differenz gibt die Verschiebung des Mikroskops, die gleich ist der Grösse i, resp. k.

Beispiel.

Mikroskop von Hartmann.

Objektiv 1, Okular 1.

§ 46	Objektiv Brennweite	$f_1 = 1{,}034$	cm
	Okular „	$f_2 = 4{,}335$	„
	Rohrlänge	$l_1 = 167{,}8$	mm
	Okularlänge	$l_2 = 46{,}0$	„

Bestimmung von k und i

Einstellung des Mikroskops

auf	Glasplatte	Bild	Glasplatte	Bild
	1,60 cm	1,54 cm	2,43 cm	1,38 cm
	1,58 „	1,54 „	2,45 „	1,36 „
	1,59 „	1,53 „	2,44 „	1,37 „
Mittel:	1,59 cm	1,54 cm	2,44 cm	1,37 cm

Diff. $k = -0{,}05\,\text{cm} = -0{,}5$ mm. $i = -1{,}07$ cm $= -10{,}7$ mm

$$T = l_1 - l_2 + k + i$$
$$= 167{,}8 - 46{,}0 - 0{,}5 - 10{,}7 = 110{,}6\ \text{mm} = 11{,}06\ \text{cm}$$
$$v = \frac{T \cdot D}{f_1 \cdot f_2} = \frac{11{,}06 \cdot 25}{1{,}034 \cdot 4{,}325} = 61{,}8$$
$$v = 62.$$

---

§ 49. Numerische Apertur.

Unter der numerischen Apertur a eines Mikroskops (über die Konstruktion derselben siehe § 48) versteht man das Produkt $n \cdot \sin u$, wo u der Winkel ist, den die äussersten von einem deutlich gesehenen Axenpunkt ausgehenden in das Objektiv gelangenden Strahlen mit der Axe bilden, und n der Brechungsindex des zwischen Objekt und Objektiv gelegenen Mediums, in der Regel Luft ($n = 1$).

Dabei versteht man unter dem Brechungsindex das nach dem Snelliusschen Gesetz konstante Verhältnis des Sinus des Einfallswinkels α (Winkel, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslot bildet) zu dem Sinus des Brechungswinkels β (Winkel, welchen der gebrochene Strahl mit dem Lot bildet). n ist also definiert durch die Gleichung

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

Dabei ist n der Brechungsindex beim Übergang von Medium 1, in dem der Strahl einfällt, zum Medium 2, in dem der gebrochene Strahl weitergeht. Beim Übergang von Medium 2 nach 1 ist der Brechungsindex gleich $1/n$. Gewöhnlich versteht man unter dem Brechungsindex eines Mediums den beim Übergang von Luft (genauer Vakuum) in das Medium.

Nach dem Snelliusschen Gesetz liegen ferner einfallender und gebrochener Strahl und Einfallslot in einer Ebene. Aus dem Gesetz folgt, dass es zu jedem Winkel α von 0^0 bis 90^0 einen zugehörigen Winkel β gibt, da $n > 1$ ist. Es gibt aber nicht zu jedem Winkel

β einen Winkel α, d. h. wenn ich den Strahl aus einem Medium in Luft treten lasse, so wird er zunächst vom Einfallslot weggebrochen, bis für einen bestimmten Wert von β $\alpha = 90^0$ wird (streifender Austritt).

Dieser Wert von β (β') bestimmt sich aus der Gleichung

$$n = \frac{1}{\sin \beta'}, \quad \sin \beta' = \frac{1}{n}.$$

Wächst β noch weiter, so tritt der Strahl überhaupt nicht mehr in die Luft aus, sondern wird in das Medium zurückreflektiert. Während im Allgemeinen von jedem einfallenden Licht ein Teil reflektiert und ein Teil in das andere Medium hineingebrochen wird, wird hier alles Licht reflektiert. Man bezeichnet diese Erscheinung als totale Reflektion und β' als den Grenzwinkel derselben. Der Wert von β' ist abhängig vom Brechungsindex des Mediums.

Bringe ich zwischen Objekt und Objektiv eine Flüssigkeit von hohem Brechungsindex (Wasser 1,33, Cedernholzöl 1,5, Bromnaphtalin 1,66), so erhalte ich ein Immersionssystem. Dieses hat gegenüber dem Trockensystem eine n fach grössere numerische Apertur.

Die numerische Apertur spielt insofern eine Rolle, als sie massgebend ist für das kleinste noch durch das Mikroskop wahrnehmbare Objekt. Dessen Grösse bestimmt sich aus der (hier nicht ableitbaren) Gleichung

$$e = \frac{\lambda}{a},$$

wo λ die Wellenlänge des verwendeten Lichts bedeutet.

Für Trockensysteme ist im günstigsten Fall $u = 90^0$, $\sin u = 1$, $n = 1$, also $a = 1$ und $e = \lambda$. Im weissen Licht (mittlere Wellenlänge $= 5 \cdot 10^{-4}$ mm) sind also noch Objekte von der Grösse $5 \cdot 10^{-4}$ mm wahrzunehmen.

Durch Verwendung von violettem Licht ($\lambda = 4 \cdot 10^{-4}$ mm) und Immersionssystem ($n = 1{,}66$) erhält man im günstigsten Fall

$$e = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{1{,}66} = 2{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ mm}.$$

Diese Beziehungen gelten nur bei senkrechter Beleuchtung. Bei schiefer Beleuchtung kann man Objekte wahrnehmen, deren Grösse nur die Hälfte der obigen ist, also $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ mm beträgt.

Auf photographischem Wege sind in Mikroskopen, deren Linsen aus Quarz bestehen und die das Ultraviolett der Wellenlänge $2 \cdot 10^{-4}$ mm durchlassen, bei schiefer Beleuchtung Körper der Grösse $0{,}6 \cdot 10^{-4}$ mm zu erkennen.

Sei (Fig. 46) A der deutlich gesehene Axenpunkt; die Strahlen, welche noch zur Wirksamkeit gelangen, sind die von A nach dem Objektivrand CD gezogenen, die sich nach der Brechung wieder in einem Punkt B schneiden.

Fig 46

Stelle ich jetzt in der Verlängerung von CA, in E, eine brennende Kerze auf, so gehen die von E ausgehenden äussersten Strahlen in der Richtung EC und ED und nach der Brechung in der Richtung CB und DG, ich sehe also grade das halbe Gesichtsfeld erleuchtet. Würde ich den Punkt E weiter seitlich wählen, in der Stellung E', so würde E'C nach der Brechung in der Richtung CF weiter gehen, also nicht mehr das halbe Gesichtsfeld erleuchtet sein.

Ausführung des Versuchs.

1. Ich verschiebe vor dem horizontal aufgestellten Mikroskop senkrecht zur Richtung desselben eine brennende Kerze solange, bis das halbe Gesichtsfeld erleuchtet ist. Die von dieser Stellung zum Objektiv hinzielenden Strahlen bilden mit der Axe denselben Winkel u, welchen die äussersten von A ausgehenden noch zur Wirksamkeit gelangenden Strahlen mit der Axe bilden. Ich ersetze dabei die Richtung EC durch die Richtung EM, was in erster Annäherung gestattet.

Ebenso verfahre ich mit einer zweiten Kerze, die ich auf derselben Graden auf der anderen Seite des Mikroskops verschiebe.

Ist der halbe Abstand der beiden Kerzen gleich A, das Mittel der Entfernungen beider vom Objektiv gleich B, so ist $\sin u = A/B$ und also da $n = 1$,

$$a = A/B.$$

Die Messungen sind in 2 bis 3 verschiedenen Entfernungen vom Mikroskop anzustellen.

2. Ich könnte den Winkel u direkt messen, wenn ich unter das Objektiv einen Halbzylinder aus Glas legte, auf dem eine Winkelteilung angebracht wäre. Das ist wegen der Konstruktion des Mikroskops nicht möglich. Man schleift deswegen unter 45^0 an denselben eine Facette an und erlangt dadurch die Möglichkeit, den Zylinder auf der Kreisfläche unter das Mikroskop legen zu können. Im Zentrum des Kreises befindet sich ein kreisförmiger Silberbelag, der nur in der Mitte weggenommen ist. Längs des Kreisumfangs lassen sich 2 Indices aus geschwärztem Messing verschieben (Apertometer).

Man stellt das Mikroskop so ein, dass man diesen Silberring deutlich sieht. Nach dem Herausnehmen des Okulars sieht man die Indices, die man so lange verschiebt, bis sie an der Grenze des Gesichtsfeldes liegen, und zwar mache ich die Drehung einmal in dem einen, dann in dem anderen Sinne (mindestens 4 Ablesungen, aus denen das Mittel zu nehmen ist; aus den beiden Mitteln wird wieder das Mittel genommen). Die Ablesungen ergeben entweder direkt den Winkel u (daraus $a = n \cdot \sin u$) oder auf der zweiten Teilung direkt die numerische Apertur a.

Beispiel. (*1. Methode.*)

1. Entfernung der Kerzen 7,6 cm, A = 3,80 cm
   „ „ ersten Kerze v. Mikroskop 22,7 „
   „ „ zweiten „ „ „ 22,9 „
   Mittel B = 22,80 cm

$$a = n \cdot \sin u = 1 \cdot A/B = 3{,}80/22{,}80 = 0{,}167.$$

2. Entfernung der Kerzen 10,9 cm $A = 5,45$ cm
„ „ ersten Kerze v. Mikroskop 33,9 „
„ „ zweiten „ „ „ 33,7 „
Mittel $B = 33,80$ cm

$$a = 5,45/33,80 = 0,161.$$

Mittel: $a = 0,164.$

---

§ 50. Fernrohr-Vergrösserung.

Ein Fernrohr besteht im Wesentlichen aus zwei von einander getrennten Linsensystemen (Objektiv und Okular). Jedes von diesen besteht in der Regel aus mehreren Linsen, die aber nur den Zweck haben, das Bild zu verbessern, (namentlich die sphärische und chromatische Aberration zu heben), im Wesentlichen aber keine Änderung bedingen. Über Brennweite und Konstruktion des Bildes für ein gegebenes Objekt siehe § 45 und 46.

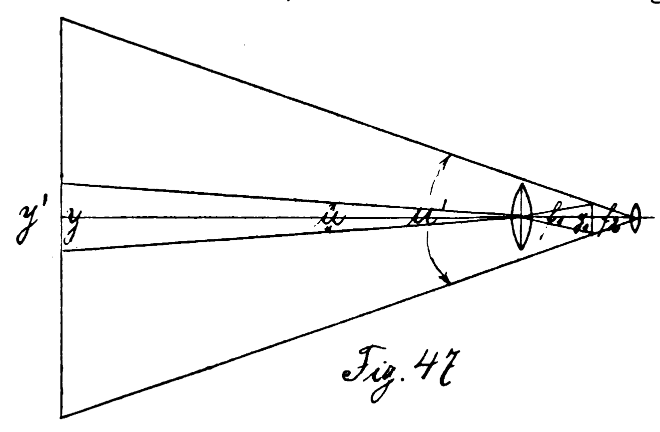
Wir wollen ein astronomisches Fernrohr betrachten (das Galileische oder Operngias unterscheidet sich von demselben nur dadurch, dass sein Okular aus einem Zerstreuungssystem besteht).

Die Brennweite des Okulars beträgt einige cm, die des Objektivs einige dcm. Der Abstand der beiden Systeme wird so reguliert, dass der hintere Brennpunkt des Objektivs und der vordere des Okulars zusammenfallen. Das Objekt liegt in der Regel im Unendlichen oder angenähert unendlich entfernt. Die von ihm ausgehenden Strahlen verlaufen also parallel zur Axe. Das von dem Objektiv entworfene Bild entsteht im Brennpunkt, ist umgekehrt und verkleinert. An dieser Stelle ist das Fadenkreuz anzubringen. Würde es nun ein wenig innerhalb der Brennweite des Okulars fallen, so würde dieses wie beim Mikroskop (§ 48) als Lupe wirken, und von dem Bilde ein umgekehrt bleibendes vergrössertes virtuelles Bild entwerfen. Dieses rückt um so weiter, je näher der Brennpunkt

des Okulars an das Bild heranfällt; fallen beide zusammen, so rückt auch das Bild ins Unendliche.

Um die Bilder konstruieren zu können, nehme ich endliche Lage des Objekts an. (Die unendliche Lage stellt nur den Grenzfall dar, wenn das Objekt immer weiter vom Fernrohr wegrückt). Ich kann nun die Vergrösserung (Bildgrösse/Objektgrösse) gerade wie beim Mikroskop (§ 48) bestimmen, durch Ausmessen der Grösse eines von einem entfernten Objekt (dem Teilung) entworfenen Bildes.

Zu dem Zwecke stelle ich in grosser Entfernung vom Fernrohr (5 — 10 m, die praktisch als unendlich anzusehen sind) einem in dcm geteilten Stab auf, stelle das Fernrohr so ein, dass ein scharfes Bild von demselben entworfen wird, schaue mit dem einen Auge



durch das Fernrohr, mit dem andern an demselben vorbei und sehe, welche Strecke (in dcm gemessen) das Bild auf dem Massstabe einnimmt. Die gefundene Zahl stellt die Vergrösserung dar.

Diese Methode ist nicht sehr genau, da ich mit dem Objekt nicht in unendliche Entfernung gehen kann. Um eine genaue Bestimmung zu ermöglichen, gehe ich von der folgenden Überlegung aus.

Wie aus der Fig. 47 folgt, ist, falls ich die Bildgrösse mit y', die Objektgrösse mit y bezeichne

$$v = \frac{y'}{y} = \frac{tg\,u'}{tg\,u}.$$

Da u' und u wegen der unendlichen Entfernung kleine Winkel sind, verhalten sich die tg wie die Winkel. Es ist also

$$v = \frac{y'}{y} = \frac{u'}{u}.$$

Den Winkel u' kann ich (da die Fernrohrlänge gegenüber der unendlichen Länge nicht in Betracht kommt) ersetzen durch den Winkel, unter dem das Objekt dem Auge erscheint, ich kann also auch die Vergrösserung definieren als das Verhältnis der Winkel, unter dem das durch das Fernrohr gesehene Objekt erscheint zu dem Winkel, unter dem das Objekt dem blossen Auge erscheint. Darauf beruht die Gauss'sche Methode, die auf der Messung dieser Winkel basiert.

Ich stelle das Fernrohr zunächst auf unendlich ein, d. h. so, dass es von einem weit entfernten Gegenstand (Stern, Kirchturm etc.) ein deutliches Bild liefert. Wir wollen bei dieser Gelegenheit den Begriff der Parallaxe erörtern. Stelle ich zwei Gegenstände in verschiedener Entfernung vom Auge auf, so werden sie bei einer bestimmten Stellung des Auges sich decken, bei einer Verschiebung desselben jedoch nicht mehr. Man nennt diese Erscheinung Parallaxe. Soll dieselbe für jede Augenstellung verschwinden, so müssen beide Gegenstände zusammen fallen. Soll z. B. das Fadenkreuz gegen das durch das Fernrohr gesehene Objekt keine Parallaxe haben, so muss es an der Stelle liegen, wo das vom Objektiv entworfene Bild entsteht, d. h. in den beiden zusammenfallenden Brennpunkten. Verschiebt sich also das Fadenkreuz gegen das Objekt bei Bewegung des Auges, so muss ich die Lage des Okulars ändern. (Ist das Fadenkreuz nicht scharf, so ändere ich zuvor die Lage der vorderen Okularlinse.) Das Fernrohr wird dann horizontal in

ein Stativ gefasst, sodass es dem Auge des Beobachters das Objektiv zuwendet. Vor demselben wird ein Theodolit (§ 45) gestellt, in 1 bis 2 m Entfernung vom Fernrohrokular eine in mm geteilte Skala. Mittelpunkt derselben, Fernrohraxe und Axe des Theodolitfernrohres müssen in einer Graden und in gleicher Höhe liegen. Ich stelle das Theodolitfernrohr so ein, dass ich ein deutliches Bild der Skala erhalte. Fadenkreuz und Skala dürfen keine Parallaxe gegeneinander zeigen. Der vom Mittelpunkt ausgehende Strahl geht ungebrochen hindurch und trifft das Fadenkreuz des Theodoliten (d. h. ich verschiebe die Skala so lange, bis dies der Fall ist) (Fig. 48).

Ein von einem seitlichen Punkt der Skala kommender, mit der Axe den Winkel u' bildender Strahl, verlässt das Fernrohr unter einem Winkel u. Damit er wieder

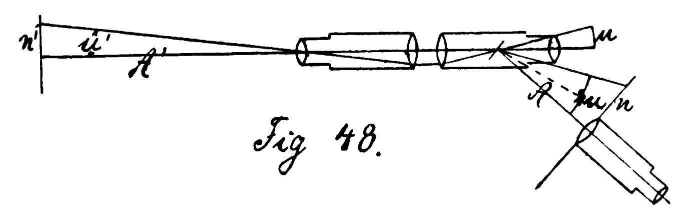


Fig 48.

das Fadenkreuz des Theodolitfernrohrs trifft, muss ich dieses um den gleichen Winkel u drehen. Da nun die Vergrösserung $v = u'/u$, kann ich durch Messung dieser beiden Winkel die Vergrösserung bestimmen.

Messung des Winkels u. Dieselbe erfolgt entweder mit der an dem Theodoliten angebrachten Teilung (§ 45) oder (meist) genauer auf folgende Weise: Mit ein wenig Klebwachs befestige ich auf dem Theodolitfernrohr in der Verlängerung der vertikalen Drehachse, parallel zu dieser einen Spiegel und stelle auf denselben ein Fernrohr mit Skala ein (§ 6), sodass der Skalenteil 50 mit dem Fadenkreuz koinzidiert. Dreht sich jetzt das Theodolitfernrohr und damit der Spiegel um den Winkel u, so dreht sich die Spiegelnormale um den Winkel u und der reflektierte Strahl noch-

mals um den Winkel u, im Ganzen also um den Winkel 2 u. Koinzidiert jetzt das Fadenkreuz mit einem Skalenteil, der von den ersten um n Skalenteile absteht ($^1/_{10}$ kleine Skt. schätzen!) und ist A der Abstand der Skala vom Spiegel, gemessen in Skalenteilen, so ist

$$\operatorname{tg} 2u = \frac{n}{A},$$

woraus sich der Winkel u bestimmt.

Analog bestimmt sich der Winkel u' aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} u' = \frac{n'}{A'},$$

wo A' der Abstand der auf den Tisch aufgestellten Skala vom Fernrohrokular und n' der Abstand des gesehenen mm-Striches vom mittleren ist (A' und n' sind in derselben Einheit zu messen, wie auch A und n; am besten beide in cm).

Praktisch verfahre ich so: Ich stelle die Skala so ein, dass ihre Mitte (bei einer Skala von 1 m Länge der Strich 50,00 cm) mit dem Fadenkreuz des Theodolitfernrohres koinzidiert. Der andere Beobachter liest auf der Fernrohrskala die Stellung des Theodoliten (das Fernrohr wird so aufgestellt, dass sich möglichst die Ablesung 50,00 ergibt) resp. die Einstellung des Theodoliten auf der an ihm angebrachten Skala an beiden Nonien ab. Der Theodolit wird dann so gedreht, dass die Skalenteile 55,00, 60,00, ... 45,00, 40,00, ... mit dem Fadenkreuz koinzidieren. Bei jeder Einstellung wird auch die des Theodoliten abgelesen. Aus den korrespondierenden Ablesungen ist das Mittel zu nehmen. Es gilt dann

$$\operatorname{tg} u_1' = \frac{5}{A'}, \quad \operatorname{tg} u_2' = \frac{10}{A'}, \ldots.$$

und $$\operatorname{tg} 2u_1 = \frac{n_1}{A}, \quad \operatorname{tg} 2u_2 = \frac{n_2}{A}, \ldots.$$

Die Strecken A und A' werden mit dem Bandmass gemessen (mm schätzen!).

Dritte Methode.

Es sei die Grösse des Objektes y, die des vom Objektiv entworfenen Bildes y_1, die des vom Fernrohr entworfenen Bildes y', die Brennweite des Objektivs f_1, die des Okulars f_2; der (sehr grosse) Abstand des Objekts vom Fernrohr (der mit dem vom Auge als identisch angesehen werden kann) L; das ist auch der Abstand des Bildes vom Auge.

Es ist dann (Fig. 48)

$$\frac{y_1}{y} = \frac{f_1}{L} \text{ und } \frac{y'}{y_1} = \frac{L}{f_2}, \qquad \text{also}$$

$$v = \frac{y'}{y} = \frac{f_1}{f_2}.$$

Es ist also die Fernrohrvergrösserung gleich der Objektiv- durch die Okularbrennweite.

Von einem auf unendlich eingestellten Fernrohr schraube ich das Objektiv ab und bringe an seine Stelle mit ein wenig Klebwachs eine auf Glas geteilte mm-Skala, die geteilte Seite dem Okular zugewendet. Wie bei der Abbeschen Methode der Brennweitenbestimmung (§ 47) angegeben, bestimme ich die durch das Okular bewirkte Vergrösserung v' für diese Stellung der Skala. Entsteht das von diesem entworfene Bild (in der Entfernung b, so gilt nach der Linsenformel $1/a + 1/b = 1/F$) (Fig. 49).

Fig. 49.

$$\frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2}.$$

Nun ist
$$v' = \frac{\text{Bildgrösse}}{\text{Objektgrösse}} = \frac{b}{f_1 + f_2}, \qquad \text{also}$$

$$b = (f_1 + f_2)\, v'.$$

Es wird folglich

$$\frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{v'(f_1 + f_2)} = \frac{1}{f_2} \qquad \text{oder}$$

$$(1 + v') f_2 = v' (f_1 + f_2)$$ oder

$$v' = \frac{f_2}{f_1}$$ und folglich

$$v = 1/v'.$$

Es ist also die Fernrohrvergrösserung gleich dem reziproken Wert der so bestimmten Vergrösserung des Okulars.

Beispiel.

Fernrohr von Zeiss.

1. Methode.

Das Bild von $^1/_2$ dcm = 5 cm reichte von 0,0 bis 60,0 cm. Also die Vergrösserung

$$v = \frac{60}{5} = 12{,}0.$$

2. Methode (nach Gauss).

Einstellung des Theodoliten auf		Mitt. d. Diff. gegen die 1. Beob.	Ablesungen auf der Fernrohrskala		Mitt. d. Diff. gegen die 1. Beob.
50,00	50,00	n'	50,09	50,09	n
55,00	45,00	5,00 cm	48,59	51,66	1,54 cm
60,00	40,00	10,00 „	47,12	53,10	2,99 „
65,00	35,00	15,00 „	45,58	54,58	4,50 „
70,00	30,00	20,00 „	44,20	56,08	5,94 „

Abstand Spiegel-Skala A = 231,2 cm
„ Fernrohr „ A' = 128,1 „

$u_1' = 2^0\ 14'\ 6{,}9'' = 8046{,}9''$
$u_2' = 4^0\ 27'\ 49{,}3'' = 16069{,}3''$
$u_3' = 6^0\ 40'\ 43{,}4'' = 24043{,}4''$
$u_4' = 8^0\ 52'\ 26{,}1'' = 31946{,}1''$

		v
$u_1 = {}^1/_2 \cdot 0^0\ 22'\ 54{,}0'' = {}^1/_2 \cdot 1374{,}0''$	$= 687{,}0''$	11,71
$u_2 = {}^1/_2 \cdot 0^0\ 44'\ 27{,}5'' = {}^1/_2 \cdot 2667{,}5''$	$= 1333{,}8''$	12,04
$u_3 = {}^1/_2 \cdot 1^0\ 6'\ 54{,}2'' = {}^1/_2 \cdot 4014{,}2''$	$= 2007{,}1''$	11,98
$u_4 = {}^1/_2 \cdot 1^0\ 28'\ 18{,}3'' = {}^1/_2 \cdot 5298{,}3''$	$= 2649{,}2''$	12,06
	Mittel	11,95

Ber. aus $\operatorname{tg} u' = \frac{n'}{A'}$, Ber. aus $\operatorname{tg} 2u = \frac{n}{A}$, Ber. aus $v = \frac{u'}{u}$.

Fernrohrvergrösserung $v = 11{,}95 \backsim 12{,}0$.

3. Methode.

Einstellung der Fresnelschen Lupe.

18,5 + 1/200 · 24,8	= 18,624 mm	= a_1		Über die Berechnung siehe § 1 B.
41,5	708 „	= a_2		
58,2	791 „	= a_3		$a_6 - a_1 = 0{,}416$
74,2	871 „	= a_4		$a_7 - a_2 = 0{,}417$
91,5	958 „	= a_5		$a_8 - a_3 = 0{,}416$
19,0 + 1/200 · 08,0	19,040 „	= a_6		$a_9 - a_4 = 0{,}421$
25,0	125 „	= a_7		$a_{10} - a_5 = 0{,}415$
41,3	207 „	= a_8		Mittel = 0,417 mm
58,4	292 „	= a_9		
74,6	373 „	= a_{10}		$v' = 0{,}417/5 = 0{,}0803$

Fernrohrvergrösserung $v = 1/v' = \frac{5}{0{,}417} = 11{,}99 \backsim 12{,}0$.

---

§ 51. Brechungsindex mit dem Spektrometer.

Über Brechungsindex siehe § 49.

Die zu untersuchenden Körper müssen in Prismenform gegeben sein; Flüssigkeiten werden in Hohlprismen gefüllt.

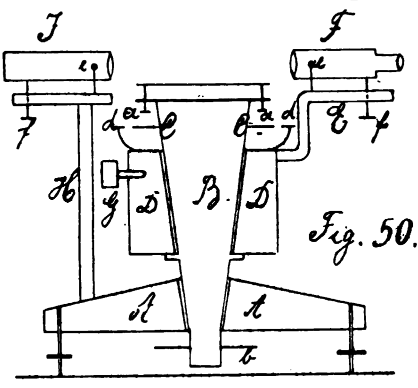


Fig. 50.

Das Spektrometer dient zur Messung von Winkeln. Auf einer starken Grundplatte (Fig. 50) steht vertikal in derselben gelagert, eine nach unten konische Axe B, die oben eine Tischplatte trägt; durch diese gehen 3 Schrauben a, auf deren Enden eine zweite Platte, der eigentliche

Prismenträger, gegen die erste beweglich, aufliegt. Die Axe ist durch ein kleines Handrad b (unten) drehbar. Mit dieser Axe ist fest verbunden die Kreisteilung C.

Um diese Axe ist ein konisch ausgebohrter Zylinder D drehbar; derselbe trägt die Nonien d, die bei kleinen Instrumenten Minuten, bei grösseren in der Regel 10 Sekunden abzulesen gestatten. Er trägt ferner den Arm E, auf dem das Fernrohr F montiert ist; beide sind durch das Gegengewicht G ausbalanciert, sodass die Axe keinen seitlichen Druck oder Zug erleidet. Fest auf dem Fussgestell ist der Träger H mit dem Kollimatorrohr I montiert.

Kollimator und Fernrohr liegen mit ihren vorderen Enden in den Lagern e, und sind in diesen mit Hilfe der Schrauben f verstellbar. Fernrohr und Tisch sind nach Anziehen einer Schraube durch Mikrometerschraube drehbar. Der Praktikant stelle zunächst fest, welche Schraube die Fernrohr- und welche die Tischdrehung bewirkt.

Das Fernrohr ist ein astronomisches mit Fadenkreuz; häufig besitzt es ein Gausssches Okular. Dieses enthält (ausser den Linsen) einen gegen die Axe unter 45^0 geneigten unbelegten Spiegel und demselben gegenüber in der Wand eine Öffnung, damit man durch denselben das Licht einer seitlich aufgestellten Flamme in das Fernrohr werfen kann.

Der Kollimator besitzt am vorderen Ende eine Linse, in deren Brennpunkt sich der Spalt befindet, dessen Weite durch eine Schraube regulierbar ist. Der Spalt lässt sich im Kollimatorrohr verschieben. Vor den Spalt wird die Lichtquelle (Bunsenflamme mit Glasstab, die homogenes gelbes Natriumlicht liefert) gestellt.

Das von dem Spalt kommende Licht passiert das auf dem Tisch aufgestellte Prisma. Dieses liefert von einem Gegenstand, dem erleuchteten Spalt, nur dann ein deutliches Bild, wenn der Gegenstand im Unendlichen liegt. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn wir

den Spalt in den Brennpunkt der Kollimatorlinse stellen (weil dann die Strahlen parallel austreten). Von diesem soll nun das Fernrohr ein scharfes Bild liefern, es muss also auf Unendlich eingestellt sein (§ 50). Nun ist es aber schwer, den Brennpunkt einer Linse mit genügender Genauigkeit zu bestimmen. Wir verfahren deshalb in praxi umgekehrt. Wir stellen das Fernrohr zunächst auf Unendlich ein, stellen dann seine Axe in die Verlängerung der Kollimatoraxe und verschieben den Spalt so lange, bis er scharf und parallaxenfrei gegen das Fadenkreuz (das gleichfalls scharf erscheinen muss) erscheint. Dann steht der Spalt im Brennpunkt der Linse, das Prisma wird also scharfe Bilder liefern.

Ehe ich das Spektrometer aber zur Messung verwende, muss ich noch weitere Einstellungen an demselben korrigieren. Die Winkelmessungen erfolgen durch Drehen des Fernrohrs. Ich erhalte nur dann einen richtigen Wert für den Winkel, wenn sowohl die beiden Flächen deren Winkel gemessen werden soll, parallel zur Drehaxe, als auch die Fernrohraxe senkrecht zu derselben steht.

Um Letzteres zu ermöglichen, stelle ich auf das Tischchen, in einen Kork gefasst, eine dünne planparallele Platte vertikal auf, sodass ihre Fläche parallel zur Verbindungslinie zweier der Schrauben a steht. Durch das Gausssche Okular (wenn ein solches nicht vorhanden, befestige ich vor dem Okular mit ein wenig Klebwachs unter 45° einen unbelegten Spiegel) werfe ich das Licht eines seitlich in gleicher Höhe aufgestellten Schnittbrenners in das Fernrohr. Ich muss das Okular so drehen und die Flamme so verschieben, dass das Gesichtsfeld gleichmässig erleuchtet ist. Durch Drehen des Tisches stelle ich die Platte mit ihrer horizontalen Kante angenähert senkrecht zur Fernrohraxe. Falls nun die Platte auch mit ihrer vertikalen Kante senkrecht zu derselben steht, werden sich das Fadenkreuz und sein durch die Platte erzeugtes Spiegelbild decken. Ist dies nicht der Fall, so ändere ich

die Neigung der Platte durch Drehen der dritten Schraube a_3.

Sollte das Spiegelbild absolut nicht zu finden sein, so kann ich folgendermassen zum Ziel kommen. Ich drehe das Tischchen so lange, bis das von der Flamme kommende Licht an der Platte reflektiert wird und in das Fernrohr gelangt; durch die Schraube a_3 gibt man dann der Platte eine solche Neigung, dass das Gesichtsfeld gleichmässig erleuchtet ist. Man dreht dann in die erste Stellung (horizontale Kante senkrecht zur Fernrohraxe) zurück und wird nun, falls das Fernrohr ordentlich auf Unendlich eingestellt war, leicht das Spiegelbild des Fadenkreuzes finden. (Man kann ein Objekt und sein Spiegelbild nur dann durch ein Fernrohr zugleich deutlich sehen, wenn beide im Unendlichen liegen, d. h. wenn von beiden die Lichtstrahlen parallel ausgehen). Andernfalls ist die Einstellung auf Unendlich zu kontrollieren.

Habe ich das Spiegelbild gefunden, so bringe ich es durch a_3 mit dem Fadenkreuz zur Deckung. Drehe ich dann die Platte um 180°, so werden sich im allgemeinen Spiegelbild und Fadenkreuz nicht mehr decken (wenn nicht gerade die Platte parallel zur Axe gestanden hat), sondern etwas gegen einander verschoben sein. Sei (Fig. 51) A die Richtung der Axe, B die Richtung der Platte in der ersten Stellung (vor der Drehung um 180°); senkrecht zu derselben steht die Fernrohraxe C. Durch Drehung um 180° geht die Platte in die Lage B' über. Das von C kommende Licht wird in der Richtung C' reflektiert, gelangt also nicht mehr auf das Fadenkreuz zurück. Wenn ich jetzt die Hälfte des Fehlers durch Neigen der Platte (Schraube a_3) und die andere Hälfte durch Neigen des Fernrohrs (Schraube f) fortschaffe, so decken sich nun Fadenkreuz und Spiegelbild und es steht ferner die Platte parallel zur Axe, das Fernrohr senkrecht zu derselben.

Fig. 51.

Dies Verfahren wird solange wiederholt, bis sich auch nach einer Drehung von 180° Fadenkreuz und Spiegelbild decken.

Man stellt dann noch die Kollimatoraxe in die Richtung der Fernrohraxe, indem man den Schnittbrenner vor den Spalt stellt, den halben Spalt abdeckt (durch ein kleines Prisma, welches sich vor den Spalt schlagen lässt) und durch die Schraube f den Kollimator so einstellt, dass die Trennungslinie der hellen und dunkeln Spalthälfte in den Schnittpunkt des Fadenkreuzes fällt. An dem Fernrohr darf zu diesem Zweck selbstverständlich nichts geändert werden.

Jetzt stellen wir das Prisma auf den Tisch (Fig. 52) und zwar so, dass seine eine Kante senkrecht steht zur Verbindungslinie der beiden Schrauben a_1 und a_2. Wir müssen jetzt seine Flächen parallel zur Drehaxe stellen. Dazu drehe ich das Fernrohr so, dass es mit dem Kollimator einen Winkel von ca. 60° bildet, und beleuchte den Spalt durch den Schnittbrenner. Ich drehe dann das Tischchen so, dass das von der Fläche a reflektierte Licht in das Fernrohr gelangt. Steht die Prismenfläche parallel zur Axe, so muss jetzt auch wieder die Trennungslinie der hellen und dunklen Spalthälfte in den Schnittpunkt des Fadenkreuzes fallen. Ist dies nicht der Fall, so wird diese Einstellung durch Drehen einer der beiden Schrauben a_1 oder a_2 bewirkt. Ich drehe dann den Tisch so, dass die Fläche b in das Fernrohr reflektiert; ihre Neigung ändere ich durch die Schraube a_3, wodurch die Neigung der Fläche a nicht geändert wird (dies ist der Grund für die oben angegebene Einstellung des Prismas). Ehe ich diese Einstellung ausführe, überzeuge ich mich, ob das Prisma oder Fernrohr eine solche Stellung hat, dass es überhaupt möglich ist, dass das von a und b reflektierte Licht in das Fernrohr gelangt, evtl. ist dem Fernrohr oder Prisma eine

a_1 a_3 a a_2

Fig. 52.

andere Stellung zu geben, doch immer so, dass seine eine Kante senkrecht zur Verbindungslinie zweier Schrauben steht.

Nach Einstellung der Fläche b wird wieder die Fläche a kontrolliert u. s. f., bis bei der Reflexion an beiden Flächen die Trennungslinie der hellen und dunklen Spalthälfte in den Schnittpunkt des Fadenkreuzes fällt.

Jetzt können wir mit der Messung beginnen.

Ein Lichtstrahl wird durch das Prisma gebrochen und abgelenkt. Wir wollen die Grösse der Ablenkung bestimmen. Es sei (Fig. 53) ABC ein Hauptschnitt des Prismas, d. h. ein Schnitt senkrecht zur brechenden Kante. Der Strahl LE falle unter dem Winkel α (gegen das Einfallslot EG ein), werde in die Richtung EF gebrochen, die mit den Einfallsloten EG und FH die Winkel β und β' bildet, und bilde nach dem Austritt aus dem Prisma, wobei er wieder eine Brechung erleidet, mit dem Einfallslot FO den Winkel α'. K ist der Schnittpunkt der Einfallslote, D der des ein- und austretenden Strahls. Winkel ODI stellt die Ablenkung dar, welche der Strahl erfährt; der brechende Winkel des Prismas sei mit ϱ bezeichnet.

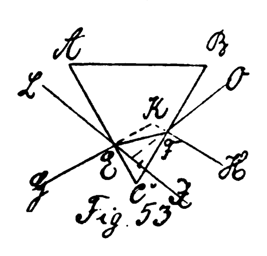


Fig. 53

Es ist $\varrho + FEC + CEF = 180^0$ oder

$$\varrho + 90^0 - \beta + 90^0 - \beta' = 180^0$$ oder

$$(1) \quad \varrho = \beta + \beta'.$$

Ferner ist
$$d = DEF + FED$$
$$= \alpha - \beta + \alpha' - \beta'.$$
$$(2) \quad d = \alpha + \alpha' - \varrho.$$

Wir wollen nun untersuchen, wann die Ablenkung d ein Minimum wird. Da ϱ konstant ist, hängt d nur ab von $\alpha + \alpha'$. Wir müssen deshalb untersuchen, wann diese Grösse ihren kleinsten Wert erreicht.

Nach dem Snelliusschen Brechungsgesetz ist (siehe § 49), falls n der Brechungsindex des Prismas ist,

$$(3)\ \sin\alpha = n\cdot\sin\beta \qquad \text{und}$$

$$\sin\alpha' = n\cdot\sin\beta', \qquad \text{also}$$

$$\sin\alpha + \sin\alpha' = n\cdot(\sin\beta + \sin\beta') \qquad \text{oder}$$

$$\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\alpha'}{2} = n\cdot\sin\frac{\beta+\beta'}{2}\cdot\cos\frac{\beta-\beta'}{2} \qquad \text{oder}$$

$$(4)\ \sin\frac{\alpha+\alpha'}{2} = \frac{n\cdot\sin\varrho/2\cdot\cos\frac{\beta-\beta'}{2}}{\cos\frac{\alpha-\alpha'}{2}}.$$

Da $\frac{\alpha+\alpha'}{2}$ stets $< 90^0$, so können wir auch fragen, wann ist $\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2}$ ein Minimum. Da ϱ und n für eine bestimmte Farbe konstant sind, müssen wir also fragen, wann ist $\cos\frac{\beta-\beta'}{2}\Big/\cos\frac{\alpha-\alpha'}{2}$ ein Minimum.

Ist $\alpha > \alpha'$, so ist nach Gl. 3 auch $\beta > \beta'$, und auch $\alpha-\beta > \alpha'-\beta'$; folglich ist $\alpha-\alpha' > \beta-\beta'$, also

$$\cos\frac{\alpha-\alpha'}{2} < \cos\frac{\beta-\beta'}{2}, \qquad \text{es ist also}$$

$$\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2} > n\cdot\sin\frac{\varrho}{2}.$$

Ist $\alpha' > \alpha$, so schreibe ich die Gl. (4) in der Form

$$\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2} = \frac{n\cdot\sin\varrho/2\cdot\cos\frac{\beta'-\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha'-\alpha}{2}}.$$

Es würde sich dann analog ergeben, dass

$$\sin\frac{\alpha+\alpha'}{2} > n\cdot\sin\frac{\varrho}{2} \qquad \text{ist.}$$

16*

Ist aber $\alpha = \alpha'$, (symmetrischer Strahlengang), so ergibt sich

$$\sin\frac{\alpha + \alpha'}{2} = n \cdot \sin\frac{\varrho}{2}.$$

Das ist also der kleinste Wert, den $\sin\frac{\alpha + \alpha'}{2}$ und damit auch $\alpha + \alpha'$ und d annehmen können. Bezeichne ich diesen kleinsten Wert von d (das Minimum der Ablenkung) mit δ, so gilt also (Gl. 2)

$$\sin\frac{\delta + \varrho}{2} = n \cdot \sin\frac{\varrho}{2}$$

und es wird also der Brechungsindex

$$n = \frac{\sin\frac{\delta + \varrho}{2}}{\sin\frac{\varrho}{2}}.$$

Zur Bestimmung des Brechungsindex muss ich also messen den brechenden Winkel ϱ des Prismas und das Minimum der Ablenkung δ.

M e s s u n g v o n ϱ: Ich lasse Fernrohr und Kollimator in der Lage stehen, wie ich sie zur Einstellung des Prismas benutzt hatte, und stelle das Fernrohr durch die Schraube fest, dass es sich nicht drehen kann. Ich drehe dann den Tisch in eine solche Lage, zum Schluss durch die Mikrometerschraube, dass das von der Prismenfläche a reflektierte Spaltbild durch den vertikalen Faden des Fadenkreuzes genau halbiert wird und lese die Einstellung an beiden Nonien ab. Ich lasse dann das Licht von der Fläche b reflektieren; die Differenz der korrespondierenden Ablesungen gibt den Winkel φ, um den ich gedreht habe. Aus den beiden Differenzen wird das Mittel genommen. (Es ist an beiden Seiten abzulesen, um eine etwaige geringe Exzentrizität der Axe unschädlich zu machen; der dadurch verursachte Fehler hebt sich durch das Mittelnehmen heraus.)

Sei (Fig. 54) L die Richtung des einfallenden, L' die Richtung des durch eine planparallele Platte a reflektierten Strahls. Soll nun die andere Fläche von a (bei festgehaltenen L und L') reflektieren, so müsste ich den Tisch, auf dem a montiert zu denken ist, um 180° drehen. Soll nun aber die Fläche b, die mit a den Winkel ϱ bildet, reflektieren, so brauche ich den Tisch nur zu drehen um den Winkel $180^0 - \varrho$. Diesen Winkel hatte ich aber mit φ bezeichnet; es gilt also

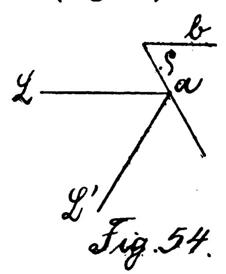


Fig. 54.

$$\varphi = 180 - \varrho,$$
$$\varrho = 180 - \varphi.$$

Durch unsere Messung haben wir also das Supplement des brechenden Winkels bestimmt. Wir haben hier das Spektrometer als Reflexionsgoniometer benutzt.

Messung von δ: Da der Brechungsindex von der Farbe (Wellenlänge) abhängt, müssen wir jetzt monochromatisches Licht (siehe oben) nehmen. Wir wollen gelbes Natriumlicht der Wellenlänge $5893 \cdot 10^{-7}$ mm verwenden. — Falls es sich um Flüssigkeiten handelt, bringe ich dieselben erst jetzt in das Prisma.

Wir schlagen das Fernrohr bei Seite und suchen zunächst mit blossem Auge das durch das Prisma abgelenkte gelbe Spaltbild auf. Wenn wir den Tisch mit dem Prisma in geeignetem Sinne drehen, wird das aus der Kollimatorrichtung abgelenkte Spaltbild sich dieser Richtung nähern, sich dann aber, trotzdem man in demselben Sinne weiter dreht, wieder davon entfernen. Diese Umkehrstellung gibt das Minimum der Ablenkung. Ich stelle dann das Fernrohr in diese Richtung so ein, dass der vertikale Faden des Fadenkreuzes das Spaltbild in der Umkehrstellung genau halbiert. Der Tisch wird dann festgeschraubt und die Einstellung an beiden Nonien abgelesen.

Ich entferne dann das Prisma und stelle das Fernrohr so ein, dass jetzt das direkt gesehene Spaltbild vertikal halbiert wird, und lese wieder an beiden Nonien ab. Die Differenz der korrespondierenden Ablesungen gibt die Abweichung des minimal durch das Prisma abgelenkten Strahls von der Richtung des einfallenden Strahls, gibt also das Minimum der Ablenkung.

Beispiel.

Es ist der Brechungsindex von Crownglas für Natriumlicht ($5893 \cdot 10^{-7}$ mm) zu bestimmen.

Bestimmung d. brechenden Winkels		Bestimmung des Minim. der Ablenkung	
165° 59'	345° 59'	227° 25'	47° 25'
45° 59'	225° 59'	279° 30'	99° 30'
Diff. 120° 00'	120° 00'	52° 5'	52° 5'

Mittel $\varphi = 120^0\ 0{,}0'$. $\delta = 52^0\ 5{,}0'$.

$\varrho = 180 - \varphi = 180 - 120^0\ 0{,}0'$
$= 60^0\ 0{,}0'$.

$$n = \frac{\sin\frac{\delta+\varrho}{2}}{\sin\frac{\varrho}{2}}$$

$$= \frac{\sin\frac{(52^0\ 5{,}0' + 60^0\ 0{,}0')}{2}}{\sin 1/2 \cdot 60^0\ 0{,}0'}$$

$n = 1{,}6587.$

§ 52. Brechungsindex mit dem Refraktometer nach Pulfrich.

Das Refraktometer dient zur Bestimmung des Brechungsindex flüssiger und auch fester Körper. (Über Brechungsindex siehe § 49.)

Ein rechtwinkliges Prisma ist auf einem Stativ so montiert, dass seine eine Kathetenfläche vertikal steht (Fig. 55). Die Hypothenusenfläche ist geschwärzt,

damit durch dieselbe kein Licht eindringen kann. Auf die horizontale Fläche ist ein Glasrohr aufgekittet, in das die zu untersuchende Flüssigkeit hineingetan wird. (Feste Körper werden durch einen Tropfen stärker brechender Flüssigkeit unmittelbar auf dem Prisma befestigt). In ca. 1 m Entfernung stellt man eine homogene Lichtquelle (Glasstab in der Bunsenflamme; durch das Natrium wird die Flamme gelb gefärbt) auf, deren Strahlen durch eine am Instrument befestigte Linse auf den unteren Teil des Glaszylinders konzentriert werden. Man muss monochromatisches Licht nehmen, da der Brechungsindex von der Farbe (diese ist bedingt durch die Wellenlänge des Lichts) abhängt.

Fig. 55.

Wir wollen den streifend eintretenden Strahl weiter verfolgen; es habe die Flüssigkeit (resp. der feste Körper) den gesuchten Brechungsindex n, das Prisma den bekannten Brechungsindex N.

Ich konstruiere auf der horizontalen Fläche das Einfallslot, der gebrochene Strahl bilde mit diesem den Winkel φ. Beim Austritt aus dem Prisma wird der Strahl wieder gebrochen, diesmal vom Einfallslote weg, mit dem er den Winkel α, den ich messe, bilde.

Strahlen, die auf die Flüssigkeit unter einen kleineren Winkel (mit dem Einfallslot) als 90^0 auffallen, werden stärker gebrochen. Es wird also hinter dem Prisma der Winkelraum α dunkel, der übrige Winkelraum von α bis zur Vertikalen hell erscheinen. Der dem streifenden Eintritt entsprechende Strahl bildet also die Grenze zwischen hell und dunkel.

Um die Austrittsstelle dieses Strahls als Zentrum befindet sich eine Kreisteilung, die zusammen mit einem kleinen Fernrohr mit Fadenkreuz drehbar ist. Die Grösse der Drehung ist an einem feststehenden Nonius abzulesen (§ 2), der in der Regel Minuten liefert. Falls das Fernrohr parallel zum Einfallslot auf der vertikalen Prismenfläche steht, zeigt der

Nonius auf 0. Ich drehe nun das Fernrohr solange, bis der Schnittpunkt seines Fadenkreuzes auf die Trennungslinie des hellen und dunklen Gesichtsfeldes fällt. Die Ablesung am Nonius liefert direkt den Winkel α.

Das Fernrohr ist insofern bemerkenswert, als es rechtwinklig gebogen ist. An der Biegungsstelle treffen die Strahlen auf die Hypothenusenfläche eines gleichschenkligen rechtwinkligen Prismas, wo sie total reflektiert werden (Fig. 56).

Fig. 56

Ehe ich mit der Messung beginne, muss ich kontrollieren, ob die vertikale Prismenfläche senkrecht zur Fernrohraxe steht, wenn sich das Fernrohr in der 0-Stellung befindet, oder, was damit gleich bedeutend, ob die horizontale Prismenfläche senkrecht zur Axe, wenn sich das Fernrohr in der 90° Stellung befindet. Zu dem Zweck stelle ich das Fernrohr auf 90° ein (zum Schluss nach Anziehen einer Schraube mit Hilfe der Mikrometerschraube), bringe vor dem Okular mit ein wenig Klebwachs unter 45° geneigt einen unbelegten Spiegel an und werfe durch diesen das Licht einer seitlich aufgestellten Flamme (Schnittbrenner) in das Fernrohr (verfahre also wie beim Spektrometer, § 51); dadurch erscheint das Fadenkreuz dunkel auf hellem Grunde. Schaue ich genau senkrecht auf das Prisma, so koinzidiert das durch Reflexion an der Prismenfläche entstehende Spiegelbild mit dem Fadenkreuz. Ist dies nicht der Fall, so steht die Prismenfläche nicht senkrecht zur Axe. Ich korrigiere diesen Fehler mit Hilfe der Schrauben, durch welche die Platte, auf der das Prisma montiert ist, gegen eine feste Platte eine gewisse Beweglichkeit besitzt. — Das Spiegelbild des Fadenkreuzes kann ich nur sehen, wenn das Fernrohr auf unendlich eingestellt ist. Es fällt dann (§ 50) der Brennpunkt des Objektivs und Okulars, in dem sich das Fadenkreuz befindet, zusammen; die

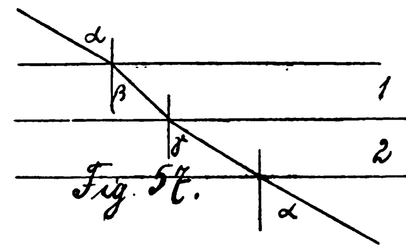
von demselben ausgehenden Strahlen verlassen folglich das Fernrohr parallel; von der Prismenfläche werden sie einander parallel reflektiert, also durch das Objektiv wieder in den gemeinsamen Brennpunkt vereinigt. Durch das Okular kann ich dann das Bild deutlich sehen.

Wenn ich also das Spiegelbild des Fadenkreuzes nicht sehe, so liegt dies daran, dass das Fernrohr nicht auf unendlich eingestellt ist, was ich durch Probieren erreichen muss. Dann bringe ich in der oben angegebenen Weise Fadenkreuz und Spiegelbild zur Koinzidenz. Steht das Fernrohr auf unendlich ein, so sehe ich nachher auch die Trennungslinie der hellen und dunklen Gesichtsfeldhälften scharf.

Ist α der Einfalls-, β der Brechungswinkel, so ist (§ 49)

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_1,$$

wo n_1 der Brechungsindex beim Übergang von Luft zu irgend einem Medium 1, das eine planparallele Platte bilde. Der Strahl trete dann (Fig. 57) in ein Medium 2 ein, das gleichfalls eine planparallele Platte ist; der neue Brechungswinkel sei γ. Der Strahl trete dann wieder in Luft aus; der Austrittswinkel ist gleich α, da der Strahl im Ganzen nur eine planparallele Platte durchsetzt hat. (Er erleidet dabei keine Ablenkung, sondern nur eine Parallelverschiebung.) Es gilt dann (§ 49)



$$\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = \frac{1}{n_2} \quad \text{und folglich}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{oder}$$

$$n_1 \sin \beta = n_2 \sin \gamma.$$

Tritt also ein Strahl aus einem Medium in ein anderes, so ist in beiden Fällen das Produkt aus dem Brechungsindex und dem sin des Winkels, welchen er mit dem Einfallslot bildet, konstant.

Danach gilt für das Refraktometer (Fig. 55)

$$n \cdot \sin 90^0 = N \sin \varphi \qquad \text{oder}$$
$$n = N \cdot \sin \varphi .$$

Ferner ist
$$\frac{\sin \alpha}{\sin(90 - \varphi)} = N \qquad \text{oder}$$
$$N = \frac{\sin \alpha}{\cos \varphi} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}$$
$$= \frac{N \cdot \sin \alpha}{\sqrt{N^2 - n^2}};$$
$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}.$$

N ist für das betreffende Instrument bekannt (in der Regel $N = 1{,}615$).

Die Bestimmung des Winkels α wird mehrfach wiederholt.

Beispiel.

Es soll der Brechungsindex des Alkohols für Natriumlicht ($\lambda = 5893 \cdot 10^{-7}$ mm) bestimmt werden.

Gegeben: $N = 1{,}615$.

α 60° 11'
60° 13'
60° 12'
Mittel $\alpha = 60^0\ 12'$

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 \alpha}$$
$$= \sqrt{1{,}615^2 - \sin^2 60^0\ 12'}$$
$$= 1{,}3620.$$

§ 53. Brechungsindex mit dem Totalreflektometer nach Kohlrausch.

Das Totalreflektometer dient zur Bestimmung des Brechungsindex (§ 49) fester Körper, namentlich von Krystallen. Man beobachtet zu dem Zweck den Grenzwinkel der totalen Reflexion. Damit totale Reflexion

eintritt, muss der Lichtstrahl aus einem Medium mit grösserem Brechungsindex in ein solches von kleinerem Brechungsindex übergehen. Als solches wird Schwefelkohlenstoff verwendet. (Über totale Reflexion siehe § 49.)

Ich befestige den zu untersuchenden Körper, etwa ein Glasplättchen, mit Hilfe des Trägers an der Axe. Die spiegelnde Fläche muss in der Drehaxe liegen, und parallel zu derselben sein. Ersteres kontrolliere ich mit Hilfe der beigegebenen Schneide, welche so angebracht ist, dass sie in der Drehaxe liegt, das zweite mit Hilfe des am Stativ parallel zur Drehaxe fest montierten Spiegels. Falls das Glasplättchen auch parallel zur Drehachse, also parallel zum Spiegel ist, muss dem Auge des Beobachters das Spiegelbild einer Kerzenflamme in beiden Fällen in gleicher Höhe erscheinen. Ist dies nicht der Fall, so ist durch Verstellen der Trägerschrauben die Lage des Plättchens zu ändern.

Über die Axe und das Plättchen schiebe ich das mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Glasgefäss (Fig. 58). Da der Brechungsindex des Schwefelkohlenstoffs stark mit der Temperatur variert, wird dieselbe an einem im Gehäuse befindlichen Thermometer gemessen (1/10° schätzen!). Das Gefäss wird bis auf die planparallel geschliffene Stelle mit geöltem Seidenpapier umgeben. Der Träger und die Axe ist geschwärzt, damit nicht die von ihm ausgehenden Reflexe stören.

Senkrecht zur planparallelen Platte ist das kleine auf unendlich einzustellende Fernrohr (§ 50) mit Fadenkreuz montiert. Ca. 1 m seitlich stelle ich die monochromatische Lichtquelle (Glasstab in der Bunsenflamme gibt gelbes Natriumlicht) auf und drehe die Platte so, dass das Gesichtsfeld des Fernrohrs erleuchtet ist. Durch Probieren (Drehen der Platte und gleichzeitiges Verschieben der Flamme in dem Sinnne, dass die reflektierten Strahlen in das Fernrohr gelangen) finde ich leicht eine Stellung, bei welcher das Gesichtsfeld plötzlich heller wird, weil totale Reflexion eintritt, während sonst ein Teil des Lichts in die Platte hinein-

gebrochen wird. Ich stelle so ein, dass die Trennungslinie der hellen und minder hellen Gesichtsfeldhälfte durch den Schnittpunkt des Fadenkreuzes geht. Dann bilden die von der Lichtquelle kommenden und folglich auch die in das Fernrohr gelangenden Strahlen mit dem Einfallslot auf die Platte den Grenzwinkel der totalen Reflexion. Ich lese die Stellung der Platte auf der Kreisteilung ab. Der Nonius (§ 2) ist meist so geteilt, dass 29 Teilen der Hauptteilung ($1/2^0$) 30 Teile des Nonius entsprechen; der Nonius liefert also $1/60^0$, d. h. Minuten.

Ich drehe dann die Platte nach der anderen Seite, suche hier wieder den Grenzwinkel der totalen Reflexion (β) auf und lese wieder die Einstellung der Platte ab. Wie aus der Fig. 58 folgt, ist die Differenz der beiden Ablesungen gleich 2 β. Jede Einstellung ist mindestens 3 Mal zu machen.

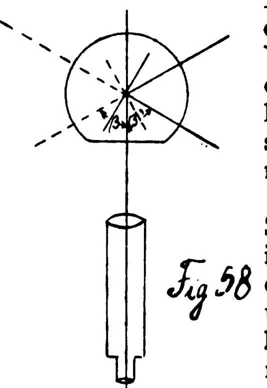


Fig. 58

Fallen die Strahlen aus dem Schwefelkohlenstoff (Brechungsindex N) auf die Platte unter dem Winkel β auf und werden unter dem Winkel α in die Platte hineingebrochen (Brechungsindex n), so ist (§ 52)

$$N \cdot \sin \beta = n \cdot \sin \alpha.$$

Für den Grenzwinkel der totalen Reflexion gilt (§ 48) $\alpha = 90^0$, also

$$n = N \cdot \sin \beta.$$

Bei Schwefelkohlenstoff gilt für Natriumlicht

$$N = 1{,}6276 - 0{,}00080 \cdot (t - 20),$$

wo t die Temperatur.

Die optisch einaxigen Krystalle sind doppeltbrechend, d. h. ein einfallender Lichtstrahl zerlegt sich im allg. in 2 gebrochene. Der eine Strahl, der ordentliche, folgt dem Snelliusschen Brechungsgesetz (§ 49),

hat also (für eine gegebene Farbe) einen konstanten Brechungsindex, der andere, der ausserordentliche Strahl, folgt einem komplizierteren Brechungsgesetz, hat einen mit der Einfallsrichtung des Strahls variablen Brechungsindex (Näheres darüber § 59). Man erhält bei diesen Krystallplatten folglich 2 Grenzwinkel der totalen Reflexion und also auch 2 Plattenstellungen, bei denen das Gesichtsfeld in eine hellere und in eine minder helle Hälfte geschieden wird. Bei anderer Orientierung der Platte bleibt die eine Stellung dieselbe (die des ordentlichen Strahls), die andere variiert mit der Orientierung der Platte. Ich kann also auf diese Weise auch den Brechungsindex des ordentlichen und den (variablen) des ausserordentlichen Strahles bestimmen.

Beispiel.

Es sei der Brechungsindex einer Glasplatte für Natriumlicht ($\lambda = 5893 \cdot 10^{-7}$ mm) zu bestimmen.

Einstellung der Platte.

	Lichtquelle		Temp. 21,5°.
	links	rechts	
	3° 28′	155° 47′	$N = 1,6276 - 0,00080 \cdot (21,5 - 20)$
	3° 27′	155° 47′	$= 1,6268.$
	3° 26′	155° 47′	$n = 1,6268 \cdot \sin 76^\circ 10'$
Mit.	3° 27′	155° 47′	$= 1,5796.$

$2\beta = 152^\circ 20'$

$\beta = 76^\circ 10'$

---

§ 54. Spektral-Analyse.

Fällt Licht durch ein Prisma, so wird es gebrochen und abgelenkt. Die Grösse der Ablenkung hängt von dem Brechungsindex und dieser wieder von der Farbe ab. Es wird also rotes Licht um einen anderen (geringeren) Betrag abgelenkt werden, als blaues. Da in dem weissen Licht sämtliche Farben enthalten sind,

werden diese durch ein Prisma auseinander zerlegt werden. Man beobachtet die Reihenfolge rot, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett und nennt diese Erscheinung ein Spektrum. Diese Farben selbst sind nicht mehr zerlegbar. (Durch Beugung kann gleichfalls ein Spektrum entstehen. Siehe § 58). Man nennt ein solches Spektrum, wie es feste oder flüssige glühende Körper liefern, kontinuierliches Spektrum. Auch die Sonne liefert ein solches, unterbrochen (bei Betrachtung durch einen Spalt) durch feine schwarze Linien (Fraunhofersche Linien. Erklärung dafür siehe weiter unten).

Glühende Dämpfe liefern davon völlig abweichende Spektra. Betrachte ich z. B. die durch Na gelb gefärbte Flamme, so sehe ich nur eine (bei grosser Dispersion 2 nahe zusammenliegende) Linien. Andere Dämpfe liefern nun mehrere, an verschiedenen Stellen des Spektrums gelegene Linien; durch dieses, jedem Körper eigentümliche Spektrum kann man die verschiedenen Körper unterscheiden. Die dies behandelnde Wissenschaft nennt man Spektral-Analyse.

Das Spektrum einiger Dämpfe besteht aus einer Unzahl feiner, nahe bei einander liegender Linien. Man nennt sie Banden-Spektra (z. B. Stickstoff); sie haben häufig ein kanneliertes Aussehen.

Zur Beobachtung des Spektrums bedient man sich eines Spektral-Apparates, dessen optischer Teil im Wesentlichen beschaffen ist wie beim Spektrometer (§ 51). Auch die Justierung erfolgt zunächst, wie dort angegeben: Einstellung des Fernrohrs auf unendlich; Einstellung des Spalts so, dass derselbe durch das Fernrohr gesehen scharf erscheint (Spaltbreite nicht zu gross wählen!) Da es sich hier nicht um Winkelmessungen handelt, kann die weitere Justierung unterbleiben, nur muss das Prisma auch hier auf Minimum der Ablenkung eingestellt werden. Diese Stellung hängt noch von der Farbe ab; man stellt in der Regel für die gelbe Natriumlinie auf Minimum der Ablenkung ein.

An dem Spektralapparat (Fig. 59) befindet sich meist noch ein drittes Rohr mit einer Linse, in deren Brennpunkt eine kleine auf Glas photographierte Skala liegt; dieselbe wird durch eine Kerze matt erleuchtet. Durch totale Reflexion an dem Prisma gelangen die aus dem Rohr parallel austretenden Strahlen in das Fernrohr, das folglich an der Stelle, wo die verschiedenen farbigen Spaltbilder entstehen, auch ein Bild der Skala liefert. Ich verschiebe dieselbe in ihrem Rohr solange, bis das Bild der Skala scharf und parallaxenfrei ist. Ich drehe das Rohr ferner solange, bis die gelbe Natriumlinie auf dem mit 10 bezeichneten Skalenteil liegt. Diese Einstellung ist während des Versuchs des öfteren zu kontrollieren.

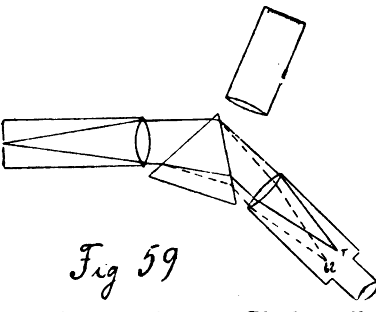


Fig 59

Das Fernrohr muss eine gewisse Beweglichkeit behalten, damit man das ganze Gesichtsfeld überstreichen kann.

Die Natriumflamme stelle ich dadurch her, dass ich ein Stückchen Glasrohr oder -stab in die Bunsenflamme halte. Will ich die Spektra anderer Körper aufnehmen, so bringe ich ihre Salze an einem Platindraht in die Flamme des Bunsen-, bei schwerer flüchtigen in die des Teclubrenners. Die Salzperlen stelle ich folgendermassen her: Die Öse des Platindrahtes wird angefeuchtet in das Salz gehalten; es bleibt dann etwas Salz an dem Draht haften, das in der Flamme zusammensintert; solche Perlen halten einige Minuten vor. Für ein bestimmtes Salz ist immer nur der mit der entsprechenden Bezeichnung versehene Platindraht zu benutzen, da bei der Empfindlichkeit der Spektralreaktion die Spektra sonst verunreinigt werden. Die Lage der Linien auf der Skala wird abgelesen, und zwar nur die der stärkeren

Banden oder kontinuierliche Spektra werden durch die Lage ihres Anfangs und Endes angegeben.

Um die Spektra von Gasen zu erhalten, schliesst man dieselben in Geisslersche Röhren ein. Es sind dies Glasröhren, deren mittlerer Teil aus einer Kapillare besteht; in die Erweiterungen sind Elektroden eingeschmolzen. Die Röhren sind mit dem betreffenden Gas unter geringem Druck gefüllt. Bei der Beobachtung stellt man die Kapillare parallel zum Spalt. Bei andern Konstruktionen schaut man der Länge nach durch die Kapillare (Röhren mit Längssicht).

Die Elektroden werden mit den Klemmen der Sekundärspule eines Induktionsapparates verbunden. Nie länger als eine Minute den Strom durchgehen lassen; dann warten, bis sich die Röhre wieder gut abgekühlt hat. Röhren mit Quecksilber oder festen Stoffen müssen vorher vorsichtig mit dem Bunsenbrenner erwärmt werden, damit sie den Strom leiten und das Spektrum liefern.

Die Spektra von Metallen erhält man, indem man zwischen ihnen (in einer Funkenstrecke) den durch den Induktionsapparat erzeugten elektrischen Funken überschlagen lässt. Zu dem Zweck schalte ich parallel zur Funkenstrecke noch eine Leydener Flasche.

Bei Induktorien mit Elektrolyt-Unterbrechern Strom nie länger als 5 Minuten durchgehen lassen; dann warten, bis sich dieselben abgekühlt haben.

Die Linien werden, wie oben angegeben, notiert.

Die Lage der Linien ist in gewissem Sinne noch eine willkürliche. Sie hängt ab von der Grösse der Skalenteile und von der Dispersion des Prismas. Nun ist eine Farbe aber bestimmt durch ihre Wellenlänge. Ich werde deswegen auch die beobachteten Linien durch die ihnen zukommende Wellenlänge angeben wollen. Zu dem Zweck müssen die Wellenlängen einiger Linien (siehe weiter unten) gegeben sein. Es eignen sich dazu am besten die Linien des Wasser-

stoffs, Heliums und Quecksilbers. Auf mm-Papier trage ich als Abscissen die abgelesenen Skalenteile, als Ordinaten die Wellenlängen auf und verbinde die erhaltenen Punkte durch eine kontinuierliche Kurve (Aichkurve). Mit Hilfe dieser interpoliere ich die Wellenlängen der übrigen abgelesenen Linien (Fig. 60).

Einige Wellenlängen sind in der Tabelle 15 angegeben.

Habe ich ein unbekanntes Element, so beobachte ich sein Spektrum, interpoliere aus der Aichkurve die Wellenlängen der Linien, und schlage in Tabellen nach, welchem Element diese Wellenlängen eigentümlich sind. Die Wellenlängen werden angegeben in $\mu\mu$ ($1\,\mu\mu = 10^{-6}$ mm) oder in Ångstroemschen Einheiten (eine A-E $= 10^{-7}$ mm).

Man nennt diese Spektra Emissions-Spektra.

Lässt man weisses Licht durch Natriumlicht fallen, so erhält man ein kontinuierliches Spektrum mit einer dunklen Linie genau an der Stelle der gelben Natriumlinie. Wir haben hier ein Absorptions-Spektrum. Wie Kirchhoff nachgewiesen hat, absorbiert jeder Dampf unter sonst gleichen Verhältnissen diejenigen Wellenlängen aus dem weissen Licht heraus, die er selbst emittiert (Kirchhoffsches Gesetz). Man kann also auch aus den Absorptions-Spektren Rückschlüsse auf die Natur der Körper machen. (Dies ist zugleich die Erklärung für die Fraunhoferschen Linien).

Als Lichtquelle für weisses Licht verwendet man Auerlicht oder Nernstlicht.

Der Praktikant beobachte die Absorptions-Spektra von blauem (Kobalt-) Glas, Chlorophyll, Kaliumpermanganat, Fuchsin, Eisenchloridlösung, und ähnl. Flüssigkeiten werden in keilförmige Glaströge gefüllt, damit man nach Belieben die Schichtdicke und damit die Stärke der Absorption ändern kann. Interessant ist auch das Absorptions-Spektrum des Blutes (verdünnt), bei dem man die Lage der Absorptionsstreifen notiert. Dasselbe tut man bei mit Schwefelammon

versetztem Blut. Ebenso verfährt man mit Blut, in das man, um eine Kohlenoxydvergiftung zu bewirken, Leuchtgas oder Zigarettenrauch geleitet hat, und ferner bei vergiftetem Blut, das man ausserdem noch mit Schwefelammon versetzt hat. Es werden sich dann Unterschiede in der Lage der Streifen zeigen. Man macht davon Gebrauch in der gerichtlichen Medizin, um Kohlenoxydvergiftungen nachzuweisen.

Beispiel.

Emissionsspektra.

[Zur Konstruktion der Aichkurve.]

Helium (in Geisslerröhre).

Skt. 33 51 101 186 190 205 240 286 308
Well. 707 668 588 505 502 492 471 447 438 (a. Tab. 15)
(707 ist interpoliert; vielleicht Argon)

Wasserstoff (in Geisslerröhre).

Skt. 56 212 317 (nur die stärksten Linien)
Well. 656 486 434 (aus Tab. 15)

Kalium (in Flamme).

Skt. 11
Well. 768 (aus Tab. 15)

Die folgenden Wellenlängen sind aus der Kurve interpoliert. In der 3. Zeile sind die richtigen Wellenlängen notiert.

Natrium (in Flamme).

Skt. 100
Well. beob. 589
„ Tab. 589

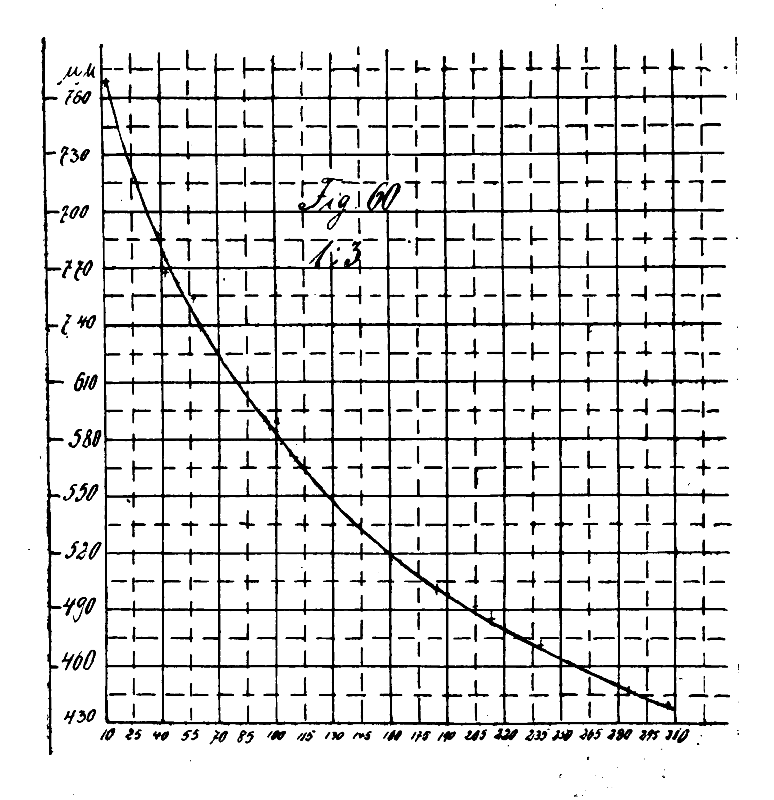
Lithium (in Flamme).

Skt. 49 100
Well. beob. 671 589
„ Tab. 670 Na

Strontium (in Flamme).

Skt.	40	52	60	66	70	77	88	100	160
Well. beob.	690	665	650	638	632	621	605	589	460
„ Tab.			655	639				Na	461

Die fehlenden sind wahrscheinlich Strontiumoxyd.



Calcium (in Flamme).

Skt.	62	77	100	131
Well. beob.	646	621	589	552
„ Tab.	640	622	Na	552

622 und 552 gehören dem Calciumoxyd an.

Baryum (in Flamme).

Skt.	130	162	172	177	240
Well. beob.	553	522	514	510	470
„ Tab.	554	524	514	509	?

Cadmium (im elektr. Funken).

Skt.	51	60	144	149	180	222	245	300
Well. beob.	669	649	538	534	508	481	467	441
„ Tab.		644	538	534	509	480	468	441

669 anscheinend Verunreinigung.

Zink (im elektr. Funken).

Skt.	67	80	86	116	193	203	205	220	237	245
Well. beob.	638	617	608	568	499	492	491	481	472	467
„ Tab.	636		610			492	491	481	472	468

617, 568 und 499 wahrscheinlich Verunreinigung.

Zinn (im elektr. Funken).

Skt.	52	61	104	120	122	125	150	162	178	191
Well. beob.	665	649	583	566	561	558	533	522	510	500
„ Tab.		645	580	563	559	556				

Skt.	207	215	264	276	295
Well. beob.	489	484	458	452	443
„ Tab.				452	

Die freigebliebenen wahrscheinlich Vereinreinigung.

Blei (im elektr. Funken).

Skt.	50	55	62	93	102	124	130	148	188	194
Well. beob.	669	659	646	598	586	559	553	535	503	498
„ Tab.	666		645	600	588	561	555	537	505	500

Skt.	226	233	255	264	310
Well. beob.	478	474	462	458	437
„ Tab.					439

Die freigebliebenen wahrscheinlich Verunreinigung.

Absorptionsspektra.

Fuchsin.

Skt.	99	132
Well.	590	550

Kaliumpermanganat.

Skt.	113	136	162	188	203	215
Well.	572	547	522	502	492	484

	Blut	Blut + Schwefelammon.
Skt.	110 — 130, 148 — 170	110 — 160
Well.	576 — 553, 534 — 516	576 — 524

	But d. Kohlenoxyd vergiftet.	Dasselbe+Schwefammon.
Skt.	110 — 130, 148 — 170	110 — 130, 148 — 170
Well.	576 — 553, 534 — 516	576 — 553, 534 — 516

Beim nicht vergifteten Blut rücken die beiden Absorptionsstreifen durch Zusatz von Schwefelammon an einander, beim vergifteten behalten sie ihre Lage bei.

---

§ 55. Newtonsche Ringe.

Falls das Licht eine Wellenbewegung ist, muss es auch die Erscheinung der Interferenz zeigen (Über Interferenz siehe § 20).

Die von 2 verschiedenen Lichtquellen ausgehenden Strahlen können nicht mit einander interferieren, da sie nicht kohärent sind, d. h. dass sich ihr Phasenunterschied fortwährend ändert. Will man also Interferenz erhalten, so muss man dafür sorgen, dass Strahlen derselben Lichtquelle mit einander interferieren können. Das ist möglich bei der folgenden von Newton angegebenen Vorrichtung (Fig. 61). Auf eine ebne Glasplatte P wird eine schwach gekrümmte Linse L gelegt; M sei ihr Krümmungsmittelpunkt. Beide berühren sich in A. Das monochramatische Licht fällt senkrecht von oben auf. Betrachten wir

den Punkt B; in demselben wird es z. T. reflektiert, z. T. geht es durch die Linse hindurch, trifft die ebne Platte in C, wird hier reflektiert, und vereinigt sich nach dem Passieren der Linse wieder mit dem in B reflektierten Strahl. Dabei hat aber der in C reflektierte Strahl folgende Verzögerung erlitten: er hat 2 Mal den Weg BC (= d) zurückgelegt; ausserdem hat er bei der Reflexion in C einen Phasensprung von einer halben Wellenlänge erlitten (derselbe tritt auf, wenn die Reflexion an einem optisch dichteren Mittel in ein optisch dünneres erfolgt [an Glas in Luft], dagegen nicht im umgekehrten Fall [also nicht bei der Reflexion in B]). Es beträgt also der Gangunterschied des in C reflektierten Strahles gegenüber dem in B reflektierten: $\delta = 2\,d + \frac{\lambda}{2}$.

Beide werden einander auslöschen, wenn δ ein ungrades Vielfaches einer halben Wellenlänge, verstärken, wenn δ ein grades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist.

Es tritt also Auslöschung ein, wenn

$$2\,d = 0,\ \lambda,\ 2\,\lambda,\ \ldots.$$

also

$$d = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{2\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \ldots.$$

und Verstärkung, falls

$$2\,d = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\,\lambda}{2}, \frac{5\,\lambda}{2}, \ldots.$$

also

$$d = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\,\lambda}{4}, \frac{5\,\lambda}{4}, \ldots.$$

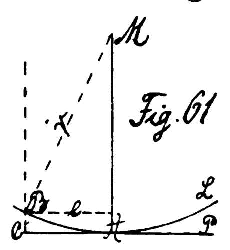
d. h. wir erhalten in der Berührungsstelle A einen dunklen Fleck und um diesen abwechselnd helle und dunkle konzentrische Ringe. In weissem Licht würde immer nur eine Farbe ausgelöscht werden können, wir würden also farbige Ringe erhalten. Deshalb müssen wir monochromatisches Licht verwenden.

Wir können also die Wellenlänge des Lichts bestimmen, falls wir die Dicke der Luftschicht zwischen Platte und Linse an den verschiedenen Stellen messen können.

Ist e der Abstand des Punktes B von MA und der Krümmungsradius der Linse gleich r, so gilt

$$r^2 = (r - d)^2 + e^2 \quad \text{oder}$$

$$d^2 - 2 \cdot r \cdot d + e^2 = 0.$$



Nun ist d aber eine kleine Grösse, so dass wir d^2 gegenüber den anderen Gliedern vernachlässigen können; es ist also

$$d = e^2/2 \cdot r.$$

Bezeichne ich die Abstände der dunklen Ringe von MA mit e_1, e_2 e_3, . . . so gilt also

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{e_1{}^2}{2r}, \; \frac{2\lambda}{2} = \frac{e_2{}^2}{2r}, \; . \; . \; . \; . \quad \text{oder}$$

$$\lambda = \frac{e_1{}^2}{r} = \frac{e_2{}^2}{2r} = . \; . \; . \; . \; \frac{e_n{}^2}{nr},$$

wo n die Ordnungszahl des Ringes bedeutet.

Ausführung des Versuchs.

Ich lege auf die Teilmaschine (§ 5) eine möglichst plane Glasplatte und auf diese eine schwach gekrümmte Linse. Senkrecht über den Berührungspunkt beider stelle ich ein schwach vergrösserndes Mikroskop mit Fadenkreuz. An dem Objektiv desselben befestige ich mit ein wenig Klebwachs einen unter 45° geneigten unbelegten Spiegel. In gleicher Höhe mit demselben stelle ich seitlich die helle Natriumflamme (Bunsenflamme mit Glasstab) auf. Ich stelle das Mikroskop so ein, dass ich die Oberfläche der Linse deutlich sehe; bei geeigneter Stellung des Spiegels erblicke ich dann die Ringe. Durch Verschieben des Tisches der Teilmaschine stelle ich nach einander das Fadenkreuz auf die beiden Enden der

horizontalen Durchmesser einer Reihe von dunklen Ringen (mindestens 10) ein. Die halbe Differenz der zu einem Ring gehörigen Ablesungen gibt für diesen den Abstand e_n.

Nach Ausführung des Versuchs bestimme ich den Krümmungsradius der Linse nach der Kohlrauschschen Methode durch Spiegelung (§ 45).

Es ergibt sich dann die Wellenlänge des Natriumlichts aus der Gleichung

$$\lambda = \frac{e_n^2}{n \cdot r}.$$

Da der Ausdruck e_n^2/n eine Konstante ist, berechne ich denselben aus den gemessenen Werten e_n und nehme dann das Mittel.

Beispiel.

Es ist die Wellenlänge des Natriumlichts zu bestimmen.

Nr. d. Ring.	Einst. d. Teilm. Ablesung an der Trommel Skala mm	$2e_n$	e_n	e_n^2	$\frac{e_n^2}{n}$
17	10+1/200 · 90,9=10,505	9,713	4,857	23,5906	1,3877
16	„ 50,7= 254	9,323	4,662	21,7340	1,3521
15	„ 16,9= 085	8,980	4,490	20,1605	1,3440
14	9+ „ 191,4= 9,957	8,667	4,334	18,7835	1,3417
13	„ 155,9= 780	8,359	4,180	17,4728	1,3441
12	„ 121,7= 609	8,017	4,009	16,0722	1,3394
11	„ 86,0= 430	7,644	3,822	14,6077	1,3280
10	„ 49,0= 245	7,274	3,637	13,2276	1,3228
9	„ 8,8= 044	6,794	3,397	11,5400	1,2822
8	8+ „ 166,0= 8,830	6,448	3,224	10,3944	1,2993
7	„ 117,6= 588	6,015	3,008	9,0482	1,2926
6	„ 67,3= 337	5,492	2,746	7,5405	1,2568
5	„ 11,2= 056	4,961	2,481	6,1554	1,2311
4	7+ „ 163,3= 7,817	4,432	2,216	4,9107	1,2277
3	„ 89,4= 447	3,714	1,857	3,4484	1,1495
2	„ 0,8= 004	2,863	1,432	2,0506	1,0253
				Mittel	1,2828

Nr. des Ringes.	Ablesung an der Trommel	Skala mm
2	4+1/200 ·	28,6=4,141
3	3+ „	146,6=3,733
4	„	77,0= 385
5	„	19,0= 095
6	2+ „	168,9=2,845
7	„	114,6= 573
8	„	76,4= 382
9	„	49,9= 250
10	1+ „	194,2=1,971
11	„	157,2= 786
12	„	118,3= 592
13	„	84,1= 421
14	„	57,9= 290
15	„	20,9= 105
16	0+ „	186,2=0,931
17	„	158,3= 792

Krümmungsradius (siehe § 45.)

Einstell. des Theodol.		Abst. der Kerzen L= 11,0 cm
279° 13′	99° 13′	„ Linse—Kerzen A=189,2 „
278° 22′	98° 22′	„ „ —Theod. B=203,6 „
Diff. 51′	51′	

Mittel $\varphi = 51{,}0'$

$$r = \frac{2 \cdot A \cdot B \cdot \operatorname{tg} \varphi}{L - (A+B) \cdot \operatorname{tg} \varphi}$$

$$= \frac{2 \cdot 189{,}2 \cdot 203{,}6 \cdot \operatorname{tg} 51{,}0'}{11{,}0 - (189{,}2 + 203{,}6) \cdot \operatorname{tg} 51{,}0'}$$

$$= 210{,}8 \text{ cm} = 2198 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{e_n^2}{n} \Big/ r = 1{,}2828/2197$$

$$= 583{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ mm} = 583{,}6 \ \mu\mu.$$

§ 56. Fresnelscher Spiegelversuch.

Auch bei diesem Versuch handelt es sich um eine Interferenzerscheinung des Lichts (§ 55). Zwei kohärente Lichtquellen stelle man dadurch her, dass man von einem leuchtenden Spalt durch 2 Spiegel, die einen von 180° nur wenig abweichenden Winkel mit einander bilden, 2 Bilder entstehen lässt; da sie Bilder derselben Lichtquelle sind, gehen von ihnen kohärente Strahlen aus.

Seien (Fig. 62) S und S' die beiden Spiegel und A, die monochromatische Lichtquelle. Die virtuellen Bilder L und L' derselben erhalte ich, wenn ich von A' auf die Spiegel die Senkrechten fälle, und sie hinter den Spiegeln um dasselbe Stück verlängere. Ich betrachte jetzt L und L' als die beiden Strahlen aussendenden Lichtquellen; ihr gegenseitiger Abstand sei d. Ich fange die Strahlen auf einem Schirm auf, der von d den senkrechten Abstand D habe. Bis zum Punkte A (dem Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf d mit dem Schirm) haben die von L und L' ausgehenden Strahlen gleiche Wege zurückzulegen, dort werden sie sich verstärken. Ich betrachte jetzt einen Punkt B im Abstande e von A und berechne den Gangunterschied g der beiden Strahlen in diesem Punkte. Es ist

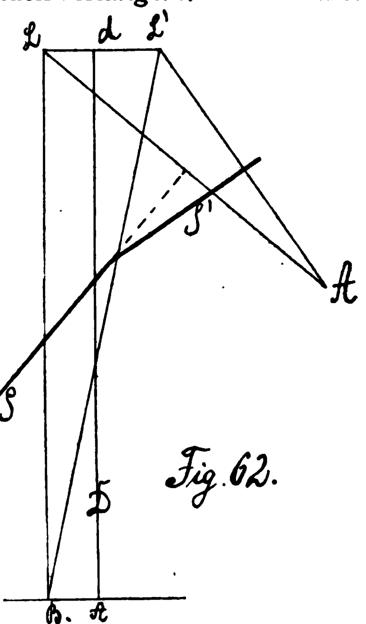


Fig. 62.

$$LB^2 = D^2 + (e - d/2)^2 \quad \text{und}$$
$$L'B^2 = D^2 + (e + d/2)^2, \quad \text{also}$$

$$L'B^2 - LB^2 = 2 \cdot e \cdot d \qquad \text{oder}$$

$$L'B - LB = g = \frac{2 \cdot e \cdot d}{L'B + LB}.$$

In erster Annährung kann ich $L'B = LB = D$ setzen; dann ist

$$g = e \cdot d/D.$$

Es tritt nun Auslöschung (also bei Verwendung eines Spalts dunkle gleich weit von einander abstehende Streifen) auf, wenn

$$g = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \ldots.$$

und helle Streifen, wenn

$$g = \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda, \ldots.$$

In weissem Licht würden wieder farbige Streifen auftreten.

Nenne ich den Abstand des ersten dunklen Streifens von A e, und den je zweier aufeinander folgender dunkler Streifen a, so würde gelten

$$\frac{\lambda}{2} = e \cdot d/D,\ 3\lambda/2 = (e+a) \cdot d/D,\ 5\lambda/2 = (e+2a) \cdot d/D, \ldots$$

Durch Subtraktion je zweier Gleichungen folgt

$$\lambda = a \cdot d/D,$$

Ich kann also λ berechnen, wenn ich den Abstand a je zweier aufeinander folgender dunkler Streifen, die Entfernung der beiden Spaltbilder d und ihren Abstand vom auffangenden Schirm D messe.

Ausführung des Versuchs.

Als Lichtquelle dient eine elektrische Bogenlampe. Das Licht tritt durch einen engen Spalt aus und wird evtl. durch ein rotes oder blaues Glas monochromatisch gemacht. Es fällt unter den gegen die Strahlenrichtung geneigt aufgestellten Fresnelschen Spiegel. Die Interferenzstreifen werden nicht auf einem Schirm aufgefangen, sondern mit der Fresnelschen Lupe beobachtet

(§ 47). Ich stelle das Fadenkreuz derselben auf eine Reihe von aufeinander folgenden Streifen (mindestens 10) ein. Nach § 1 B berechne ich aus den Ablesungen die Differenz a zweier Streifen.

Um die Grösse d/D zu bestimmen, bringe ich an die Stelle der Fresnelschen Lupe einen Theodoliten mit seinem Drehpunkt. Wie bei der Bestimmung des Krümmungsradius (§ 45) bestimme ich mit demselben den Winkel φ, unter dem die Strecke d von der Entfernung D aus erscheint. Es ist dann

$$\operatorname{tg} \varphi = d/D,$$

und es wird also $$\lambda = a \cdot \operatorname{tg} \varphi.$$

Vielfach wird man auch in weissem Licht dunkle und helle Streifen erhalten, nämlich, wenn dieselben nahe bei einander liegen. Man braucht dann das Licht durch farbige Gläser nicht mehr monochomatisch zu machen; man erhält auf diese Weise die mittlere Wellenlänge des weisen Lichts, also etwa die des Gelbgrün.

Statt des Spiegels kann ich auch ein Fresnelsches Biprisma nehmen, das ich, mit der brechenden Kante parallel zum Spalt und der Lampe zugewendet, senkrecht zur Strahlenrichtung aufstelle. Durch Brechung entstehen auch hier von der Lichtquelle 2 Bilder, die kohärente Strahlen liefern. Die Fresnelsche Lupe wird hier in der Verlängerung der Strahlenrichtung aufgestellt und im übrigen genau wie vor verfahren, nur muss ich hier bei der Bestimmung der Grösse d/D mit dem Theodoliten noch (falls vorher verwendet) monochromatisches Licht nehmen, da infolge der Brechung der Abstand d von der Farbe abhängt.

Beispiel.

Fresnelsches Biprisma; weisses Licht.

Einstellung der Fresnelschen Lupe.

32,0 + 1/200 · 2,8	a_1	= 32,014	mm
31,5 + „ 71,1	a_2	= 31,856	„
„ 41,0	a_3	= 705	„
„ 7,6	a_4	= 538	„

31,0 + 1/200 · 76,0	a_5	= 31,380	mm
„ 45,8	a_6	= 229	„
„ 15,1	a_7	= 076	„
30,5 + „ 84,2	a_8	= 30,921	„
„ 53,0	a_9	= 765	„
„ 22,2	a_{10}	= 611	„

$a_6 - a_1 = 0{,}785$ mm
$a_7 - a_2 = 0{,}780$ „
$a_8 - a_3 = 0{,}784$ „ } siehe § 1 B.
$a_9 - a_4 = 0{,}773$ „
$a_{10} - a_5 = 0{,}769$ „

Mittel = 0,778 mm
$a = 0{,}778/5 = 0{,}1556$ mm.

Bestimmung von φ
Einstellung des Theodoliten.

	320° 30′	140° 30′
	320° 41′	140° 41′
Diff.	0° 11′	0° 11′

Mittel $\varphi = 11{,}0'$.

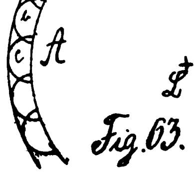
$\lambda = a \cdot \mathrm{tg}\,\varphi$
$= 0{,}1556 \cdot \mathrm{tg}\,11{,}0'$
$= 497{,}9 \cdot 10^{-6}$ mm
$= 498\ \mu\mu$.

§ 57. Beugung des Lichts.

Das Licht breitet sich im allg. gradlinig aus, entwirft also von einer Fläche einen geometrisch ähnlichen Schatten und von einer Oeffnung in einer Wand (z. B. Spalt) ein geometrisch ähnliches Abbild. Eine Lichtquelle würde, da sie eine gewisse Fläche einnimmt, nur verwaschene Schattengrenzen liefern (wie bei der Sonne Kern- und Halbschatten). Um eine linienförmige Lichtquelle zu erhalten, lasse ich das Licht durch einen Spalt austreten; dann liefert ein zweiter Spalt scharfe Schattenränder. Verengert man ihn aber immer mehr, so beobachtet man bei monochromatischem Licht helle und dunkle, bei weissem Licht farbige Streifen, grade wie bei den Interferenzerscheinungen, die sich hier aber auch in den Schattenraum hinein erstrecken.

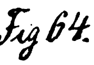
Wir wollen zunächst das letztere erklären: Das Licht ist eine Wellenbewegung des Aethers; nach

dem Huygensschen Prinzip können wir jedes Aetherteilchen wieder auffassen als ein Zentrum, von dem neue Aetherwellen ausgehen. Sei (Fig. 63) L die Lichtquelle; die Schwingungen mögen sich in einer bestimmten Zeit ausgebreitet haben bis zur Kugelfläche A. Von jedem Punkt derselben gehen nach dem Huygensschen Prinzip Elementarwellen aus, a, b, c . . . . Die umhüllende all dieser Elementarwellen ist die zu A konzentrische Kugelfläche B. Zu demselben Resultat hätte auch die Lehre von der gradlinigen Ausbreitung des Lichts geführt; auch quantitativ stimmen die Resultate beider überein, nur müssen wir annehmen, dass sich die Elementarwellen nach rückwärts nicht fortpflanzen können.



Fällt also Licht, und zwar wollen wir paralleles Licht nehmen, auf einen Spalt, so können wir die Spaltöffnung betrachten als Ausgangspunkt von Elementarwellen. Diese werden sich auch in den geometrischen Schatten hinein erstrecken. Warum dies nur bei engen Spaltöffnungen eintritt, wollen wir bei dem Beugungsgitter erörtern (§ 58).

Ich fange das von dem schmalen Spalt kommende Licht auf einem Schirm auf. Die ungebeugt durch den Spalt gehenden Strahlen haben bis zu diesem gleiche Wege zurückzulegen, dort werden sie sich also verstärken. Ich betrachte dann (Fig. 64) 2 gebeugte Strahlen AC und BE und berechne ihren Gangunterschied. Ich erhalte denselben, wenn ich von A auf BE die Senkrechte AD fälle, dann ist BD der Gangunterschied. Ist $BD = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \ldots$, so werden sich die Strahlen gegenseitig auslöschen, wir werden dunkle Streifen erhalten.



Bezeichne ich die Spaltbreite mit d, die Winkel, um welchen die Strahlen gebeugt sind, mit φ_1, φ_2 ... so gilt

$$\sin \varphi_1 = 1/2 \cdot \lambda/d, \sin \varphi_2 = 3/2 \cdot \lambda/d, \ldots \quad \text{oder}$$
$$\lambda = 2 \cdot d \cdot \sin \varphi_1 = 2/3 \cdot d \cdot \sin \varphi_2 \ldots$$

Nenne ich die Abstände der dunklen Streifen vom mittleren (hellen) e_1, e_2, e_3 ... und den Abstand des Schirmes von Spalt A, so ist

$\operatorname{tg} \varphi_1 = e_1/A$, od., da φ nur ein kleiner Winkel, $\sin \varphi_1 = e_1/A$
$\operatorname{tg} \varphi_2 = e_2/A$ $\qquad \sin \varphi_2 = e_2/A$
u. s. f. Also ist

$$\lambda = 2 \cdot d \cdot e_1/A = 2/3 \cdot d \cdot e_2/A = \ldots$$

Bezeichne ich die Abstände zweier aufeinander folgender Streifen mit a, so gilt

$$\frac{\lambda}{2} = e_1 \cdot d/A, \frac{3\lambda}{2} = (e_1 + a) \cdot d/A, \ldots$$

also, durch Subtraktion je zweier aufeinander folgender Gleichungen

$$\lambda = a \cdot d/A.$$

Ausführung des Versuchs.

Vor die elektrische Bogenlampe wird ein Spalt gesetzt, der eine scharfe Lichtlinie liefert. In 1/2 bis 1 m Entfernung wird der Spalt aufgestellt, der die Beugungserscheinung erzeugt. Die Abstände der dunkeln Streifen von einander werden mit der Fresnelschen Lupe gemessen (§ 47). Am besten stellt man auf eine Reihe von Streifen ein, die symmetrisch zum mittleren hellen Bild liegen (mindestens je 3). Die Differenz der Ablesungen für je 2 korrespondierende Streifen liefert den doppelten Abstand derselben vom mittleren hellen. Aus diesem berechne ich nach § 1 B den Abstand je zweier aufeinander folgender dunkler Streifen.

Das Licht wird durch rotes oder blaues Glas monochromatisch gemacht. Ich kann auch mit weissem Licht arbeiten, muss dann aber immer auf eine bestimmte Farbe

in den entstehenden farbigen Streifen einstellen. Ich messe dann eigentlich die Abstände zweier heller Streifen; für diese gilt aber die oben angegebene Formel auch, wie aus der Ableitung folgt.

Nach Beendigung des Versuchs lese ich die Spaltbreite an der Mikrometertrommel ab; ich muss dann noch kontrollieren, ob der 0-Punkt der Teilung richtig ist (d. h. die Ablesung 0 ergibt, wenn die beiden Spaltschneiden einander berühren). Zu diesem Zweck halte ich den Spalt gegen eine helle Lichtquelle und lese die Einstellung ab, bei der sich die beiden Schneiden grade berühren. Bei dem Zusammendrehen zähle ich auch die Anzahl der ganzen Umdrehungen und achte auf die Ganghöhe der Schraube. Diese Beobachtung wird 3 Mal angestellt; darauf achten, nach welcher Seite von 0 sich die Abweichung zeigt. Dieselbe ist von der abgelesenen Trommelstellung zu subtrahieren, um die Spaltbreite d zu geben.

Statt des Spaltes kann ich auch einen Draht nehmen, dessen Dicke ich mit dem Schraubenmikrometer bestimme (§ 4). Die Erscheinungen bleiben dadurch ungeändert.

Beispiel.

Zur Bestimmung der Wellenlänge wurde ein Spalt verwendet. Es wurde eingestellt auf das Rot nahe dem Orange (in weissem Licht).

Einstellung der Lupe.

Nr. des Streifens		Ablesung an der Skala	Trommel	mm
4	rechts	7,5	+ 1/200 · 65,3 =	7,822
3		10,5	„ 28,4 =	10,642
2		13,0	„ 83,7 =	13,419
1		16,0	„ 6,9 =	16,035
1	links	24,0	„ 34,5 =	24,173
2		26,5	„ 97,1 =	26,986
3		29,5	„ 54,5 =	29,773
4		32,5	„ 28,2 =	32,641

	$2e_n$	e_n			
1.	8,138	4,069	mm $= e_1$	$e_3 - e_1$ 5,497	(siehe § 1B)
2.	13,567	6,784	„ $= e_2$	$e_4 - e_2$ 5,624	
3.	19,131	9,566	„ $= e_3$	Mittel $=$ 5,561	
4.	24,819	12,408	„ $= e_4$	$a = 2,781$ mm.	

Spaltbreite.

Ablesung auf der Trommel 0,319. Ganghöhe 1/2 mm. Beim Einstellen auf den 0-Punkt musste noch einmal ganz herumgedreht werden, also Ablesung 0,819.

Null-Punkt: 0,285
0,299
0,275
Mittel 0,286

Spaltbreite $d = 0,819 - 0,286 = 0,533$ mm.

Abstand Schirm — Spalt $A = 235,5$ cm $= 2355$ mm.

$$\lambda = a \cdot d/D = 2,781 \cdot 0,533/2355$$
$$= 629,4 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$$
$$= 629,4\ \mu\mu.$$

---

§ 58. Beugungsgitter.

Wir haben in § 57 die Erscheinungen kennen gelernt, wie sie durch Beugung an den Rändern eines Spaltes entstehen. Wir wollen jetzt eine Reihe gleichweiter Spalte, durch gleichgrosse Zwischenräume getrennt, nebeneinanderstellen; dann erhalten wir ein Beugungsgitter. Dieselben werden hergestellt, indem man auf eine Glas- oder Silberplatte eine Reihe feiner gleichweit abstehender Striche mit dem Diamanten zieht (auf einer Teilmaschine). Letztere wirken als Reflexionsgitter; die Silberplatte bildet häufig ein Stück von einem Hohlzylindermantel, wodurch man die Anwendung von Linsen umgeht (Konkavgitter).

Jeder dieser Spalte erzeugt in monochromatischem Licht seine hellen und dunklen Interferenzstreifen, in

weissem Licht farbige; diese werden sich aber grösstenteils überlagern, wodurch eine Abschwächung der hellen Streifen bewirkt wird, d. h. wir werden grosse, relativ dunkle Flächen erhalten. Nur an den Stellen, wo sich die hellen Streifen der verschiedenen Spalte auf einander lagern, bekommen wir (verstärkte) helle Streifen.

Wir wollen wieder parallel einfallendes Licht annehmen; ich zeichne die ungebeugt hindurchgehenden Strahlen; da dieselben keinen Gangunterschied gegeneinander besitzen, werden sie sich verstärken, wir erhalten also ein mittleres helles Bild. Wir betrachten dann die gebeugten Strahlenbündel zweier benachbarter Spalte. Haben zwei ihrer entsprechenden Strahlen einen Gangunterschied von einer Wellenlänge oder einem Ganzen Vielfachen davon, so auch die sämtlichen einander entsprechenden Strahlen, d. h. diese beiden Strahlenbündel verstärken sich. Da die Strahlen parallel zu einander sind, gilt das für je zwei benachbarte Spalten. Die Interferenzmaxima der einzelnen Spalte lagern sich also an diesen Stellen übereinander, wir bekommen einen hellen Streifen.

Sind die Strahlen, falls sie einen Gangunterschied von λ, 2λ, ... haben, um die Winkel φ_1, φ_2, ... gebeugt, so gilt, falls ich die Gitterkonstante (d. h. die Breite eines Spalts + der Breite eines Balkens) mit e bezeichne (Fig. 65)

$$\sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{e}, \ \sin \cdot \varphi_2 = \frac{2\lambda}{e}, \ \ldots .$$

$$\lambda = e \cdot \sin \varphi_1 = {}^1/_2 \, e \cdot \sin \varphi_2 = {}^1/_3 \, e \sin \varphi_3, \ \ldots .$$

Wir sehen, dass für gegebenes λ der Winkel φ umso grösser wird, je kleiner e ist. Je feiner also die Gitterteilung, um so mehr rücken die verschiedenen Interferenzmaxima auseinander.

Haben wir weite Öffnungen, so rücken diese Maxima eng aneinander, fallen also praktisch zusammen, wir

erhalten nur ein helles Bild, das der Öffnung geometrisch ähnlich ist. Auch die Huygenssche Theorie der Elementarwellen, kombiniert mit der Interferenz, führt also für Objekte, die gross sind gegen die Wellenlänge des Lichts, zu denselben Resultaten, wie die Theorie der gradlinigen Ausbreitung.

Ausführung des Versuchs:

Die Winkel φ werden mit dem Spektrometer gemessen. Dieses wird in der in § 51 angegebenen Weise justiert. Um die Fernrohraxe senkrecht zur Drehaxe zu stellen, wird als planparalleles Plättchen direkt das Beugungsgitter benutzt. Dieses wird dabei mit seiner Fläche senkrecht zur Fernrohr- und damit auch senkrecht zur Kollimatoraxe gestellt (nur für diesen Fall gilt die oben abgeleitete Formel). Die Beobachtung erfolgt mit monochromatischem Licht (Glasstab in Bunsenflamme). In weissem Licht würden nebeneinanderliegende farbige Spaltbilder, d. h. ein kontinuierliches Spektrum (Beugungsspektrum) entstehen.

Das Fernrohr wird auf das mittlere helle Bild und dann auf die hellen Spaltbilder links und rechts der Reihe nach eingestellt (mindestens je 2) und die Einstellungen jedesmal an beiden Nonien abgelesen. Die Differenz gegen die erste Ablesung gibt den Winkel φ. Aus den durch Ablesung an beiden Nonien erhaltenen, sowie aus den korrespondierenden Winkeln, wird das Mittel genommen.

Die Gitterkonstante ist entweder gegeben oder wird mit der Teilmaschine (§ 5) gemessen, indem man 100 Striche an dem Fadenkreuz des Mikroskops passieren lässt und die von ihnen eingenommene Strecke misst.

Beispiel.

Es ist die Wellenlänge des Natriumlichts zu bestimmen. Gitterkonstante $e = 1/100$ mm (gegeben).

Ablesungen am Spektrometer.					Differenzen geg. d. mittl. Bild		Mittel
Mittleres Bild	61^0 59′	241^0 59′					
1. Bild rechts	58^0 35′	238^0 35′			3^0 24′	3^0 24′	3^0 24,0′
2. „ „	55^0 11′	235^0 11′			6^0 48′	6^0 48′	6^0 48,0′
1. „ links	65^0 22′	245^0 22′			3^0 23′	3^0 23′	3^0 23,0′
2. „ „	68^0 46′	248^0 46′			6^0 47′	6^0 47′	6^0 47,0′

Mittel 3^0 23′ 30″ 6^0 47′ 30″.

Wellenlänge:

$\lambda = e \cdot \sin \varphi_1 = 0{,}01 \cdot \sin 3^0\,23'\,30'' = 0{,}0005916$ mm

$\lambda = \frac{1}{2}\, e \cdot \sin \varphi_2 = \frac{1}{2}\, 0{,}01 \cdot \sin 6^0\,47'\,30'' = 0{,}0005914$ „

Mittel $\lambda = 0{,}0005915$ mm

$= 591{,}5\ \mu\mu$.

§ 59. Polarisations-Apparat nach Nörremberg.

Wie aus den Erscheinungen der Interferenz (siehe darüber § 20) folgt, ist das Licht eine Wellenbewegung und zwar des Äthers, da es sich auch im Vakuum fortpflanzt. Es bleibt vorläufig dahingestellt, ob die Schwingungen senkrecht oder längs der Fortpflanzungsrichtung erfolgen. Wir wollen das erstere annehmen und die aus dieser Annahme gezogenen Schlüsse an der Erfahrung prüfen (deduktive Methode).

Das Licht besteht also nach unserer Annahme aus transversalen Schwingungen. Da kein Grund dafür vorliegt, irgend eine Ebne zu bevorzugen, so werden diese Schwingungen bei gewöhnlichem Licht in allen möglichen Ebnen erfolgen. Selbstverständlich können die Schwingungen zu einem bestimmten Zeitpunkt nur in einer bestimmten Ebne erfolgen, diese Schwingungsebne dreht sich aber in der Sekunde unendlich oft.

Wir stellen jetzt die Frage auf, ob es nicht möglich ist, die Schwingungen auf eine einzige Ebene zu beschränken. Ein solcher Lichtstrahl würde senkrecht

zur Schwingungsebne andere Eigenschaften zeigen, wie in derselben, also eine seitliche Verschiedenheit aufweisen; wir wollen das Licht dann linear polarisiert nennen. Linear polarisiertes Licht ist also solches, das nur in einer Ebne schwingt. Zur Klarstellung dieses Begriffs sowie der sonstigen zu erwartenden Eigenschaften wollen wir ein mechanisches Analogiebeispiel betrachten.

In ein vertikal stehendes Brett denken wir uns eine vertikale Spalte geschnitten. Ein zweites eben so präpariertes stehe in einiger Entfernung von dem ersten. Durch die Spalten denken wir uns ferner ein Seil geführt. Vor dem Brett versetzen wir dieses in Transversalschwingungen. Wir achten darauf, dass sich keine stehenden Wellen bilden (siehe darüber § 20). Durch eine geeignete Vorrichtung denken wir uns die Schwingungsebne in schnelle Rotation versetzt. In dem Spalt kann das Seil aber nur nach unten und oben, nicht seitlich ausweichen; von den in allen möglichen Ebnen erfolgenden Schwingungen werden folglich nur die in der Vertikalebne erfolgenden durchgelassen, die in der Horizontalebne nicht (diese werden absorbiert). Erfolgen die Schwingungen in einer geneigten Ebne, so denken wir uns dieselben nach dem Parallelogrammprinzip in 2 auf einander senkrechte Schwingungen zerlegt, von denen die eine in, die andere senkrecht zur Spaltrichtung fällt. Die erste Komponente wird durchgelassen, die zweite absorbiert. Hinter dem ersten Brett haben wir also Schwingungen, die nur noch in einer Ebne (der Vertikalebne) erfolgen, haben wir also linear polarisierte Schwingungen. Wir nennen es deshalb den Polarisator.

Steht das zweite Brett vertikal, so gehen die Schwingungen ohne Verlust hindurch; hätten wir also Lichtschwingungen, so würde das Auge keinen Unterschied gegenüber gewöhnlichem Licht bemerken. Drehen wir es aber, so wird nur noch die in die Spaltrichtung fallende Komponente durchgelassen, das Licht würde schwächer werden. Drehen wir das Brett

in horizontale Lage, so lässt es überhaupt keine Schwingungen mehr durch; dann steht es gekreuzt zum Polarisator. Da es gestattet, das Licht zu analysieren, nennen wir es den Analysator. Gibt es nun etwas ähnliches beim Licht?

Es gibt in der Natur einige Krystalle, vor allem Kalkspat und Quarz, welche doppelbrechend sind, d. h. ein einfallender Lichtstrahl wird im allg. in 2 gespalten. Von diesem befolgt der eine das Snelliussche Brechungsgesetz (§ 49) der andere ein komplizierteres. Der erstere heisst deshalb der ordentliche, der andere der ausserordentliche Strahl. Es gibt nun eine Richtung, in welcher sich ein einfallender Strahl nur einfach fortpflanzt, man nennt diese die optische Axe, sie fällt meist in die Richtung einer krystallographischen Axe. Beim Kalkspat, der in Rhomboëdern krystallisiert, ist sie parallel der Verbindungslinie der beiden Ecken, in welchen 3 stumpfwinklige Flächen zusammenstossen. Beim Quarz, der in sechsseitigen Säulen mit aufgesetzten Pyramiden krystallisiert, ist sie parallel zur Verbindungslinie der Pyramidenspitzen. Einen durch die optische Axe gelegten Schnitt nennt man einen Hauptschnitt (AB'C'D) (Fig. 66). Die Flächen B'D und AC' bilden mit den Kanten C'D und AB' Winkel, von 71°.

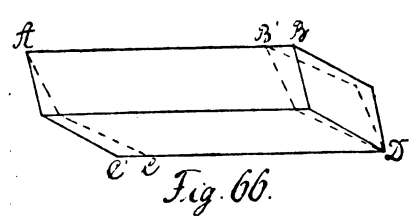


Fig. 66.

Damit ich den einen Strahl wegschaffe, schleife ich neue Endflächen an, die nur einen Winkel von 68° mit den Kanten bilden (DB und AC). Senkrecht zur Ebne AD und den neuen Endflächen wird der Krystall zerschnitten, poliert und mit Canadabalsam wieder zusammengekittet.

Ein parallel oder nahe parallel AB einfallender Strahl wird in 2 Strahlen zerlegt. Der Einfallswinkel des ordentlichen Strahls auf die Canadabalsamschicht überschreitet aber den Grenzwinkel der totalen Reflexion

(§ 49), wird also total reflektiert. Der ausserordentliche Strahl durchsetzt diese Schicht und tritt auf der anderen Seite mit einer geringen Parallelverschiebung (da er nur eine planparallele Platte durchsetzt hat) wieder aus.

Als Malus ein solches Nikolsches Prisma (so genannt nach dem Verfertiger) gegen die von der Sonne beschienenen Fenster des Louvre hielt und dasselbe drehte, beobachtete er, dass das Gesichtsfeld abwechselnd hell und dunkel wurde. Hier haben wir also das Analogon zu unserem mechanischen Modell, hier haben wir also polarisiertes Licht.

Malus wies nach, dass das Licht durch Reflexion polarisiert wird, wenn der gebrochene Strahl auf dem einfallenden Strahl senkrecht steht. Das Snelliussche Gesetz geht dann über in die Form

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin (90 - \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha.$$

(Man kann auf Grund dieser Gleichung für bekanntes n den Polarisations-Winkel α und für bekanntes α den Brechungsindex bestimmen. Die Messungen werden aber wenig genau).

Für Glas ($n = 3/2$) ist $\alpha = 55^0$.

Fällt also Licht auf Glas unter einem Winkel von 55^0 oder durchsetzt es ein Nikolsches Prisma, so wird es dadurch linear polarisiert, schwingt nur noch in einer Ebene, Aus dieser Beobachtung folgt, das die Lichtschwingungen transversal sind.

Fällt Licht unter einem anderen Winkel als 55^0 auf Glas, so wird nur ein Teil polarisiert, ein anderer Teil bleibt unporalisiert.

Auf ähnliche Weise weist man nach, dass auch der ordentliche Strahl in einem doppelt brechenden Körper polarisiert ist, und zwar steht seine Schwingungsrichtung senkrecht auf der des ausserordentlichen Strahls.

Wir wollen die Malusschen Beobachtungen an dem Nörrembergschen Polarisationsapparat wiederholen (Fig. 67). Zwei Metallsäulen, die in einen mit einem

Spiegel versehenen Fuss eingelassen sind, tragen einen drehbaren unbelegten Spiegel, ein ringförmiges Tischchen und eine Kreisteilung mit drehbarem Nikol.

Das Licht fällt, was sich durch Heben oder Senken der Flamme erreichen lässt, unter 55° auf die Glasplatte, wird senkrecht nach unten reflektiert (die Glasplatte muss also mit der Vertikalen einen Winkel von 35° bilden), von dem Spiegel zurückreflektiert, durchsetzt die Glasplatte und gelangt in den Nikol.

Wir wenden (mit Rücksicht auf die weiteren Versuche) monochromatisches Licht an, das wir erhalten, wenn wir Natrium in eine Bunsenflamme bringen. Es genügt dazu das im Glase vorhandene Natrium.

Fig. 67

Wenn man den Nikol um 360° dreht, beobachtet man 2 um 180° von einander abliegende Stellen grösster Helligkeit und 2, gleichfalls um 180° von einander abliegende Stellen grösster Dunkelheit, die mit den ersteren einen Winkel von 90° bilden. Ist nämlich (Fig. 68) P die Schwingungsebne des den Polarisator verlassenden Lichts und drehen wir die Schwingungsebene des Analysators A, so tritt nach dem oben Erwähnten in A_2 und A_4 Auslöschung, in A_1 und A_3 grösste Helligkeit ein. Ist die Auslöschung nicht völlig, so ist noch nicht alles Licht polarisiert, es muss dann die Neigung der Glasplatte solange geändert werden, bis das Minimum möglichst gut ist.

P A1
A2 A4
A3
Fig. 68.

Bei der Drehung muss stets die Messinghülse angefasst werden, sonst dreht man nur das Nikol, nicht die Indices.

Der Nikol kann natürlich auch durch jede andere polarisiertes Licht liefernde Vorrichtung (Spiegel, Glasplattensatz, Turmalin etc.) ersetzt werden.

Wir suchen 6 Mal die Stellungen grösster Dunkelheit auf und lesen dieselben an den beiden um 180° von einander entfernten Indices ab. Aus den Ablesungen wird das Mittel genommen.

Wir wollen jetzt auf das Tischchen eine Platte eines einaxigen Krystalls legen, die parallel zur Axe geschnitten ist. Polarisator und Analysator seien gekreuzt. (Versuch anstellen!). Das vom Polarisator kommende Licht zerspaltet sich im Krystall im allgemeinen in 2 auf einander senkrecht stehende Komponenten (die eine schwingt in der Ebene des ordentlichen, die andere in der Ebene des ausserordentlichen Strahls). Nach dem Durchsetzen des Krystalls werden beide wieder zu einer Resultierenden in der Richtung der Schwingungsebene des Analysators vereinigt. Es erfolgt also Aufhellung des Gesichtsfeldes. Nur wenn die Platte so liegt, dass eine ihrer Schwingungsebenen parallel zu der des Polarisators oder Analysators ist, können sich in ihr nicht 2 sondern nur 1 Strahl fortpflanzen, dessen Schwingungsrichtung aber senkrecht zu der des Analysators steht. Das Gesichtsfeld bleibt also dunkel.

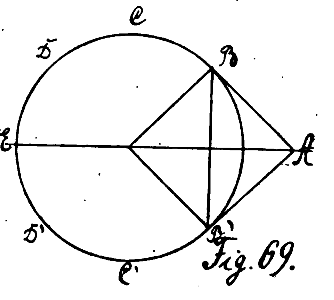
Falls die Platten dünn sind, treten nach dem Zurückführen der beiden die Platten durchsetzenden Strahlen auf eine Schwingungsebene Interferenzerscheinungen auf (senkrecht zu einander polarisierte Strahlen interferieren nicht), ebenso bei Anwendung stark konvergenten Lichts, die die obigen Erscheinungen komplizieren. Im weissen Licht treten Farben auf, da immer grade nur eine bestimmte Wellenlänge durch die Interferenz ausgelöscht werden kann, während die anderen mit grösserer oder geringerer Intensität bestehen bleiben, doch kann auf diese Erscheinungen hier nicht näher eingegangen werden.

Falls die Platte senkrecht zur optischen Axe geschnitten ist, sollte, da sich längs derselben nur ein Strahl fortpflanzt, durch das Einschieben einer solchen Platte zwischen Polarisator und Analysator keine

Änderung eintreten. Tatsächlich beobachten wir aber eine Aufhellung des Gesichtsfeldes (Versuch anstellen!).

Der Grund hierfür ist der folgende: Der linear polarisierte Strahl spaltet sich beim Eintritt in die Krystalle in zwei zirkular polarisierte. Ein zirkular polarisierter Strahl ist ein solcher, bei dem sich die Schwingungsebene allmählich dreht, bei dem also die Schwingungen sich nicht längs einer Graden, sondern längs einer Schraubenlinie fortpflanzen. Diese Schraubenlinie kann auf einem elliptischen oder Kreiszylinder liegen (elliptisch und zirkular polarisiertes Licht). Wir wollen nur das letztere betrachten.

So wie wir uns eine längs eines Kreises erfolgende Schwingung (etwa eines Pendels) entstanden denken können aus Schwingungen in 2 aufeinander senkrecht stehenden Ebenen (von gleicher Amplitude), so können wir auch eine lineare Schwingung ersetzt denken, aus 2 kreisförmigen Schwingungen, die denselben Kreis mit gleicher Geschwindigkeit entgegensetzt durchlaufen, Vom Punkte A aus (Fig. 69) mögen die beiden Schwingungen zu gleicher Zeit ausgehen, die eine oben, die andere unten herum, Ich denke mir den Kreisbogen in eine Anzahl gleicher Teile zerlegt (AB, AB', BC, B'C', CD, C'D', DE, D'E) die Kreisbogen will ich durch die Tangenten ersetzt denken. Ich zerlege die Bewegungen AB und AB' in 2 Komponenten, von denen die eine in die Richtung des Durchmessers AE, die andere senkrecht dazu fällt. Die beiden letzteren heben sich auf, es bleibt also nur eine Bewegung längs des Durchmessers AE übrig,



dasselbe gilt für alle übrigen Teile des Kreises. Gelangen die Bewegungen über E hinaus, so kehrt die lineare Bewegung um. Die Zeit zum Durchlaufen des Kreisbogens ist also dieselbe wie für die ganze

lineare Schwingung (AE — EA). Gehen die beiden Bewegungen von einem anderen Punkt aus, so erfolgt die resultierende lineare Bewegung längs des durch diesen Punkt gehenden Durchmessers.

Falls nun das linear polarisierte Licht in die Quarzplatte gelangt, zerlegt es sich in 2 kreisförmige Schwingungen, die eine links, die andere rechts zirkular-polarisiert (man kann die beiden Strahlen im Quarz durch geeignete Hilfsmittel nachweisen). Diese beiden pflanzen sich aber im Quarz mit verschiedener Geschwindigkeit fort. Die lineare Schwingung längs AE zerlegt sich also in die beiden zirkularen, die etwa gleichzeitig von A ausgehen; während aber die eine, sagen wir, die rechts polarisierte, den ganzen Kreis und das Stück bis B durchläuft, durchläuft die links polarisierte nur das Stück AC'EB. Nach dem Austritt aus dem Krystall werden die beiden zirkularen Schwingungen also von B aus losgehen, d. h. die lineare Schwingung erfolgt längs BD', m. a. W. die Polarisationsebne ist gedreht, was die Beobachtung bestätigt.

Wir bringen auf das Tischchen des Nörremberg-schen Apparats Quarzplatten, deren Dicke gegeben ist (oder durch das Schrauben-Mikrometer (§ 4) bestimmt wird), und beobachten, dass wir, um wieder Dunkelheit zu erreichen, den Nikol gegen die vorhergehende Stellung um ein bestimmtes Stück drehen müssen. Wir machen für jede Quarzplatte wieder die Beobachtung auf beiden Seiten der Teilung und nehmen das Mittel. Die Differenz gegen die korrespondierenden ersten Beobachtungen (ohne Quarzplatte) ergeben den Winkel, um den ich den Nikol gedreht habe und damit den Winkel, um den die Quarzplatte die Schwingungsebne des polarisierten Lichts dreht.

Sei (Fig. 70) P die Schwingungsebne des Polarisators, so ist A die des Analysators bei Auslöschung. Wird erstere durch den Quarz in die

Lage P' gedreht, so muss ich, um wieder Auslöschung zu erhalten, den Analysator um den gleichen Winkel, in die Lage A', drehen.

Dreht eine Quarzplatte von 1 mm Stärke um einen Winkel von x^0, und lege ich eine zweite Quarzplatte von 1 mm Stärke dazu, so dreht auch diese um einen Winkel von x^0, eine Platte von 2 mm Stärke also um $2x^0$, d. h. die Drehung ist der Dicke der Quarzplatte proportional. Dividiere ich also den gefundenen Drehwinkel durch die Plattendicke, so erhalte ich den für eine Platte von 1 mm Stärke, kurz als Drehung bezeichnet. Aus sämtlichen Resultaten wird das Mittel genommen.

Es gibt Platten, welche rechts, und solche, welche links herum drehen; bei den einen pflanzt sich also der rechts-, bei den anderen der links-zirkular polarisierte Strahl schneller fort.

Bei dicken Quarzplatten kann die Drehung über 360° betragen. Ich muss also bei diesen zu dem beobachteten Drehwinkel noch 360° oder ein ganzes Vielfaches davon addieren; wieviel, ergibt sich aus dem Gesetz, dass der Drehwinkel proportional der Dicke ist.

Ich arbeite dann mit weissem Licht; ohne Krystallplatten erhalte ich bei Drehung des Nikols Stellen grösster Helligkeit und Dunkelheit. Mit Quarzplatten finde ich das nicht mehr, sondern erhalte verschiedene Farben (Versuch mit Quarzplatte von etwa 3 mm Stärke anstellen!). Der Quarz dreht nämlich die verschiedenen Farben verschieden stark. Im weissen Licht sind nun alle Farben enthalten; für eine bestimmte Analysatorstellung kann immer nur eine bestimmte Farbe (und für jede Analysatorstellung eine andere) ausgelöscht werden, während die übrigen Farben mehr oder minder geschwächt hindurchtreten. Die beobachteten Farben sind also Mischfarben. Diese Erscheinung, von der man beim Polarisationsapparat von Soleil-Ventzke eine wichtige Anwendung macht, bezeichnet man als Rotationsdispersion.

Beispiel.

1. Ohne Quarzplatte.

Dunkelstellung.

2°	— 178°
1°	— 179°
5°	— 175°
1°	— 179°
2°	— 180°
4°	— 176°
3°	— 177°
6°	— 174°

M. 3,0° — 177,0°.

2. linksdrehender Quarz

d = 3,74 mm

— 77°	103°
— 75°	105°
— 77°	103°
— 77°	103°
— 74°	106°
— 75°	105°
— 78°	102°
— 76°	104°

M. — 76,1°, 103,9°.

Drehwinkel

3,0 + 76,1 = 79,1°,

(180,0—177,0) +

(180,0—103,9) = 79,1°.

Mittel 79,1°.

3. rechtsdrehender Quarz.

d = 3,74 mm

85°	— 95°
84°	— 96°
87°	— 93°
84°	— 96°
84°	— 96°
85°	— 95°
87°	— 93°
84°	— 96°

M. 85,0° — 95,0°.

Drehwinkel

85,0 — 3,0 = 82,0°,

177,0 — 95,0 = 82,0°.

Mittel 82,0°.

4. rechtsdrehender Quarz.

d = 3,04 mm

70°	— 110
67°	— 113
69°	— 111
65°	— 115
70°	— 110
66°	— 114
74°	— 106
71°	— 109

M. 69,0° — 111,0°.

Drehwinkel

69,0 — 3,0 = 66,0°,

177,0 — 111,0 = 66,0°.

Mittel 66,0°.

Drehung. aus 2) 79,1/3,74 = 21,15°

„ 3) 82,0/3,74 = 21,93°

„ 4) 66,0/3,04 = 21,71°

Mittel 21,60°.

Eine Quarzplatte von 1 mm Stärke dreht die Schwingungsebne des polarisierten Lichts der Wellenlänge $5893 \cdot 10^{-7}$ mm (Na-Licht) um 21,6 Grad.

§ 60. Polarisations-Apparat nach Soleil-Ventzke.

Über Polarisation etc. siehe § 59.

Die bemerkenswerte Eigenschaft, die Polarisationsebene des Lichtes zu drehen, zeigen ausser dem Quarz auch einige organische Stoffe, z. B. Zuckerlösung. Auch bei dieser ist die Drehung proportional der Dicke der Schicht und ferner proportional dem Prozentgehalt an Zucker. Wegen dieser Eigenschaft findet der Polarisationsapparat Anwendung in der Technik zur Bestimmung des Zuckergehalts von Lösungen aus der Grösse des Drehwinkels. Da derselbe aber weit kleiner ist als bei Quarzplatten, muss man feinere Hilfsmittel zur Messung derselben anwenden.

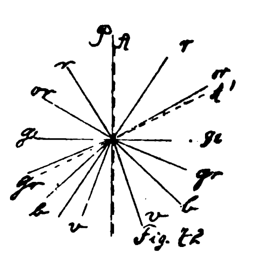
Fig. 71.

Beschreibung des Apparates (Fig. 71). Als Polarisator dient ein Nikolsches Prisma P. Das Licht fällt dann auf eine Doppelplatte Q aus einem Stück rechts und einem Stück links drehenden Quarzes kombiniert. Als Analysator dient ein Nikol A, dessen Schwingungsebene parallel zu zu der des Polarisators liegt. Der Quarzplatte gibt man gewöhnlich eine Stärke von 3,75 mm, eine solche dreht das Gelb um 90⁰, diese Farbe fehlt also in dem durchgelassenen Licht, das purpur-violett erscheint. Nun ist aber im allgemeinen das menschliche Auge für Gelb am empfindlichsten. Sobald also durch die

Drehung zu dem Purpur-violett eine Spur Gelb hinzukommt, wird es diese leicht wahrnehmen.

Ein kleines Galileisches Fernrohr gestattet die Trennungslinie der Quarzdoppelplatten deutlich zu erkennen.

Sei (Fig. 72) P die Schwingungsebene des Polarisators, die mit der des Analysators zusammenfallen. Die Quarzplatte dreht die Schwingungsebne der im weissen Licht enthaltenen Farben verschieden stark, und zwar die einen links, die anderen rechts herum, aber beide um denselben Betrag. Seien r, or, ge, gr, b, v die Lagen der Schwingungsebnen des roten, orange, gelben, grünen, blauen und violetten Lichts.



Zerlegen wir dieselben in 2 Komponenten, von denen die eine parallel zu P (der Schwingungsebne des Analysators), die andere senkrecht dazu, so wird nur die erste durchgelassen. In den Analysator gelangt also hauptsächlich violettes und rotes Licht, das sich zu einer Mischfarbe addiert, kein Gelb. Das Wichtigste ist, dass die beiden Hälften des Gesichtsfeldes in der gleichen Farbennuance erscheinen. Durch eine geringe Drehung der Schwingungsebne des Polarisators oder Analysators würden aber die beiden Gesichtsfeldhälften verschiedene Färbung erhalten. Wenn ich sie z. B. in die Lage A' brächte, würde die eine Hälfte rot, die andere blau erscheinen u. s. f. Dasselbe tritt ein, wenn ich die Zuckerlösung in der Röhre R dazwischen bringe. Ich messe aber die Drehung nicht (wie bei dem Nörrembergschen Polarisationsapparat), indem ich das analysierende Nikol um denselben Betrag nachdrehe, bis ich wieder gleiche Färbung beider Gesichtsfeldhälften erhalte, sondern auf folgende sinnreiche Weise:

Zwischen den beiden Nikols befindet sich ein Quarzdoppelkeil D aus rechtsdrehendem Quarz (Kom-

pensator), die so angeordnet sind, dass sie eine planparallele Platte variabler Dicke bilden. Die Stellung, in welcher beide einander decken, wollen wir als 0-Stellung bezeichnen. Sie würden für sich bereits eine gewisse Drehung hervorbringen, deshalb befindet sich vor ihnen eine ebenso dicke Quarzplatte aus linksdrehendem Quarz. Beide zusammen heben sich in ihrer Wirkung auf.

Die Verschiebung der Keile erfolgt mit Zahnschraube und Trieb und ist an einer Teilung ablesbar. Die einzelnen Teile bezeichnet man als Grade Soleil-Ventzke. Dreht nun die Zuckerlösung die Polarisationsebne (und zwar nach rechts), so verschiebe ich die Keile solange derart, dass die von ihnen gebildete Platte dünner wird, bis die links drehende Platte über jene einen solchen Überschuss erlangt hat, dass ihre Drehung gerade die Drehung der Zuckerlösung aufhebt, bis also wieder beide Hälften des Gesichtsfeldes gleiche Farbennuancen zeigen. Ich kompensiere also die Drehung der Zuckerlösung und bestimme dadurch ihre Drehung in Graden Soleil-Ventzke.

Nun sind aber nicht alle Augen für das Violett gleich empfindlich. Um für jedes Auge die empfindlichste Farbe einstellen zu können, befindet sich an dem Sacharimeter noch der Farbenregulator, der aus einem Nikol P' und der Quarzplatte Q' besteht und vom Okular aus durch Zahnschraube und Trieb gedreht werden kann. Durch P' wird das Licht bereits polarisiert, durch Q' geht infolgedessen bereits polarisiertes und zwar farbiges Licht hindurch, das aber nicht monochromatisch, sondern fast aus allen Farben gemischt ist. Von diesen lässt P nun die Farben nicht durch, deren Schwingungsebene gerade senkrecht zu der seinigen ist. Je nachdem wie ich P und Q drehe, wird also in P eine anderer Farbe ausgelöscht, d. h. hinter P erhalte ich Licht von anderer Farbenzusammensetzung. Dieses Licht wird dann von der Quarzdoppelplatte genau wie das weisse Licht rotationsdispergiert. Auf die Nullstellung ist die Stellung des Farbenregulators ohne Einfluss.

Ausführung des Versuchs.

Ich stelle mit dem Farbenregulator zunächst die für mein Auge empfindlichste Farbe (in der Regel purpur-violett) ein, und überzeuge mich dann, ob die Nullstellung des Kompensators mit dem 0-Punkt der Teilung zusammenfällt. Zu diesem Zweck richte ich den Apparat gegen den hellen Himmel oder einen von hinten hell beleuchteten Mattglas- resp. Seidenpapierschirm. Die Linsen sind so eingestellt, dass man die Trennungslinie der Quarzdoppelplatte scharf sieht. Ich stelle den Kompensator so ein, dass beide Gesichtsfeldhälften gleiche Farbennuancen haben und beobachte diese Einstellung mindestens 6 mal, indem ich darauf achte, ob der 0-Punkt der Teilung nach links oder rechts von dem 0-Punkt des Nonius (der in der Regel $1/10^0$ Soleil-Ventzke gibt) liegt. Aus den Beobachtungen ist das Mittel zu nehmen.

In einer Reibschale wird Rohrzucker fein zerrieben, auf einer Wage ein Blatt Papier austariert und auf diesem 13,0 g Zucker abgewogen, zu diesen in einer Mensur soviel destilliertes Wasser zugegeben, dass 50 cm^3 Lösung entstehen. Ich habe also eine Lösung, die 26 % Zucker enthält. Nach Auflösung des Zuckers wird, wenn nötig, filtriert. Die Lösung wird in eine 20 cm lange, an beiden Enden durch eine Glasplatte (die durch eine Messinghülse gehalten wird) verschlossene Glasröhre getan, sodass sich ein Meniskus bildet. Von der Seite wird die verschliessende Glasplatte heraufgeschoben, der Gummiring aufgesetzt und die Messinghülse festgeschraubt. In der Röhre dürfen sich keine Luftblasen befinden; anderenfalls Füllung wiederholen!

Ich beobachte jetzt 6 mal hintereinander die Kompensatorstellung, bei welcher die beiden Gesichtsfeldhälften gleiche Farbennuancen haben und nehme aus diesen das Mittel.

Die Differenz (resp. Summe) der beiden Ablesungen gibt das Drehungsvermögen einer 26 % Zuckerlösung

in einer 20 cm dicken Schicht, ausgedrückt in Graden Soleil-Ventzke. Dieses soll (bei 20^0 C.) 100^0 S-V betragen. Es entsprechen somit einer Drehung von 1^0 S-V ein Zuckergehalt von $0{,}26\,^0/_0$, oder eine Drehung von x^0 einem Zuckergehalt von $0{,}26 \cdot x\,^0/_0$. Eine Abweichung rührt von Differenzen in der Temperatur oder Rohrlänge, in den meisten Fällen aber von Unreinheiten oder Verfälschungen des Zuckers her. Nach dem Versuch alle Teile, die mit Zuckerlösung in Berührung gekommen sind, tüchtig ausspülen!

Beispiel.

Stellung des Kompensators

	ohne	mit	Zucker
	+ 0,5	100,6	
	+ 0,2	100,0	Die 26 % Zuckerlösung dreht also um 100,23° S-V.
	+ 0,0	100,0	
	—0,2	100,5	
	+ 0,3	100,7	
	—0,1	100,3	
Mittel	+ 00,12	100,35.	

§ 61. Polarisationsapparat nach Lippich.

Über polarisiertes Licht siehe § 59.

Wie bei dem Apparat nach Soleil-Ventzke (§ 60) dient auch hier als Polarisator und Analysator ein Nikolsches Prisma P und A (Fig. 73). Die Drehung

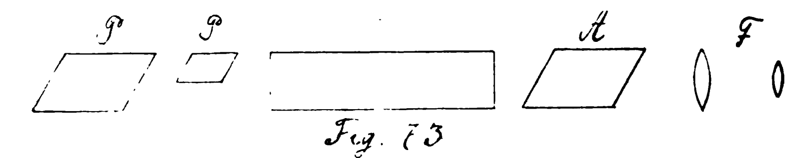


Fig. 73

des Analysators ist an einer Kreisteilung mit Nonius ablesbar. Hinter dem Polarisator befindet sich, nur

die eine Hälfte des Gesichtsfeldes ausfüllend, ein kleineres Nikol P', dessen untere vordere Kante das Gesichtsfeld in 2 Teile trennt. Auf die deutliche Sichtbarkeit derselben wird das kleine Fernrohr F eingestellt.

Die beiden Nikol P und P' werden so zu einander orientiert, dass ihre Polarisationsebnen p und p' (Fig. 74) einen kleinen Winkel (bis zu 3 Grad) mit einander bilden. Steht die Polarisationsebene des Analysators senkrecht zu p oder p' (in der Lage a_1 oder a_2), so erscheint die eine Hälfte des Gesichtsfeldes hell, die andere dunkel. Zwischen beiden muss es eine Stellung a geben, wo beide Gesichtsfeldhälften gleich hell erscheinen. Das ist die 0-Stellung des Apparates.

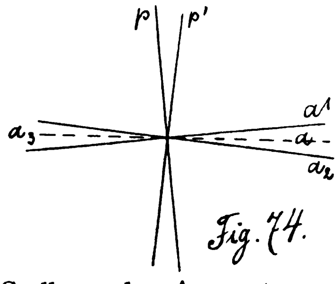


Fig. 74.

Da die Drehung der Polarisationsebene von der Farbe (Wellenlänge) abhängt, muss man zur Beleuchtung monochromatisches Licht (in der Regel Natriumlicht) nehmen. Da die Lichtquelle intensiv sein muss, nimmt man am Besten einen Teclubrenner und bringt in diesen einen Asbestring, der mit Kochsalz getränkt ist. Die neueren Instrumente haben einen Nikol P', der nur den mittleren Teil des Gesichtsfeldes ansfüllt (dreiteiliger Halbschattenpolarisator).

Ausführung des Versuchs.

Es wird zunächst 6 Mal der 0-Punkt des Instruments bestimmt, sodann der zu untersuchende Körper (Quarzplatten oder Zuckerlösung (siehe § 59, 60) vor den Analysator gebracht und jetzt wieder 6 Mal auf gleiche Intensität der beiden Gesichtsfeldhälften eingestellt. Aus den Ablesungen wird das Mittel genommen; die Differenz der Mittel gibt den Drehwinkel.

Praktisch verfährt man bei den Beobachtungen so, dass man den Analysator erst in die Stellung a_1 (Auslöschung der einen Gesichtsfeldhälfte) dann in die Stellung a_2 (Auslöschung der anderen) dreht und dann die zwischen beiden gelegene Stellung gleicher Helligkeit aufsucht; auch bei der Lage a_3 existiert nämlich eine solche Stellung, die sich aber nur ungenau einstellen lässt, da hier die Intensitätsunterschiede bei verschiedenen Stellungen des Analysators zu gering sind.

Das Intervall der Kreisteilung beträgt meist 1/4°. 24 solchen Teilen entsprechen 25 Noniusteile, der also 1/25 des Intervalls, das ist 1/100 Grad abzulesen gestattet. Die Ablesung erfolgt mit Hilfe kleiner Mikroskope an den beiden um 180° von einander entfernten Nonien, um einen durch eine etwaige geringe Exzentricität verursachten Fehler unschädlich zu machen.

Beispiel.

26 % Zuckerlösung in Rohr von 20 cm Länge. Natriumlicht.

Einstellung des Apparats

Ohne Zuckerlösung

	3,75 + 0,21°	183,75° + 0,20°
	0,22°	0,22°
	0,18°	0,19°
	0,20°	0,21°
	0,22°	0,21°
	0,21°	0,22°
Mitt.	3,75° + 0,21°	183,75° + 0,21°
	= 3,96°.	= 183,96°.

Mit Zuckerlösung

38,25° + 0,01°	218,25° + 0,00°
0,00°	00° + 0,24°
0,02°	25° + 0,01°

$0{,}05^0$	$0{,}03^0$
$0{,}03^0$	$0{,}04^0$
$0{,}02^0$	$0{,}03^0$
Mitt. $38{,}25 + 0{,}02^0$ $= 38{,}27^0$.	$218{,}25 + 0{,}02^0$ $= 218{,}27^0$.

Drehung $38{,}27^0 - 3{,}96^0 = 34{,}31^0$ $218{,}27^0 - 183{,}96^9 = 34{,}31^0$.

$$\text{Mittel} = 34{,}310^0 = 34^0\ 19'\ 17''.$$

Es dreht also eine $1^0/_0$ Zuckerlösung in 20 cm dicker Schicht um

$$34{,}31/26 = 1{,}32^0.$$

Tabellen.

1. Dichte fester und flüssiger Körper.

Feste Körper.

Aluminium	2,60	Neusilber	8,5
Antimon	6,62	Nickel	8,9
Blei	11,37	Platin	21,50
Bronze	8,7	Porzellan	2,2—2,5
Cadmium	8,64	Quarz, kryst.	2,65
Ebonit	1,2	amorph	2,20
Eisen, Schmiede	7,8	Schwefel	2,0
Guss	7,1—7,7	Schwerspat	4,4
Draht	7,7	Silber	10,50
Gussstahl	7,8	Wismuth	9,80
Elfenbein	1,9	Zink	7,1
Glas	2,4—2,6	Zinn	7,29
Flintglas	3,0—5,9		
Gold	19,32		
Holz, Eben	1,26	Eis	0,9167
Buchen	0,7	KCl	1,98
Eichen	0,7—1,0	KNO_3	2,09
Tannen	0,5	K_2SO_4	2,66
Kalkspat	2,71	KOH	2,04
Konstantan	8,8	$NaCl$	2,16
Kork	0,24	$NaNO_3$	2,26
Kupfer	8,93	$Na_2SO_4 + 10H_2O$	1,46
Magnesium	1,74	$Na_2CO_3 + 10H_2O$	1,46
Manganin	8,4	$ZnSO_4 + 7H_2O$	2,01
Marmor	2,8	$CuSO_4 + 5H_2O$	2,27
Messing	8,1—8,6	Zucker $C_{12}H_{22}O_{11}$	1,59

Flüssige Körper bei 18°.

Kohlensäure CO_2	0,79	Petroleum	0,8
		Salpetersäure HNO_3	1,50
Äther $C_4H_{10}O$	0,717	Schwefelkohlenstoff CS_2	1,26
Alkohol C_2H_5OH	0,7911	Schwefelsäure H_2SO_4	1,84
Ameisensäure CH_2O_2	1,22	Terpentinöl	0,87
Anilin C_6H_7N	1,02	Kochsalzlösung (gesättigt)	1,2
Benzol C_6H_6	0,881	Quecksilber 18°	13,552
Chloroform $CHCl_3$	1,493	„ 0°	13,596
Essigsäure $C_2H_4O_2$	1,053		
Glyzerin $C_3H_8O_3$	1,26		
Milch	1,03		
Öle (fette)	0,92		

2. Dichte gasförmiger Körper

(bei 0° und 760 mm Barometerstand).

		Wasser = 1	Luft = 1	Sauerst. = 16
Acetylen	C_2H_2	0,0011759	0,9096	13,167
Ammoniak	NH_3	0,000763	0,590	8,54
Argon	A	0,001782	1,378	19,96
Chlor	Cl_2	0,00322	2,49	36,0
Chlorwasserstoff	HCl	0,0016408	1,2692	18,373
Helium	He	0,000177	0,137	1,98
Kohlensäure	CO_2	0,0019766	1,5289	22,132
Luft		0,0012928	1,0000	14,476
Sauerstoff	O_2	0,0014290	1,1053	16,000
Stickstoff	N_2	0,0012505	0,9673	14,003
„ atm.		0,0012567	0,9721	14,072
Wasserstoff	H_2	0,00008985	0,06950	1,006

3. Dichte des Wassers

t	Dichte	Diff.
0	0,999 868	
1	927	+ 59
2	968	+ 41
3	992	+ 24
4	1,000 000	+ 08
5	0,999 992	— 08
6	968	— 24
7	929	— 39
8	876	— 53
9	808	— 68
10	727	— 81
11	632	— 95
12	525	— 107
13	404	— 121
14	271	— 133
15	126	— 145
16	0,998 970	— 156
17	801	— 169
18	622	— 179
19	432	— 190
20	230	— 202
21	019	— 211
22	0,997 797	— 222
23	565	— 232
24	323	— 242
25	071	— 252
26	0,996 810	— 261
27	539	— 271
28	259	— 280
29	0,995 971	— 288
30	673	— 298

4. Dichte der trocknen Luft

(bezogen auf Wasser von 4⁰).

t	700	710	720	730
0	0,0011 91	0,0012 08	0,0012 25	0,0012 42
1	87	04	21	38
2	82	0,0011 99	16	33
3	78	95	12	29
4	74	91	07	24
5	70	86	03	20
6	65	82	0,0011 99	15
7	61	78	94	11
8	57	74	90	07
9	53	69	86	02
10	49	65	82	0,0011 98
11	45	61	78	94
12	41	57	73	90
13	37	53	69	86
14	33	49	65	81
15	29	45	61	77
16	25	41	57	73
17	21	37	53	69
18	17	33	49	65
19	13	29	45	61
20	10	26	41	57
21	06	22	37	53
22	02	18	34	49
23	0,0010 98	14	30	45
24	95	10	26	42
25	91	07	22	38
26	87	03	18	34
27	84	0,0010 99	15	30
28	80	96	11	26
29	77	92	07	23
30	73	88	04	19

t	740	750	760	770
0	0,0012 59	0,0012 76	0,0012 93	0,0013 10
1	55	72	88	05
2	50	67	83	01
3	45	62	79	0,0012 96
4	41	58	74	91
5	36	53	70	87
6	32	49	65	82
7	28	44	60	77
8	23	40	56	73
9	19	35	52	68
10	15	31	47	64
11	10	27	43	59
12	06	22	38	55
13	02	18	34	51
14	0,0011 98	14	30	46
15	93	10	25	42
16	89	05	21	38
17	85	01	17	33
18	81	0,0011 97	13	29
19	77	93	09	25
20	73	89	04	21
21	69	85	00	16
22	65	81	0,0011 96	12
23	61	77	92	08
24	57	73	88	04
25	53	69	84	00
26	49	65	80	0,0011 96
27	46	61	76	92
28	42	57	72	88
29	38	53	68	84
30	34	50	65	80

5. Elastizitätsmodul E und Torsionsmodul T in Kg_G/cm^2 und **Schallgeschwindigkeit** u in m/sec.

	E	T	u
Aluminium	700000	300 000	5 100
Blei	170000	60 000	1 300
Schmiedeeisen	1500000		
	bis 2000000	800 000	5 000
Stahl	1900000		
	bis 2100000	820 000	5 100
Kupfer	1200000	450 000	3 700
Messing	900000	370 000	3 200
Neusilber	1200000		3 700
Nickel	200000	780 000	4 700
Platin	1600000	660 000	2 800
Silber	720000	290 000	2 700
Zink	900000	380 000	3 600
Zinn	450000	160 000	2 500
Glas	650000	270 000	5 100
Quarz	600000		
Holzfaser	50000		3 000
	bis 120000		bis 4 000

6. Innerer Reibungskoeffizient η in CGS bei 18° und Änderung α auf 1° Temp.-Zunahme bei 18°.

	η	α
Äther	0,0026	$-0{,}25 \cdot 10^{-4}$
Alkohol	0,0130	— 2,5 · „
Benzol	0,0066	— 1,1 · „
Quecksilber	0,0159	— 0,5 · „
Wasser	0,0106	— 2,7 · „

7. Ausdehnungs-Koeffizient a (zwischen 0° und 100°) Spezifische Wärme c, Schmelzpunkt t und Schmelzwärme S in Cal. fester Körper.

	a	c	t	S
Aluminium	$0{,}0_4 24$	0,214	657	239
Antimon	$0{,}0_4 11$	0,050	630	
Blei	$0{,}0_4 29$	0,031	327	6
Cadmium	$0{,}0_4 31$	0,055	321	14
Eisen	$0{,}0_4 12$	0,11	1200 bis 1400	ca. 30
Stahl	$0{,}0_4 11$	0,11	1300 bis 1400	
Invar [1]	$0{,}0_6 9$			
Gold	$0{,}0_4 15$	0,03	1064	
Iridium	$0{,}0_5 7$	0,03	2200	
Kupfer	$0{,}0_4 17$	0,094	1084	43
Mangan		0,122	1245	
Messing	$0{,}0_4 19$	0,093	ca. 900	
Neusilber	$0{,}0_4 18$	0,095	ca. 1000	
Nickel	$0{,}0_4 13$	0,108	1470	5
Platin	$0{,}0_5 9$	0,032	1720	27
Silber	$0{,}0_4 19$	0,056	961	21
Wismuth	$0{,}0_4 14$	0,030	269	13
Zink	$0{,}0_4 29$	0,093	419	28
Zinn	$0{,}0_4 23$	0,055	232	13
Roses Metall		0,05	95	5
Woods „		0,04	65—70	8
Porzellan (Berliner)	$0{,}0_5 3$		1550	
Glas	$0{,}0_5 8$	0,19	800 bis 1400	
Holzfaser	$0{,}0_5 3$ bis $0{,}0_5 9$			
KNO_3		0,23	340	48
$NaNO_3$		0,27	310	63
K Cl		0,171	760	
Na Cl		0,213	790	

[1]) 64% Fe, 36% Nc.

8. Ausdehnungs-Koeffizient α, **Spezifische Wärme** c, **Schmelzpunkt** t, **molekulare Erniedrigung desselben** δt, **Schmelzwärme** S (in Cal.), **Siedepunkt** t', **molekulare Erhöhung desselben** $\delta t'$ **und Verdampfungswärme** V (in Cal.) **flüssiger Körper.**

	α	c	t	δt	S	t'	$\delta t'$	V
Äther	0,00163	0,56	— 118			35,0	2,1	90
Alkohol	0,00110	0,58	— 112			78,4	1,15	202
Ameisensäure	0,00099	0,53	+ 8,6	2,8	56	100,6	3,4	120
Anilin	0,00085	0,51	— 6,0			184,2	3,2	104
Benzol	0,00124	0,41	+ 5,4	5,1	30	80,4	2,7	94,4
Chloroform	0,00126	0,23	—63,2			61,2	3,7	58
Essigsäure	0,00107	0,50	+ 16,7	3,9	44	118,1	2,5	90
Glycerin	0,00050	0,58	— 20		43	290		
Petroleum	0,00092	0,51						
Schwefelkohlenstoff	0,00121	0,24	— 113			46,2	2,4	85
Schwefelsäure		0,33			24			147
Wasser	0,00018	1,000	0	1,84	80	100	0,52	537
Quecksilber	0,000181	0,0333	—38,8		2,8	357,0		68
Schwefel			+ 114			445,0		362
Cadmium			+ 321			778		
Zink			+ 419		28	918		

9. Spannungs-Koeffizient α, spezifische Wärme bei konstantem Druck c_p, Verhältnis $c_p/c_v = \varkappa$, Schmelzpunkt t und Siedepunkt t' gasförmiger Körper.

	α	c_p	$\varkappa$	t	t'
Acetylen					—82,5
Ammoniak		0,52	1,32	—78	—38
Argon	0,003668	0,123	1,67	—188	—186
Chlor		0,124	1,32	—102	—33,4
Chlorwasserstoff		0,121	1,40	—113	—80
Helium	0,003663		1,66		
Kohlensäure	0,003726	0,218	1,30	—57	
Luft	0,003674	0,238	1,40		—193
Sauerstoff	0,003674	0,218	1,40	—227	—182,8
Stickstoff	0,003675	0,244	1,41	—210,5	—195,7
Wasserstoff	0,003663	3,410	1,41	—259	—252,6

10. Reduktion des Barometerstandes auf 0°.

(Die Tabelle gilt für Messingskala; für Glasskala sind die Zahlen um 0,008 · t zu vergrössern.)
Die Korrektion (in mm) ist von dem in mm abgelesenen Barometerstand zu subtrahieren.

Abgelesener Barometerstand.

t	700	710	720	730	0,008 · t
1	0,11	0,12	0,12	0,12	0,01
2	0,23	0,23	0,24	0,24	0,02
3	0,34	0,35	0,35	0,36	0,02
4	0,46	0,46	0,47	0,48	0,03
5	0,57	0,58	0,59	0,60	0,04
6	0,69	0,70	0,71	0,71	0,05
7	0,80	0,81	0,82	0,83	0,06
8	0,91	0,93	0,94	0,95	0,06
9	1,03	1,04	1,06	1,07	0,07
10	1,14	1,16	1,17	1,19	0,08
11	1,26	1,27	1,29	1,31	0,09
12	1,37	1,39	1,41	1,43	0,10
13	1,48	1,50	1,53	1,55	0,10
14	1,60	1,62	1,64	1,67	0,11
15	1,71	1,74	1,76	1,78	0,12
16	1,82	1,85	1,88	1,90	0,13
17	1,94	1,97	1,99	2,02	0,14
18	2,05	2,08	2,11	2,14	0,14
19	2,17	2,20	2,23	2,26	0,15
20	2,28	2,31	2,35	2,38	0,16
21	2,39	2,43	2,46	2,50	0,17
22	2,51	2,57	2,58	2,61	0,18
23	2,62	2,66	2,69	2,73	0,18
24	2,73	2,77	2,81	2,85	0,19
25	2,85	2,89	2,93	2,97	0,20
26	2,96	3,00	3,04	3,09	0,21
27	3,07	3,12	3,16	3,20	0,22
28	3,19	3,23	3,28	3,32	0,22
29	3,30	3,35	3,39	3,44	0,23
30	3,41	3,46	3,51	3,56	0,24

Abgelesener Barometerstand.

t	740	750	760	770	0,008 ·t
1	0,12	0,12	0,12	0,13	0,01
2	0,24	0,25	0,25	0,25	0,02
3	0,36	0,37	0,37	0,38	0,02
4	0,48	0,49	0,50	0,50	0,03
5	0,60	0,61	0,62	0,63	0,04
6	0,72	0,73	0,74	0,75	0,05
7	0,84	0,86	0,87	0,88	0,06
8	0,97	0,98	0,99	1,01	0,06
9	1,09	1,10	1,12	1,13	0,07
10	1,21	1,22	1,24	1,26	0,08
11	1,33	1,35	1,36	1,38	0,09
12	1,45	1,47	1,49	1,51	0,10
13	1,57	1,59	1,61	1,63	0,10
14	1,69	1,71	1,73	1,76	0,11
15	1,81	1,83	1,86	1,88	0,12
16	1,93	1,96	1,98	2,01	0,13
17	2,05	2,08	2,10	2,13	0,14
18	2,17	2,20	2,23	2,26	0,14
19	2,29	2,32	2,35	2,38	0,15
20	2,41	2,44	2,47	2,51	0,16
21	2,53	2,56	2,60	2,63	0,17
22	2,65	2,69	2,72	2,76	0,18
23	2,77	2,81	2,84	2,88	0,18
24	2,89	2,93	2,97	3,01	0,19
25	3,01	3,05	3,09	3,13	0,20
26	3,13	3,17	3,21	3,26	0,21
27	3,25	3,29	3,34	3,38	0,22
28	3,37	3,41	3,46	3,51	0,22
29	3,49	3,54	3,58	3,63	0,23
30	3,61	3,66	3,74	3,75	0,24

11. Siedetemperatur t des Wassers beim Barometerstand b.

b	t	b	t	b	t	b	t	b	t
700	97,71	720	98,49	740	99,26	760	100,00	780	100,73
1	75	1	53	1	29	1	04	1	76
2	79	2	57	2	33	2	07	2	80
3	83	3	61	3	37	3	11	3	84
4	87	4	65	4	41	4	15	4	87
5	91	5	69	5	44	5	18	5	91
6	95	6	72	6	48	6	22	6	94
7	99	7	76	7	52	7	26	7	98
8	98,03	8	80	8	56	8	29	8	101,02
9	07	9	84	9	59	9	33	9	05
710	11	730	88	750	63	770	37	790	09
1	15	1	92	1	67	1	40	1	12
2	18	2	95	2	70	2	44	2	16
3	22	3	99	3	74	3	48	3	19
4	26	4	99,03	4	78	4	51	4	23
5	30	5	07	5	82	5	55	5	26
6	34	6	10	6	85	6	58	6	30
7	38	7	14	7	89	7	62	7	34
8	42	8	18	8	93	8	66	8	37
9	46	9	22	9	96	9	69	9	41
								800	44

12. Spannkraft F in mm und Masse E eines m³ gesättigten Wasserdampfes in g.

t	F	E	t	F	E
0	4,58	4,8	16	13,57	13,6
1	4,92	5,2	17	14,45	14,4
2	5,29	5,6	18	15,38	15,3
3	5,68	6,0	19	16,37	16,2
4	6,09	6,4	20	17,41	17,2
5	6,53	6,8	21	18,50	18,2
6	7,00	7,3	22	19,66	19,3
7	7,49	7,8	23	20,88	20,4
8	8,02	8,3	24	22,18	21,6
9	8,58	8,8	25	23,55	22,9
10	9,18	9,4	26	24,99	24,2
11	9,81	10,0	27	26,51	25,6
12	10,48	10,7	28	28,10	27,0
13	11,19	11,3	29	29,79	28,5
14	11,94	12,0	30	31,56	30,1
15	12,73	12,8			

13. Spannkraft F des Quecksilbers in mm.

t	F	t	F
0	0,0004	200	17,7
20	0,0015	20	33,4
40	0,006	40	58,5
60	0,021	60	100,0
80	0,09	80	158,5
100	0,28	300	249,0
20	0,75	20	371
40	1,8	40	548
60	4,3	60	791
80	9,2		

14. Brechungsindex n einiger Körper bei 18° u. Drehungsvermögen des Quarzes bei 1 mm Dicke.

Für die Fraunhoferschen Linien	A	B	C	D	E	F	f	G	H
Wellenlänge in $\mu\mu$	760	687	656	589	527	486	434	431	397

	A	B	rote H Linie C	gelbe Na Linie D	E	blaue H Linie F	violette H Linie f	G	H
Wasser	1,3293	1,3309	1,3317	1,3335	1,3358	1,3337	1,3410	1,3412	1,3441
Alkohol	1,3586	1,3599	1,3606	1,3624	1,3647	1,3667	1,3703	1,3705	1,3736
Schwefelkohlenstoff	1,6103	1,6166	1,6198	1,6293	1,6412	1,6541	1,6771	1,6786	1,7016
Crownglas leicht	1,5099	1,5118	1,5127	1,5153	1,5186	1,5214	1,5264	1,5267	1,5312
Crownglas schw.	1,6097	1,6117	1,6126	1,6152	1,6185	1,6213	1,6262	1,6265	1,6308
Flintglas leicht	1,5986	1,6020	1,6038	1,6085	1,6145	1,6200	1,6302	1,6308	1,6404
Flintglas schwer	1,7351	1,7406	1,7434	1,7515	1,7623	1,7723	1,7910	1,7922	1,811
Quarz ord.	1,5391	1,5409	1,5418	1,5442	1,5471	1,5496	1,5539	1,5543	1,5581
Quarz ausserord.	1,5481	1,5500	1,5509	1,5533	1,5563	1,5589	1,5634	1,5637	1,5677
Drehung im Quarz	12,7°	15,7°	17,3°	21,71°	27,5°	32,7°	42,0°	42,6°	51,2°

Äther 1,36
Benzol 1,503
Chloroform 1,45
Eis 1,31
Flintglas, schwerstes 1,9

Monobromnaphthalin 1,66
Terpentinöl 1,48